مشاوره تحصیلی هیوا

تخصصی ترین سایت مشاوره کشور

مشاوره تخصصی ثبت نام مدارس ، برنامه ریزی درسی و آمادگی برای امتحانات مدارس

برای ورود به صفحه مشاوره مدارس کلیک کنید

برای ورود به صفحه نمونه سوالات امتحانی کلیک کنید

تماس با مشاور تحصیلی مدارس

۹۰۹۹۰۷۱۷۸۹

تماس از تلفن ثابت

۹- باید عرض نقاط تابع از عرض نقاط خط کوچک‌تر باشد:

$$\frac{x+۲}{۲-x}<۳$$

با حل نامعادله از روش تعیین علامت، جواب‌های x مشخص خواهد شد:

$$\frac{x+۲}{۲-x}-۳<۰ \rightarrow \frac{x+۲-۳(۲-x)}{۲-x}<۰ \rightarrow \frac{۴x-۴}{۲-x}<۰$$

ریشه‌های صورت و مخرج را مشخص کرده و جدول تشکیل می‌دهیم:

$$۴x-۴=۰ \rightarrow x=۱$$
$$۲-x=۰ \rightarrow x=۲$$

x		۱		۲	
$۴x-۴$	-	۰	+		+
$۲-x$	+		+	۰	-
P	-	۰	+	ت ن	-

بنابراین پاسخ مجموعه‌ی $(-\infty,۱)\cup(۲,+\infty)$ است.

۱۰- مشابه نمونه‌های جزوه:

باید دو شرط $\Delta<۰$ و $a<۰$ همزمان برقرار باشند. پس:

$$a<۰ \rightarrow ۲m-۱<۰ \rightarrow m<\frac{۱}{۲}$$

$$\Delta<۰ \rightarrow (-۴)^۲-۴(۲m-۱)(-۳)<۰ \rightarrow ۱۶+۲۴m-۱۲<۰ \rightarrow ۲۴m<-۴ \rightarrow m<-\frac{۱}{۴}$$

اکنون با اشتراک گیری از جواب‌های $m<\frac{۱}{۲}$ و $m<-\frac{۱}{۴}$ جواب نهایی عبارت است از:

$$\{m:\ m<-\frac{۱}{۴}\}=(-\infty,-\frac{۱}{۴})$$

۱۱- باید عرض نقاط همواره مثبت باشد، یعنی: عبارت $x^۲+۲ax+۱$ همواره مثبت باشد. مشابه تمرین قبل:

باید دو شرط $\Delta<۰$ و $a>۰$ همزمان برقرار باشند. چون $a=۱$ مثبت است، شرط $a>۰$ خود به خود برقرار بوده و بنابراین فقط شرط $\Delta<۰$ را بررسی می‌کنیم:

$$\Delta<۰ \rightarrow (۲a)^۲-۴(۱)(۱)<۰ \rightarrow ۴a^۲<۴ \rightarrow a^۲<۱ \rightarrow -۱<a<۱$$

۱۲- از روش تعیین علامت:

$$\frac{۱}{x-x^۲} \geq ۴ \rightarrow \frac{۱}{x-x^۲} - ۴ \geq ۰ \rightarrow \frac{۱-۴x+۴x^۲}{x-x^۲} \geq ۰ \rightarrow \frac{(۲x-۱)^۲}{x-x^۲} \geq ۰$$

ریشه‌های صورت و مخرج را مشخص کرده و جدول تشکیل می‌دهیم:

$$(۲x-۱)^۲ = ۰ \rightarrow x = \frac{۱}{۲}$$

$$x-x^۲ = ۰ \rightarrow x(۱-x) = ۰ \rightarrow x = ۰ , x = ۱$$

x		۰		$\frac{۱}{۲}$		۱	
$(۲x-۱)^۲$	+		+	۰	+		+
$x-x^۲$	-	۰	+		+	۰	-
P	-	ت ن	+	۰	+	ت ن	-

بنابراین پاسخ مجموعه‌ی $(۰,۱)$ است.

۱۳- مشابه نمونه‌ی جزوه، خط $y=-۱$ خطی افقی است و فقط در یک حالت می‌تواند بر سهمی مماس شود:

باید عرض رأس سهمی برابر ۱- باشد. طول رأس:

$$x = -\frac{b}{۲a} = -\frac{-۱}{۲(۲)} = \frac{۱}{۴}$$

مقدار بدست آمده را در معادله جای x قرار می‌دهیم تا مقدار عرض سهمی بدست آید:

$$y = ۲(\frac{۱}{۴})^۲ - \frac{۱}{۴} + a = \frac{۲}{۱۶} - \frac{۱}{۴} + a = -\frac{۱}{۸} + a$$

اکنون عرض رأس سهمی را برابر ۱- قرار می‌دهیم:

$$-\frac{۱}{۸} + a = -۱ \rightarrow a = -۱ + \frac{۱}{۸} = -\frac{۷}{۸}$$

۱۴ و ۱۵ و ۱۶- با پوزش، این سه تمرین تکرار شده‌اند!

۱۷- به آسانی ابتدا عدد ۲- و سپس ضریب x را حذف می‌کنیم:

$$-۱ \leq ۳x-۲ \leq ۱ \xrightarrow{+۲} ۱ \leq ۳x \leq ۳ \xrightarrow{\div ۳} \frac{۱}{۳} \leq x \leq ۱$$

بنابراین مجموعه جواب بازه‌ی $[\frac{۱}{۳},۱]$ است.

دانش‌آموزگرامی:

این قسمت را فقط در صورتی ببینید که قصد مقایسه‌ی پاسخ خود با پاسخ‌های صحیح را دارید!

۱- به پاسخ هر قسمت توجه کنید:

- مورد اول: باید مؤلفه‌ها را به ترتیب با هم برابر قرار دهیم:

$$\begin{cases} ۲b=۴ \rightarrow b=۲ \\ a+b=-۱ \end{cases} \rightarrow \quad a+۲=-۱ \Rightarrow \quad a=-۳$$

- مورد دوم: مشابه مورد قبل:

$$\begin{cases} ۲^{a}=۶۴ \\ ۳^{-b+۲}=\frac{۱}{۸۱} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} ۲^{a}=۲^{۶} \\ ۳^{-b+۲}=\frac{۱}{۳^{۴}} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} ۲^{a}=۲^{۶} \\ ۳^{-b+۲}=۳^{-۴} \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} a=۶ \\ -b+۲=-۴ \end{cases} \rightarrow -b+۲=-۴ \Rightarrow b=۶$$

- مورد سوم: مشابه مورد قبل:

$$\begin{cases} a^{۲}-۲a=-۱ \\ ۲a+b=-۱۱ \end{cases}$$

از معادله‌ی اول داریم:

$$a^{۲}-۲a+۱=۰ \rightarrow (a-۱)^{۲}=۰ \Rightarrow a=۱$$

این مقدار را در معادله‌ی دوم قرار داده تا b بدست آید:

$$۲(۱)+b=-۱ \Rightarrow b=-۳$$

۲- هرجا مؤلفه‌های اول یکسان داشته باشیم، باید مؤلفه‌های دوم برابر قرار گیرند:

$$(-۱,a^{۲}-۱),(-۱,۳): \quad a^{۲}-۱=۳ \qquad \text{و} \qquad (۵,۰),(۵,a+b): \quad a+b=۰$$

از معادله‌ی سمت راست داریم:

$$a^{۲}-۱=۳ \rightarrow a^{۲}=۴ \Rightarrow a=\pm ۲$$

توجه کنید که جواب $a=۲$ قابل قبول نیست، زیرا با جایگذاری دو زوج $(۲,۱)$ و $(۲,۳)$ موجود شده که در تابع امکان ندارد.

بنابراین فقط $a=-۲$ قبول شده و در نتیجه از معادله‌ی سمت چپ بالا:

$$a=-۲: \quad -۲+b=۰ \Rightarrow b=۲$$

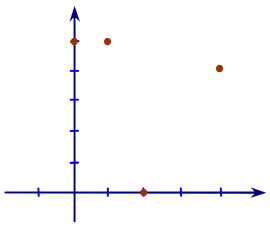
بالاخره این که:

$$۲a-b=۲(-۲)-(۲)=-۶$$

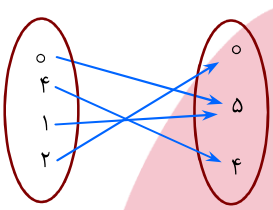
۳- تابع f به صورت زوج‌های مرتب چنین است:

$$f=\{(۲,۰),(۱,۵),(۰,۵),(۴,۴)\}$$

نقاط را در دستگاه مشخص می‌کنیم:



نمودار ون هم به روش جزوه رسم می‌شود:



دامنه مجموعه مؤلفه‌های اول به صورت $D_f=\{۰,۱,۲,۴\}$ و برد مجموعه مؤلفه‌های دوم به صورت $R_f=\{۰,۵,۴\}$ است.

در پایان: چون مقدار $f(۲)=۰$ است، بنابراین:

$$f(f(۲))=f(۰)=۵$$

به صورت مشابه $f(f(۴))=f(۴)=۴$ است.

۴- چون عدد $-۲^۲=-۴$ عددی منفی است، مقدار $f(-۲^۲)$ از ضابطه‌ی پایین بدست می‌آید:

$$f(-۲^۲)=f(-۴)=(-۴)^۲+۱=۱۷$$

در نتیجه:

$$f(f(-۲^۲))=f(f(-۴))=f(۱۷)=-۲$$

۵- مشابه تمرین قبل:

$$f(\sqrt{۲}+۲)=(\sqrt{۲}+۲)-\sqrt{۲}=۲$$

همچنین، چون $\sqrt{۲}\cong ۱/۴$ از ۱ بزرگ‌تر است:

$$f(۰)=۰+\sqrt{۲}=\sqrt{۲} \Rightarrow f(f(۰))=f(\sqrt{۲})=\sqrt{۲}-\sqrt{۲}=۰$$

۶- با مقایسه‌ی $f(۲x-۱)$ و $f(-۵)$ قرار می‌دهیم:

$$۲x-۱=-۵ \rightarrow ۲x=-۴ \Rightarrow x=-۲$$

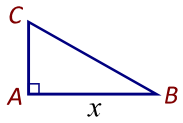
بنابراین در ضابطه‌ی $f(۲x-۱)=۱-x$ کافی است جای x مقدار ۲- قرار گیرد:

$$f(۲x-۱)=۱-x \xrightarrow{x=-۲} f(-۵)=۱-(-۲)=۳$$

۷- باید $f(-۲)=۷$ و $f(۱)=۳$ برقرار باشند:

$$f(-۲)=۷ \rightarrow ۲m(-۲)^۲-۱=۷ \rightarrow ۸m=۸ \Rightarrow m=۱$$
$$f(۱)=۳ \rightarrow (۱)^۳+n=۳ \Rightarrow n=۳-۱=۲$$

۸- چون AC بر AB عمود است، طبق فرمول مساحت مثلث:



$$S_{\Delta ABC}=\frac{۱}{۲}\times AB\times AC \rightarrow ۲۸=\frac{۱}{۲}\times x\times AC$$
$$\rightarrow x\times AC=۵۶ \Rightarrow AC=\frac{۵۶}{x}$$

اکنون رابطه‌ی فیثاغورس را بکار می‌بریم:

$$BC^۲=AB^۲+AC^۲ \rightarrow BC^۲=\left(\frac{۵۶}{x}\right)^۲+x^۲$$
$$\Rightarrow BC=\sqrt{\left(\frac{۵۶}{x}\right)^۲+x^۲}$$

۹- چون دامنه $\{-۱,۳\}$ است، دو حالت می‌تواند رخ دهد:

۱) اگر داشته باشیم $۲a-۱=-۱$ و $b+۲=۳$. در این صورت $a=۰$ و $b=۱$ بوده و f به صورت زیر خواهد شد:

$$f=\{(-۱,۵),(-۱,-۱),(۳,۵)\}$$

چون این رابطه تابع نیست، پس این حالت قابل قبول نیست.

۲) اگر داشته باشیم $۲a-۱=۳$ و $b+۲=-۱$. در این صورت $a=۲$ و $b=-۳$ بوده و f به صورت زیر خواهد شد:

$$f=\{(۳,۵),(-۱,۵),(-۱,۵)\}=\{(۳,۵),(-۱,۵)\}$$

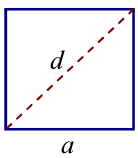
این حالت مورد قبول بوده و برد $R_f=\{۵\}$ است.

۳) اگر داشته باشیم $۲a-۱=۳$ و $b+۲=۳$. در این صورت $a=۲$ و $b=۱$ بوده و f به صورت زیر خواهد شد:

$$f=\{(۳,۵),(-۱,۱),(۳,۵)\}$$

این حالت نیز مورد قبول بوده و برد $R_f=\{۱,۵\}$ است. بنابراین: تمرین داده شده دارای ۲ حالت جواب است.

۱۰- به مربع مقابل توجه کنید:



می‌دانیم مساحت به صورت $S=a\times a=a^۲$ و طول قطر با استفاده از رابطه‌ی فیثاغورس:

$$d^۲=a^۲+a^۲ \Rightarrow d^۲=۲a^۲$$

اکنون پاسخ موارد خواسته شده:

- مساحت به عنوان تابعی از a به صورت $S(a)=a^۲$ است.
- مساحت به عنوان تابعی از قطر:

چون $d^۲=۲a^۲$ است، در نتیجه $a^۲=\frac{d^۲}{۲}$ و آن را در فرمول مساحت مربع قرار می‌دهیم:

$$S=a^۲ \Rightarrow S(d)=\frac{d^۲}{۲}$$

۱۱- تابع خطی را به صورت مجهول در نظر می‌گیریم:

$$y=ax+b$$

اکنون کافی است دو نقطه از جدول را در فرمول تابع قرار دهیم:

$$(۱,۰):\begin{cases}x=۱\\y=۰\end{cases}\rightarrow\ ۰=a(۱)+b\ \Rightarrow\ a+b=۰$$

$$(۴,۱):\begin{cases}x=۴\\y=۱\end{cases}\rightarrow\ ۱=a(۴)+b\ \Rightarrow\ ۴a+b=۱$$

از حل دستگاه $\begin{cases}a+b=۰\\۴a+b=۱\end{cases}$ خواهیم داشت $a=\frac{۱}{۳}$ و $b=-\frac{۱}{۳}$ و بنابراین معادله‌ی تابع خطی چنین است:

$$y=\frac{۱}{۳}x-\frac{۱}{۳}$$

۱۲- به آسانی می‌توان چنین توابعی نوشت:

$$g=\{(۲,۳),(-۱,۵)\}\quad\text{و}\quad f=\{(-۱,۳),(۲,۵)\}$$

مشاهده می‌کنید که دامنه‌ی هر دو تابع $\{۲,-۱\}$ و برد هر دو $\{۳,۵\}$ است.

۱۳- مشابه تمرین ۱۱ مقادیر ۱ و ۲- را در ضابطه قرار داده و دستگاه حاصل را حل می‌کنیم:

$$f(۱)=۵\rightarrow\begin{cases}x=۱\\y=۵\end{cases}\rightarrow\ ۵=(۱)^{۳}+۲(۱)^{۲}+a(۱)+b\ \Rightarrow\ a+b=۲$$

$$f(-۲)=-۱\rightarrow\begin{cases}x=-۲\\y=-۱\end{cases}\rightarrow\ -۱=(-۲)^{۳}+۲(-۲)^{۲}+a(-۲)+b\ \Rightarrow\ -۲a+b=-۱$$

از حل دستگاه $\begin{cases}a+b=۲\\-۲a+b=-۱\end{cases}$ خواهیم داشت $a=۱$ و $b=۱$ و بنابراین:

$$۳a-۲b=۳(۱)-۲(-۱)=۵$$