



آزمون ۸ از ۱۴



شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان  
سازمان سنجش آموزش کشور

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می شود.  
امام خمینی (ره)

**پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی  
سنجش دوازدهم - مرحله ششم  
(۱۴۰۱/۱۱/۱۴)**

**علوم ریاضی و فنی (دوازدهم)**

کارنامه آزمون، عصر روز برگزاری آن از طریق سایت اینترنتی زیر قابل مشاهده می باشد:

**[www.sanjeshserv.ir](http://www.sanjeshserv.ir)**

**مدیران، مشاوران و دبیران محترم دبیرستانها و مراکز آموزشی**

به منظور فراهم نمودن زمینه ارتباط مستقیم مدیران، مشاوران و دبیران محترم دبیرستانها و مراکز آموزشی همکار در امر آزمونهای آزمایشی سنجش و بهره مندی از نظرات ارزشمند شما عزیزان در خصوص این آزمونها، آدرس پست الکترونیکی [test@sanjeshserv.com](mailto:test@sanjeshserv.com) معرفی می گردد. از شما عزیزان دعوت می شود، دیدگاههای ارزشمند خود را از طریق آدرس فوق با مدیر تولیدات علمی و آموزشی این مجموعه در میان بگذارید.



**کانال تلگرام آزمونهای آزمایشی سنجش @sanjesheducationgroup**

ویژه پایه دوازدهم

ریاضیات

۱. گزینه ۱ درست است.

$$\text{متر } X_{\max} = \frac{-b}{2a} \rightarrow X_{\max} = \frac{-4}{2(-\frac{1}{4})} = 8 \rightarrow Y_{\max} = 8 \cdot 16 = 128$$

$$\text{متر } X'_{\max} = \frac{-b}{2a} \rightarrow X'_{\max} = \frac{-80}{2(-2)} = 20 \rightarrow Y'_{\max} = 1600$$

$$\text{متر } Y_{\max} - Y'_{\max} = 128 - 1600 = -1472$$

۲. گزینه ۳ درست است.

۱) نامعادله همواره برقرار است  $\rightarrow X + 1 \leq 0 \rightarrow X \leq -1$  اگر

اگر  $X + 1 \geq 0$  دو طرف  $\rightarrow 25 - X^2 \geq X^2 + 2X + 1 \rightarrow X^2 + X - 12 \leq 0 \rightarrow -4 \leq X \leq 3$   
به توان ۲

با شرط  $X \geq -1$   $\rightarrow -1 \leq X \leq 3$  ۲)

۳) از طرف دیگر  $25 - X^2 \geq 0 \rightarrow -5 \leq X \leq 5$

۹ عدد صحیح  $\rightarrow [-5, 3] =$  مجموعه جواب نهایی  $\rightarrow$  ۱) و ۲) و ۳)

۳. گزینه ۲ درست است.

با تشکیل جدول تعیین علامت:

x	$-\infty$	$-2$	$X_1$	$1$	$X_2$	$+\infty$
f(x)	+	+	+	-	+	+

$$\begin{cases} f(-2) > 0 \\ f(1) < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4 + 6 - m > 0 \\ 1 - 3 - m < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m < 10 \\ m > -2 \end{cases} \Rightarrow -2 < m < 10 \rightarrow m \text{ اعداد صحیح } -1, 0, 1, 2, \dots, 9$$

۱۱ عدد صحیح برای m وجود دارد.

۴. گزینه ۳ درست است.

V = سرعت پرنده در هوای راکد

$$V' = \text{سرعت ثابت باد} = \frac{50 \text{ km}}{h} \times \frac{1h}{3600 \text{ S}} \times \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} = \frac{125 \text{ m}}{9 \text{ s}}$$

ارتباط بین مسافت پیموده شده (X) و سرعت ثابت (V) و زمان (t)  $X = V \cdot t \rightarrow t = \frac{X}{V}$

$$\frac{1000}{V - V'} - \frac{1000}{V + V'} = 25 \rightarrow \frac{1000}{V - \frac{125}{9}} - \frac{1000}{V + \frac{125}{9}} = 25$$

سرعت در جهت مخالف باد  
سرعت در جهت موافق باد

$$\rightarrow \left( \frac{9000}{9V - 125} - \frac{9000}{9V + 125} = 25 \right) \times (9V - 125)(9V + 125) \text{ ک.م.م.مخارجها}$$

$$9000(9V + 125) - 9000(9V - 125) = 25(9V - 125)(9V + 125)$$

$$2 \times 9000 \times \overset{5}{125} = 25(81V^2 - 15625)$$

$$81V^2 = 105625$$

$$V = \frac{325 \text{ m}}{9 \text{ s}}$$



$$x = V.t$$

متر  $x = \frac{325}{9} \times 72 = 2600$  مسافت طی شده در ۷۲ ثانیه

۵. گزینه ۱ درست است.

$$f(x) = 0 \rightarrow 2^{3-2x} + 2^{3+2x} - 20 = 0 \xrightarrow{\text{با فرض } 2^{2x} = t} \frac{8}{t} + 8t - 20 = 0$$

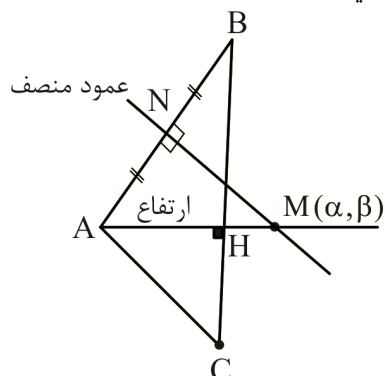
$$\xrightarrow{\times t} 8t^2 - 20t + 8 = 0 \xrightarrow{\Delta=144} t = \frac{20 \pm 12}{16} \begin{cases} t = 2 \rightarrow 2^{2x} = 2 \rightarrow \boxed{x = \frac{1}{2}} \\ t = \frac{1}{2} \rightarrow 2^{2x} = \frac{1}{2} \rightarrow \boxed{x = -\frac{1}{2}} \end{cases}$$

$$\alpha^3 + \beta^3 + \frac{2}{\alpha^2} + \frac{3}{\beta^2} = \underbrace{\left(\frac{1}{2}\right)^3 + \left(-\frac{1}{2}\right)^3}_{=0} + \frac{2}{\left(\frac{1}{2}\right)^2} + \frac{3}{\left(-\frac{1}{2}\right)^2} = 0 + 8 + 12 = 20$$

یادآوری: با توجه به عبارات خواسته شده، تفاوتی ندارد که  $\alpha$  و  $\beta$  کدام یک از ریشه های  $\frac{1}{2}$  و  $-\frac{1}{2}$  باشند.

۶. گزینه ۴ درست است.

معادله خطوط عمودمنصف و ارتفاع موردنظر را نوشته و با هم قطع می دهیم تا M به دست آید:



$$AB \text{ وسط } N\left(\frac{1}{2}, \frac{5}{2}\right) \rightarrow m = \frac{-1}{m_{AB}} = \frac{-1}{\frac{4-1}{3+2}} = \frac{-5}{3}$$

$$y - \frac{5}{2} = \frac{-5}{3}\left(x - \frac{1}{2}\right) \rightarrow \boxed{5x + 3y - 10 = 0} \quad (1) \text{ معادله عمودمنصف } AB$$

$$AH \text{ ارتفاع } m = \frac{-1}{m_{BC}} = \frac{-1}{\frac{-3-4}{2-3}} = \frac{-1}{7} \rightarrow y - 1 = \frac{-1}{7}(x + 2) \rightarrow \boxed{x + 7y - 5 = 0} \quad (2)$$

$$\textcircled{۱} \text{ و } \textcircled{۲} \Rightarrow \begin{cases} ۵x + ۳y - ۱۰ = ۰ \\ x + ۷y - ۵ = ۰ \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = \frac{۵۵}{۳۲} \rightarrow \alpha \\ y = \frac{۱۵}{۳۲} \rightarrow \beta \end{cases} \rightarrow ۳۲(\alpha + \beta) = ۷۰$$

۷. گزینه ۳ درست است.

برای ساده‌تر شدن معادلات، مطابق تعریف قدرنسبت در دنباله حسابی، سه جمله اول را به صورت  $\underbrace{x-d}$ ،  $\underbrace{x}$ ،  $\underbrace{x+d}$ ، ... جمله اول، جمله دوم، جمله سوم

تعریف می‌کنیم:

$$(x-d) + x + (x+d) = ۴۸ \rightarrow ۳x = ۴۸ \rightarrow \boxed{x = ۱۶}$$

$$(x-d)x(x+d) = ۲۱۶۰ \Rightarrow (۱۶-d) \times ۱۶ \times (۱۶+d) = ۲۱۶۰$$

$$۲۵۶ - d^2 = ۱۳۵ \rightarrow d^2 = ۱۲۱ \xrightarrow{\text{دنباله افزایشی}} \boxed{d = ۱۱} \rightarrow ۵, ۱۶, ۲۷, \dots$$

$$\rightarrow a_n = ۵ + (n-1) \times ۱۱ \rightarrow \boxed{a_n = ۱۱n - ۶}$$

$$\text{تعداد جملات } ۳ \text{ رقمی } ۱۰۴, ۱۱۵, \dots, ۹۹۵ \rightarrow n = \frac{۹۹۵ - ۱۰۴}{۱۱} + ۱ \Rightarrow n = ۸۲$$

$$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) = \frac{۸۲}{2}(۱۰۴ + ۹۹۵) = ۴۵۰۵۹$$

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d) \text{ یادآوری: تعداد جملات را با حل نامعادله } ۱۰۰ \leq ۱۱n - ۶ \leq ۹۹۹ \text{ و مجموع کل جملات را از رابطه}$$

نیز می‌توانستید به دست آورید.

۸. گزینه ۲ درست است.

$$|۲ + ۳y| = ۱۵ - |۵ - ۲x| \xrightarrow{\text{چون } |۲ + ۳y| \geq ۰ \text{ است پس}} ۱۵ - |۵ - ۲x| \geq ۰$$

$$\rightarrow |۵ - ۲x| \leq ۱۵ \rightarrow -۱۵ \leq ۵ - ۲x \leq ۱۵ \xrightarrow{(-۵)} -۲۰ \leq -۲x \leq ۱۰$$

$$\xrightarrow{\div(-۲)} ۱۰ \geq x \geq -۵ \rightarrow \text{این بازه شامل } ۱۶ \text{ عدد صحیح برای } x \text{ است.}$$

۹. گزینه ۲ درست است.

حالت قدیم:  $X_1, X_2, \dots, X_{۲۰} \rightarrow \bar{X}, \sigma$

$$\text{حالت جدید: } ۲X_1 - ۷, ۲X_2 - ۷, \dots, ۲X_{۲۰} - ۷ \rightarrow \underbrace{2\bar{X} - 7}_{\text{میانگین جدید}}, \underbrace{2\sigma}_{\text{انحراف معیار جدید}}$$

$$\text{میانگین قدیم } \bar{X} = ۱۰, ۵ \rightarrow \frac{2\sigma}{2\bar{X} - 7} = ۱, ۵ \times \frac{\sigma}{\bar{X}} \rightarrow \frac{2}{2\bar{X} - 7} = \frac{۱, ۵}{\bar{X}} \rightarrow \bar{X} = ۱۰, ۵$$

$$\text{میانگین جدید } \bar{X} = ۲(۱۰, ۵) - ۷ = ۱۴$$

$$\bar{X} \text{ جدید} = \frac{\text{مجموع داده‌های جدید}}{\text{تعداد داده‌ها}} \Rightarrow ۱۴ = \frac{\text{مجموع داده‌های جدید}}{۲۰} \Rightarrow \text{مجموع داده‌های جدید} = ۲۰ \times ۱۴ = ۲۸۰$$

۱۰. گزینه ۱ درست است.

$$\begin{cases} \bar{X} = ۱۵ \rightarrow \sigma^2 = \frac{(X_1 - ۱۵)^2 + (X_2 - ۱۵)^2 + \dots + (X_8 - ۱۵)^2}{۸} = ۴ \\ \sigma = ۲ \rightarrow \sigma^2 = ۴ \end{cases}$$

$$(x_1 - 15)^2 + (x_2 - 15)^2 + \dots + (x_n - 15)^2 = 32 \quad (1)$$

چون میانگین دو عدد اضافه شده هم ۱۵ است  $(\frac{12+18}{2} = 15)$ ، بنابراین در ۱۰ داده حاصل میانگین تغییر نمی کند.

$$\sigma^2_{\text{جدید}} = \frac{(x_1 - 15)^2 + (x_2 - 15)^2 + \dots + (x_n - 15)^2 + (12 - 15)^2 + (18 - 15)^2}{10} \xrightarrow{\text{طبق (1)}}$$

$$\sigma^2_{\text{جدید}} = \frac{32 + 9 + 9}{10} = 5$$

۱۱. گزینه ۴ درست است.

ابتدا داده‌ها را به‌طور صعودی مرتب می‌کنیم:

۱۰, ۱۲, ۱۳, ۱۴, ۱۵, ۱۶, ۱۶, ۱۶, ۱۶, ۱۷, ۱۷, ۱۷, ۱۸, ۱۸, ۱۸, ۱۸, ۱۹, ۲۰

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ Q_1 = 15 & & Q_2 = 16 & & Q_3 = 18 \end{array}$$

میان‌ه کل داده‌ها

داده‌های درون IQR عبارت‌اند از: ۱۶, ۱۶, ۱۶, ۱۷, ۱۷, ۱۷

$$\bar{x} = \frac{115}{7} = 16,43$$

$$\text{اختلاف مورد نظر سؤال} = 16,43 - 16 = 0,43$$

۱۲. گزینه ۳ درست است.

براساس تمرین‌های ۲ و ۳ صفحه ۸۱ کتاب درسی گزینه ۳ پاسخ درست است.

۱۳. گزینه ۲ درست است.

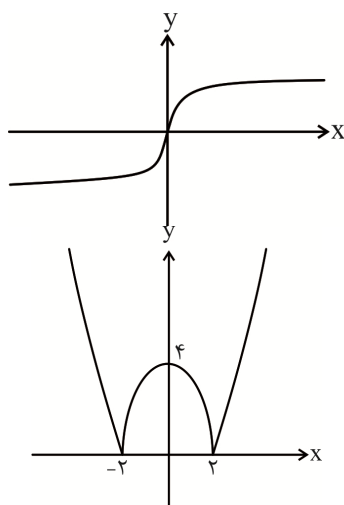
در داده‌های مسئله  $Q_1 = 16$  و  $Q_3 = 21$  است، بنابراین داده‌ها بعد از اعمال تغییرات مورد نظر سؤال به‌صورت زیر می‌شوند:

۱۲, ۱۴, ۱۵, ۱۶, ۲۱, ۲۷, ۲۸, ۳۴, ۳۴, ۳۴, ۳۴, ۳۷, ۳۷, ۳۷, ۴۰

$$Q_3 = 37 \text{ و } \frac{420}{15} = 28 = \text{میانگین جدید و مد جدید} = 34$$

$$99 = 34 + 28 + 37 = \text{مجموع مد و میانگین و چارک سوم}$$

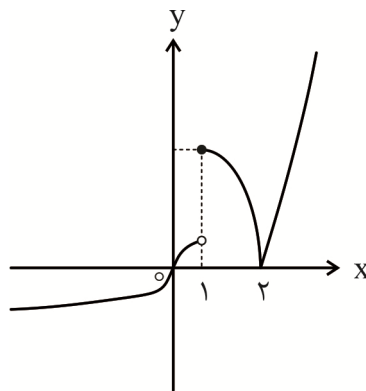
۱۴. گزینه ۱ درست است.



نمودار  $y = \sqrt[3]{x}$  به‌صورت

و نمودار تابع  $y = |x^2 - 4|$  به‌صورت

است.



با ترکیب این دو نمودار با توجه به ضابطه  $f(x)$ :

- ✓ در  $x = 2$  نقطه گوشه‌ای و  $f'_+(2) \neq f'_-(2)$  است، بنابراین در  $x = 2$  مشتق و خط مماس وجود ندارد.
- ✓ در  $x = 1$  به دلیل عدم پیوستگی، مشتق و خط مماس وجود ندارد.
- ✓ در  $x = 0$  خط مماس عمودی داریم.  $(f'(0) = +\infty)$  پس مشتق ندارد، اما مماس دارد. بنابراین تابع  $f$  در  $x = 0$  نقطه مشتق ندارد و در  $x = 2$  نقطه هم خط مماس ندارد.

۱۵. گزینه ۱ درست است.

$$f'(x) = \frac{2}{3\sqrt[3]{x}} \text{ و } f''(x) = \frac{-2}{9x\sqrt[3]{x}}$$

$$f'(x) = f''(x) \rightarrow \frac{2}{3\sqrt[3]{x}} = \frac{-2}{9x\sqrt[3]{x}} \Rightarrow \sqrt[3]{x} = -3x\sqrt[3]{x}$$

$$\rightarrow \sqrt[3]{x}(1+3x) = 0 \begin{cases} x = 0 \text{ نامتناهی هستند، یعنی موجود نیستند.} \\ \text{غ ق ق} \\ x = -\frac{1}{3} \rightarrow A(-\frac{1}{3}, \frac{1}{\sqrt[3]{9}}) \text{ سؤال مورد نظر} \end{cases}$$

$$\text{مماس } m = f'(-\frac{1}{3}) = \frac{-2\sqrt[3]{3}}{3}$$

$$\text{مماس } y - y_1 = m(x - x_1) \rightarrow y - \frac{1}{\sqrt[3]{9}} = \frac{-2\sqrt[3]{3}}{3}(x + \frac{1}{3})$$

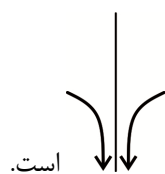
$$\times 3\sqrt[3]{9} \rightarrow 3\sqrt[3]{9}y - 3 = -6(x + \frac{1}{3}) \rightarrow 3\sqrt[3]{9}y - 3 = -6x - 2$$

$$\rightarrow 6x + 3\sqrt[3]{9}y - 1 = 0 \begin{cases} a = 6 \\ b = 3\sqrt[3]{9} \Rightarrow a^3 + b^3 + c^3 = 216 + 243 - 1 = 458 \\ c = -1 \end{cases}$$

۱۶. گزینه ۲ درست است.

نمودار تابع  $f$  در نقطه  $x = -2$  (ریشه عبارت زیر رادیکال با فرجه ۳) مماس قائم دارد، زیرا:

$$f'(-2) = \lim_{x \rightarrow (-2)} \frac{(x^3 + 3x)\sqrt[3]{x+2} - 0}{x+2} = \lim_{x \rightarrow (-2)} \frac{x^3 + 3x}{\sqrt[3]{(x+2)^2}} = \frac{-2}{0^+} = -\infty$$



چون  $f'_+(-2) = f'_-(-2) = -\infty$  است، بنابراین نمودار تابع  $f'$  در همسایگی  $x = -2$  به صورت است.

۱۷. گزینه ۱ درست است.

در توابع چندجمله‌ای شامل قدرمطلق، در نقاطی که ریشه‌های ساده داخل قدرمطلق هستند و تابع  $f$  در آن‌ها مشتق‌ناپذیر است، تابع دارای نقطه گوشه‌ای است. (تعریف صفحه ۸۹ کتاب حسابان ۲)

$$f(x) = x(x-1)(x+1)|x(x+1)(x+2)|$$

با توجه به ضابطه تابع  $f$ ، این تابع فقط در  $x = -2$  دارای نقطه گوشه‌ای است؛ زیرا در این نقطه پیوسته، ولی  $f'_+(-2) \neq f'_-(-2)$  است. در نقاط ریشه دیگر درون قدرمطلق یعنی  $x = 0$  و  $x = -1$  تابع پیوسته و مشتق‌پذیر است؛ زیرا:  $f'_+(-1) = f'_-(-1) = 0$  و  $f'_+(0) = f'_-(0) = 0$  است. بنابراین، این تابع فقط یک نقطه گوشه‌ای دارد.

۱۸. گزینه ۴ درست است.

تابع  $f(x)$  ترکیبی از دو تابع  $y_1 = [x]$  و  $y_2 = \left[2x + \frac{1}{2}\right]$  به صورت تفریق است. بنابراین نقاط مشتق‌ناپذیر بر دامنه مشترک آن‌ها بررسی می‌شود. می‌دانیم در این دو تابع، جزء صحیح به‌زای نقاطی که در آن‌ها کل عبارت درون جزء صحیح برابر عدد صحیح می‌شود، ناپیوسته و در نتیجه مشتق‌ناپذیرند:

$$y_1 = [x] \rightarrow x = K \in Z \xrightarrow{x \in (0,5)} x = 1, 2, 3, 4 \quad (1)$$

$$y_2 = \left[2x + \frac{1}{2}\right] \rightarrow 2x + \frac{1}{2} = K' \in Z \rightarrow x = \frac{K'}{2} - \frac{1}{4} \xrightarrow{x \in (0,5)}$$

$$0 < \frac{K'}{2} - \frac{1}{4} < 5 \rightarrow \begin{cases} K' = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 \\ x = \frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{5}{4}, \frac{7}{4}, \frac{9}{4}, \frac{11}{4}, \frac{13}{4}, \frac{15}{4}, \frac{17}{4}, \frac{19}{4} \end{cases} \quad (2)$$

با توجه به نقاط (۱) و (۲) در نقاطی که  $y_1$  ناپیوسته است،  $y_2$  پیوسته است و بالعکس. بنابراین تابع  $f(x) = y_1 - y_2$  در تمام ۱۴ نقطه ناپیوسته و مشتق‌ناپذیر است.

۱۹. گزینه ۳ درست است.

$$x \rightarrow \pi^+ : f(x) = -\sin x + \cos x \rightarrow f'(x) = -\cos x - \sin x \quad (1)$$

$$f'_+(\pi) = -(-1) - 0 = 1$$

$$x \rightarrow \pi^- : f(x) = \sin x + \cos x \rightarrow f'(x) = \cos x - \sin x \quad (2)$$

$$f'_-(\pi) = -1 - 0 = -1$$

$$(1) \text{ و } (2) \Rightarrow f'_+(\pi) - f'_-(\pi) = 1 - (-1) = 2$$

$$g(3) = \frac{7}{8}, g'(3) = \frac{7}{5}, h'(x) = (6x - 2)g(3\sqrt{x}) + \frac{3}{2\sqrt{x}}g'(3\sqrt{x}) \times (3x^2 - 2x + 4)$$

$$h'(1) = 4g(3) + \frac{3}{2}g'(3) \times (5) = 4 \times \frac{7}{8} + \frac{3}{2} \times \frac{7}{5} \times 5 = 14$$

$$h'(1)(f'_+(\pi) - f'_-(\pi)) = 14 \times 2 = 28$$

۲۰. گزینه ۲ درست است.

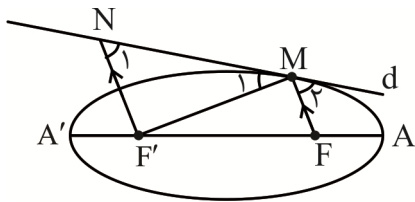
$$\begin{aligned} \text{محیط } \Delta \text{ ضلعی غیرمحدب} &= AF + BF + BF' + B'F' + B'A \\ \cancel{fa} + c &= (a - c) + \cancel{2a} + a + \sqrt{a^2 + b^2} \\ \cancel{fa} + c &= \cancel{fa} - c + \sqrt{a^2 + b^2} \\ \cancel{2c} &= \sqrt{a^2 + b^2} \xrightarrow{\text{دو طرف به توان } 2} \cancel{4c^2} = a^2 + b^2 \xrightarrow{a^2 = b^2 + c^2} \\ &\Rightarrow \cancel{4c^2} = b^2 + c^2 + b^2 \Rightarrow \cancel{3c^2} = 2b^2 \Rightarrow \boxed{\frac{b^2}{c^2} = \frac{3}{2}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a^2 = b^2 + c^2 &\xrightarrow{\div c^2} \frac{a^2}{c^2} = \frac{b^2}{c^2} + 1 \rightarrow \frac{a^2}{c^2} = \frac{3}{2} + 1 \\ \Rightarrow \frac{a^2}{c^2} = \frac{5}{2} &\rightarrow \frac{c^2}{a^2} = \frac{2}{5} \rightarrow \frac{c}{a} = e = \sqrt{\frac{2}{5}} \Rightarrow e = \sqrt{0.4} \end{aligned}$$

خروج از مرکز

۲۱. گزینه ۱ درست است.

ویژگی بازتابندگی بیضی:



①  $d \Rightarrow \widehat{M}_1 = \widehat{M}_2$   
(فعالیت صفحه ۵۰ کتاب هندسه ۳)

②  $NF' \parallel MF \Rightarrow \widehat{N}_1 = \widehat{M}_2$   
مورب  $MF'$

① و ②  $\Rightarrow \widehat{N}_1 = \widehat{M}_1 \Rightarrow \Delta MNF' \Rightarrow \boxed{MF' = NF'}$  ③

قطر بزرگ بیضی  $MF + MF' = 2a$  مطابق تعریف بیضی

طبق ③  
 $MF + NF' = 2a$

۲۲. گزینه ۴ درست است.

$$FF' = 2c = \sqrt{(\Delta - \Delta)^2 + (4 - (-4))^2} = 8 \Rightarrow c = 4$$

$$\text{قطر کوچک} = 2b = 4 \rightarrow b = 2$$

$$a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow a^2 = 4 + 16 = 20 \rightarrow a = 2\sqrt{5}$$

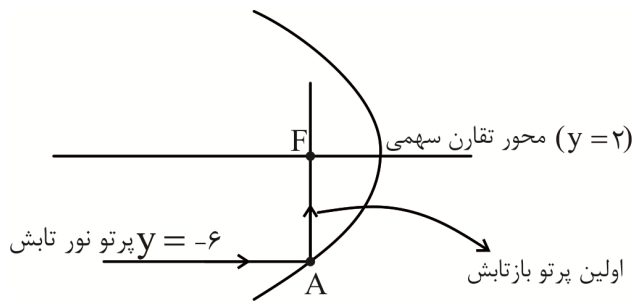
$$\left. \begin{aligned} \text{اندازه وتر کانونی} &= \frac{2b^2}{a} = \frac{2(2)^2}{2\sqrt{5}} = \frac{4}{\sqrt{5}} \\ \text{اندازه خروج از مرکز} &= \frac{c}{a} = \frac{4}{2\sqrt{5}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{اندازه خروج از مرکز} = 2 \times \text{اندازه وتر کانونی}$$

۲۳. گزینه ۲ درست است.

$$y^2 - 4y = -4x \rightarrow (y - 2)^2 = -4(x - 1)$$

$$a = -1 \leftarrow 4a = -4 \leftarrow \text{سهمی افقی و دهانه رو به چپ} \Rightarrow \begin{cases} S(1, 2) \text{ رأس سهمی} \\ F(0, 2) \end{cases}$$





چون شعاع نور تابیده موازی محور سهمی است، پس از کانون سهمی می‌گذرد (ویژگی بازتابندگی سهمی)؛ بنابراین برای

به‌دست آوردن مختصات A کافی است معادله  $\begin{cases} y^2 - 4y = -4x \\ y = -6 \end{cases}$  را حل کنیم:

$$A(-15, -6)$$

$$F(0, 2)$$

$$\text{AF خط معادله } y - 2 = \frac{-6 - 2}{-15 - 0}(x - 0) \rightarrow 8x - 15y + 30 = 0 \quad \begin{cases} a = 8 \\ b = -15 \\ c = 30 \end{cases}$$

$$a + b + c = 23$$

۲۴. گزینه ۱ درست است.

براساس نتیجه تمرین ۱۲ صفحه ۵۸ کتاب هندسه (۳):

$$\frac{FN}{FA} = \frac{2NT}{TH} \rightarrow \frac{NM + 6}{FA} = \frac{2 \times 3TH}{TH} \rightarrow \boxed{NM + 6 = 6FA} \quad (1)$$

از طرفی، طبق تعریف سهمی فاصله هر نقطه روی سهمی از کانون با فاصله آن از خط هادی برابر است، یعنی:

$MF = MT = 6$  و نیز  $HF = 2FA$  (زیرا  $AH = AF = a$  توجه: رأس A و اندازه پارامتر سهمی است.)

$$\triangle HFN \text{ در } MT \parallel HF \xrightarrow{\text{تالس جزء به کل}} \frac{NM}{NF} = \frac{MT}{HF} \rightarrow \frac{NM}{NM + 6} = \frac{6}{2FA} \quad (2)$$

$$(1) \text{ و } (2) \Rightarrow \begin{cases} NM + 6 = 6FA \\ \frac{NM}{NM + 6} = \frac{3}{FA} \end{cases} \Rightarrow \frac{NM}{6FA} = \frac{3}{FA} \Rightarrow \begin{cases} \boxed{NM = 18} \\ \boxed{FA = 4}, \boxed{HF = 8} \end{cases}$$

$$\triangle HFN \text{ در فیثاغورث: } NF^2 = HF^2 + NH^2 \rightarrow (18 + 6)^2 = 8^2 + NH^2 \rightarrow NH = 16\sqrt{2}$$

$$HFN \text{ محیط مثلث} = NF + HF + NH = 24 + 8 + 16\sqrt{2} = 32 + 16\sqrt{2} = 16(2 + \sqrt{2})$$

۲۵. گزینه ۳ درست است.

مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمم گراف پترسن دو دسته‌اند:

دسته اول: شامل یک رأس بیرونی مانند **a** و دو رأس درونی مقابل آن **i** و **h**

دسته دوم: شامل یک رأس درونی مانند **f** و دو رأس بیرونی در دو طرف آن **b** و **e**؛ بنابراین ۱۰ مجموعه احاطه‌گر مینیمم به‌صورت زیر وجود دارد:

$$\{a, i, h\} \{b, i, j\} \{c, f, j\} \{d, f, g\} \{e, g, h\} \{f, e, b\}$$

$$\{g, a, c\} \{h, b, d\} \{i, c, e\} \{j, a, d\}$$

۲۶. گزینه ۳ درست است.

در این گراف رأسی با درجه ۸ وجود ندارد؛ زیرا در آن صورت  $\delta(G) = 1$  می‌شود. برای حداکثر تعداد یال، درجه تمام رئوس

۷ هم نمی‌تواند باشد؛ زیرا گراف ۷-منتظم از مرتبه ۹ وجود ندارد (چون زوج  $\sum_{i=1}^P \deg(V_i) = 2q$  است). بنابراین درجه

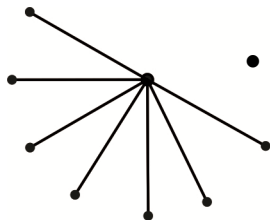
یک رأس را ۶ و بقیه را ۷ در نظر می‌گیریم:

$$(8 \times 7) + (1 \times 6) = 62 = 2q$$



$$q_{\max} = 31$$

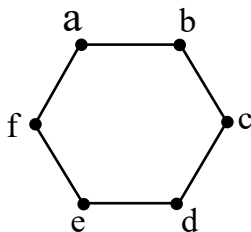
از طرف دیگر برای ایجاد  $\gamma(G) = 2$  با حداقل یال، کافی است یک گراف دوبخشی مانند شکل زیر داشته باشیم:



$$\Rightarrow q_{\min} = 7 \quad q_{\max} + q_{\min} = 31 + 7 = 38$$

۲۷. گزینه ۴ درست است.

گراف  $C_6$  دارای ۶ یال و به صورت زیر است:



تا وقتی که هیچ‌کدام از رئوس به درجه  $P-1$  یعنی ۵ تبدیل نشود، عدد احاطه‌گری بیش از یک است. در حالتی که گراف ۴-منتظم از مرتبه ۶ باشد، عدد احاطه‌گری بیش از یک است. در این شرایط کافی است یک یال دیگر اضافه شود تا حداقل درجه یکی از رأس‌ها ۵ شود و  $\gamma(G) = 1$  باشد:

$$\sum \deg(V_i) = 2q \rightarrow 6 \times 4 = 2q \rightarrow q = 12$$

بنابراین باید حداقل  $12 + 1 = 13$  یال موجود باشد. برای این کار کافی است ۷ یال  $(13 - 6 = 7)$  به  $C_6$  اضافه شود تا  $\gamma(G) = 1$  باشد.

تعداد یال‌های  $C_6$  اولیه

۲۸. گزینه ۲ درست است.

گراف شامل رئوس  $g$  و  $f$  و  $e$  و  $d$  گراف کامل  $K_4$  است که هر زیرمجموعه غیرتهی از رئوس آن یک مجموعه احاطه‌گر است.

$$2^4 - 1 = 15$$

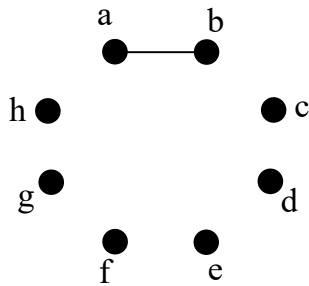
تعداد این مجموعه‌ها برابر است با ۱۵. مجموعه‌های احاطه‌گر شامل  $c$  و  $b$  و  $a$  عبارت‌اند از:

$$\{b\} \{a, b\} \{a, c\} \{b, c\} \{a, b, c\}$$

بنابراین طبق اصل ضرب، تعداد کل مجموعه‌های احاطه‌گر برابر  $15 \times 5 = 75$  است.

۲۹. گزینه ۲ درست است.

گراف مطلوب به شکل زیر است که در نوشتن مجموعه احاطه گر مینیمم، فقط در نوشتن یکی از دو رأس درجه یک مختاریم و نوشتن رأس‌های ایزوله اجباری است:



بنابراین فقط دو مجموعه احاطه گر مینیمم به صورت  $\{a, c, d, e, f, g, h\}$  و  $\{b, c, d, e, f, g, h\}$  داریم.

۳۰. گزینه ۴ درست است.

در گراف  $P_n$  بین هر دو رأس از گراف دقیقاً یک مسیر وجود دارد. از طرف دیگر هر رأس به تنهایی مسیری به طول صفر است؛ بنابراین تعداد کل مسیرهای متفاوت  $n = 91 + \binom{n}{2}$  است:

$$\frac{n(n-1)}{2} + n = 91 \rightarrow n(n+1) = 182 \rightarrow \boxed{n = 13}$$

$$K_3 \text{ عدد احاطه گری } = 1 \quad \text{و} \quad P_{13} \text{ عدد احاطه گری } = \left\lfloor \frac{13}{3} \right\rfloor = 5 \quad \text{و} \quad C_{13} \text{ عدد احاطه گری } = \left\lfloor \frac{13}{3} \right\rfloor = 5$$

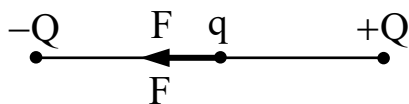
$$C_{13} \text{ و } P_{13} \text{ و } K_3 \text{ مجموعه عدد احاطه گری } = 1 + 5 + 5 = 11$$

### فیزیک

۳۱. گزینه ۳ درست است.

بار الکتریکی مبنا همان بار بنیادی است مگر فرضیاتی مطرح شود.

۳۲. گزینه ۴ درست است.



$2F \leftarrow q$  (+Q) دفع کننده

$q$  (-Q) جذب کننده

۳۳. گزینه ۲ درست است.

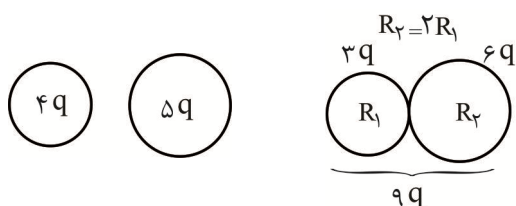
بعد از اتصال کل بار:  $4q + 5q = 9q$

چون شعاع آن‌ها نسبت ۲ به ۱ است، پس بارها هم با این نسبت در سطح کره توزیع می‌شوند.

بار به گونه‌ای توزیع می‌شود که شدت میدان در مرکز صفر است، پس توزیع یکنواخت در سطح داریم.

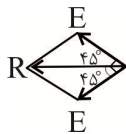
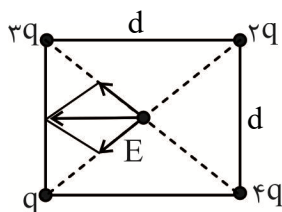
$$q'_1 = 3q \quad q'_2 = 6q$$

$$q'_2 = 2q'_1$$



۳۴. گزینه ۱ درست است.

۳۵. گزینه ۲ درست است.



$$R = 2E \cos 45^\circ = E\sqrt{2}$$

۳۶. گزینه ۱ درست است.

جهت میدان از صفحه با بار مثبت به سمت صفحه با بار منفی است.

۳۷. گزینه ۲ درست است.

$$W = F \cdot d$$

$$F_E = E \cdot q$$

$$E = \frac{V}{d} \Rightarrow W = Eq \cdot d$$

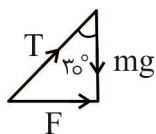
$$W = \frac{V}{d} \cdot q \cdot d = Vq$$

$$W = \frac{1}{2} m V^2 \Rightarrow Vq = \frac{1}{2} m V^2 \frac{m}{s} \Rightarrow$$

$$V \times 3 \times 10^{-19} = \frac{1}{2} \times 9 \times 10^{-31} \times (10^6)^2$$

$$V = \frac{1/5}{10^{-2}} = 150 \text{ V}$$

۳۸. گزینه ۱ درست است.



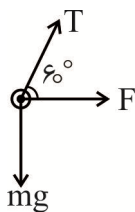
$$\tan 30^\circ = \frac{F}{mg}$$

$$F = mg \tan 30^\circ$$

$$E \cdot q = mg \tan 30^\circ$$

$$q = \frac{mg \tan 30^\circ}{E} = \frac{0.3 \times 10^{-3} \times 10 \times \frac{\sqrt{3}}{3}}{3000}$$

$$q = \frac{\sqrt{3}}{3} \times 10^{-6} \text{ C}$$



۳۹. گزینه ۳ درست است.

$u = \frac{q^2}{2C}$  چون بار مثبت است و ظرفیت K برابر شده است. پس u،  $\frac{1}{K}$  برابر می شود.

کاهش ولتاژ همراه با کاهش انرژی است.

$$C = K \epsilon_0 \frac{A}{d}$$

۴۰. گزینه ۴ درست است.

انرژی با  $V^2$  متناسب است چون انرژی نصف شده، پس V،  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  برابر می شود.

$$u_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} C V^r \quad u_r = \frac{1}{\sqrt{2}} u_1$$

$$\frac{u_r}{u_1} = \frac{\frac{1}{\sqrt{2}} C V_r^r}{\frac{1}{\sqrt{2}} C V_1^r} \Rightarrow \frac{u_r}{u_1} = \frac{V_r^r}{V_1^r}$$

$$V_r^r = \frac{V_1^r}{\sqrt{2}} \Rightarrow V_r = \frac{V_1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2} V_1}{2}$$

۴۱. گزینه ۱ درست است.

به دلیل چگالی و تراکم بار در نقطه A، گزینه ۱ درست است.

۴۲. گزینه ۴ درست است.

نزدیک به صفحه + بیشترین پتانسیل را با بیشترین انرژی دارد.

۴۳. گزینه ۲ درست است.

۴۴. گزینه ۳ درست است.

۴۵. گزینه ۲ درست است.

بعد اولیه یعنی در  $t = 0$

$$y_0 = \alpha_0 \sin(\omega \times 0 - \frac{\pi}{6}) = \alpha_0 \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2} \alpha_0$$

۴۶. گزینه ۳ درست است.

چون در مرکز نوسان بعد صفر است، پس شتاب صفر و سرعت بیشترین مقدار است.

۴۷. گزینه ۱ درست است.

$$A = 0.1 \text{ m}$$

$$x = 0.1 \sin \frac{\pi}{\lambda} t \Rightarrow \omega = \frac{\pi \text{ rad}}{\lambda \text{ s}}$$

$$F_{\max} = m a_{\max} = m A \omega^2 = 1 \times 0.1 \times \left(\frac{\pi}{\lambda}\right)^2 = 1 \times \frac{1}{100} \times \frac{\pi^2}{64}$$

$$F_{\max} = \frac{\pi^2}{6400} \text{ N}$$

۴۸. گزینه ۳ درست است.

$$\lambda = \frac{V}{f} \Rightarrow V = f \cdot \lambda = 2 \times 0.1 = 0.2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۴۹. گزینه ۱ درست است.

وقتی سرعت اولی صفر باشد یعنی در انتهای مسیر است و دیگری که سرعت max دارد، در وضع تعادل است، پس اختلاف فاز  $\frac{\pi}{2}$  است.

۵۰. گزینه ۴ درست است.

$$T = 0.4 \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0.4} = 5\pi$$

$$A = 0.2 \text{ m} \quad a = A \omega^2 = \frac{2}{100} \times (5\pi)^2 = \frac{2}{100} \times 25\pi^2 = \frac{\pi^2}{2}$$

۵۱. گزینه ۲ درست است.

سرعت و طول موج نور در هوا بیشتر از سرعت و طول موج در آب است. ولی در مورد صوت برخلاف نور، سرعت و طول موج در آب بیشتر از هوا است.

۵۲. گزینه ۳ درست است.

$$B = 10 \text{ dB} \log \frac{I}{I_0} \quad \text{تراز شدن صوت}$$

$$B_1 = 10 \log \frac{I_1}{I_0}, \frac{I_1}{I_0} = \frac{\frac{1}{R_1^2}}{\frac{1}{R_2^2}} = \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2 = \left(\frac{2R_1}{R_1}\right)^2 = 4$$

$$B_2 = 10 \log \frac{I_2}{I_0} = 10 \log \frac{\frac{1}{4} I_1}{I_0} = 10 \log \frac{I_1}{I_0} + 10 \log \frac{1}{4}$$

$$B_2 = 10 \log \frac{I_1}{I_0} - 10 \log 4 = 48 \text{ dB} - 6 \text{ dB} = 42 \text{ dB}$$

۵۳. گزینه ۱ درست است.

۵۴. گزینه ۳ درست است.

۵۵. گزینه ۴ درست است.

### شیمی

۵۶. گزینه ۲ درست است.

زیرا یون  $\text{Fe}^{3+}$  و  $\text{Mn}^{2+}$ ، کاتیون‌هایی با آرایش الکترون  $3d^5$  دارند.

۵۷. گزینه ۴ درست است.

زیرا در یک دوره با افزایش عدد اتمی، اختلاف شعاع اتمی عنصرها کاهش می‌یابد.

۵۸. گزینه ۱ درست است.

زیرا این عنصرها دسته f بوده و همگی فلزاند.

۵۹. گزینه ۴ درست است.

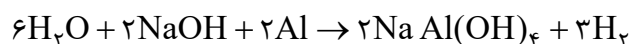
زیرا این عنصر نافلز بوده و آنیون تشکیل می‌دهد.

۶۰. گزینه ۲ درست است.

زیرا داریم:  $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6$  :  $\text{Mn}^{7+}$  که فاقد الکترون با  $n+1 = 5$  است.

۶۱. گزینه ۳ درست است.

زیرا داریم:



$2 \times 27 \text{ g Al}$	$2 \times 40 \text{ g NaOH}$	$x = 0,8 \text{ g NaOH}$
$0,54 \text{ g Al}$	$x$	

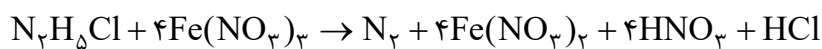
$2 \times 27 \text{ g Al}$	$3 \times 22,4 \text{ LH}_2$	$y \approx 0,67 \text{ L}$
$0,54 \text{ g Al}$	$g$	

۶۲. گزینه ۱ درست است.

زیرا فقط واکنش  $Fe + Cu(NO_3)_2$  انجام پذیر است.

۶۳. گزینه ۴ درست است.

زیرا داریم:



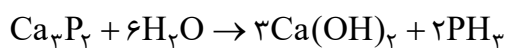
$68.5g N_2H_5Cl$	$4 \text{ mol } Fe(NO_3)_3$
$x$	$250 \text{ mL} \times \frac{0.2 \text{ mol}}{1000 \text{ mL}}$

$$x \approx 0.856g(1000 \text{ mL در})$$

$$\text{درصد جرمی} = \frac{0.856g}{100g} \times 100 = 0.856\%$$

۶۴. گزینه ۲ درست است.

زیرا داریم:

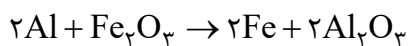


$182g Ca_3P_2$	$2 \times 22400 \text{ mL } PH_3$	$x = 1365g$
$x$	$336 \text{ mL } PH_3$	

$$\text{درصد خلوص} = \frac{1365}{5} \times 100 = 27.3\%$$

۶۵. گزینه ۱ درست است.

زیرا داریم:



$2 \times 27g Al$	$160g Fe_2O_3$
$100g Al$	$x$

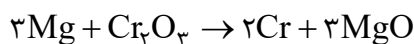
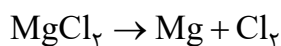
$$x = 296.3g$$

$2 \times 27g Al$	$2 \times 56g Fe$
$100g Al$	$y$

$$y = 207.4$$

۶۶. گزینه ۳ درست است.

زیرا داریم:



$3 \times 95g MgCl_2$	$2 \times 52g Cr$
$x$	$1000g Cr$

$$x \approx 2740$$

۶۷. گزینه ۳ درست است.

زیرا داریم:

$$C_8H_{18} \rightarrow 8CO_2 \quad \text{(به طور خلاصه):}$$

$114g C_8H_{18}$	$8 \times 44g CO_2$
$20g C_8H_{18}$	$x$

$$x \approx 61.8g CO_2$$

۶۸. گزینه ۱ درست است.

زیرا این آلکان‌ها شامل متان، اتان، پروپان و بوتان است و داریم:

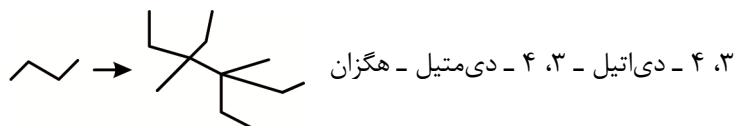
$$\text{جرم مخلوط} = 16 + 30 + 44 + 58 = 148g$$

$$2 \text{ mol HCN} = 54g$$

$$\text{نسبت جرمی} = \frac{148}{54} \approx 2.74$$

۶۹. گزینه ۲ درست است.

زیرا داریم:



۷۰. گزینه ۳ درست است.

زیرا داریم:

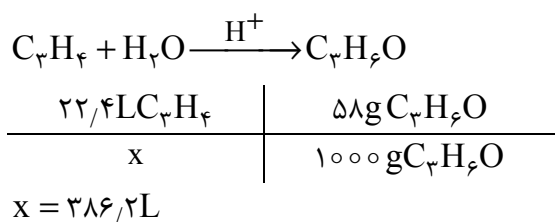
$$C_6H_8 + Br_2 \rightarrow C_6H_8Br_2$$

$56g C_6H_8$	$216g C_6H_8Br_2$	$x \approx 13g$
$x$	$50g C_6H_8Br_2$	

$$\text{درصد جرمی} = \frac{13g}{25g} \times 100 = 52\%$$

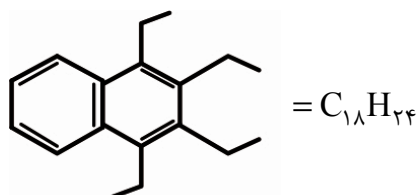
۷۱. گزینه ۴ درست است.

زیرا داریم:



۷۲. گزینه ۲ درست است.

زیرا داریم:



۷۳. گزینه ۱ درست است.

زیرا داریم: (در شرایط انفجار، درصد حجمی گاز متان ۵٪ است.)

$$\text{حجم کل آپارتمان} = 10 \times 8 \times 3 = 240 m^3$$



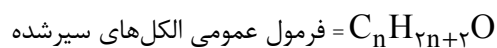
$$\text{حجم گاز متان برای شرایط انفجار} = 240 \text{ m}^3 \times \frac{5}{100} = 12 \text{ m}^3 = 12000 \text{ L}$$

۷۴. گزینه ۳ درست است.

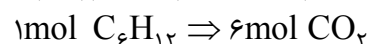
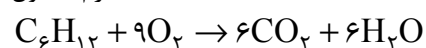
زیرا فرمول مولکولی هر دو  $\text{C}_9\text{H}_{18}$  است.

۷۵. گزینه ۳ درست است.

زیرا داریم:



$$12n + 2n + 2 + 16 = 102 \text{ g} \quad \Rightarrow n = 6$$



۷۶. گزینه ۴ درست است.

۷۷. گزینه ۱ درست است.

زیرا گرافیت به صورت حلقه‌های آروماتیک کربن خالص متصل به هم است.

۷۸. گزینه ۲ درست است.

زیرا  $\text{SCl}_4$  و  $\text{N}_2\text{O}_3$  نامتقارن بوده و قطبی‌اند.

۷۹. گزینه ۱ درست است.

زیرا هرچه کاتیون و آنیون بزرگ‌تر باشند، فاصله هسته آن‌ها بیشتر می‌شود.

۸۰. گزینه ۴ درست است.

زیرا هم کاتیون کوچک‌تری نسبت به  $\text{Fe}^{3+}$  داشته و بار آنیون  $\text{O}^{2-}$  نسبت به  $\text{Cl}^-$  بیشتر است.



شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان  
سازمان پیش آموزش کشور



# آزمون‌های آزمایشی سنجش

ویژه آمادگی  
دانش آموزان  
پایه دوازدهم



آنلاین و حضوری

۱۴ نوبت آزمون

۴

نوبت آزمون  
جامع

۸

نوبت آزمون  
مرحله ای

۲

نوبت آزمون  
تابستانه

صدای داوطلب ۹۶۶ ۴۲ ۰۲۱- | ثبت نام گروهی دبیرستان ها ۳- ۷۹۱ ۴۴ ۸۸۸ ۰۲۱-

sanjeshserv.ir | sanjesheducationgroup | @sanjeshserv