



# مشاوره تحصیلی هیوا

تخصصی ترین سایت مشاوره کشور

مشاوره تخصصی ثبت نام مدارس ، برنامه ریزی درسی و آمادگی  
برای امتحانات مدارس

برای ورود به صفحه مشاوره مدارس کلیک کنید

برای ورود به صفحه نمونه سوالات امتحانی کلیک کنید

تماس با مشاور تحصیلی مدارس

۹۰۹۹۰۷۱۷۸۹



تماس از تلفن ثابت

## هیوا تخصصی ترین سایت مشاوره کشور

به نام او

مرحله‌ی دوم بیست و چهارمین المپیاد ریاضی کشور، ۱۳۸۵

روز اول

۱. فرض کنید دایره‌ی  $C_p$  از مرکز دایره‌ی  $C_1$  گذشته و آن را در نقاط  $M$  و  $N$  قطع کرده است. نشان دهید اگر نقاط  $A$  و  $B$  دو سر قطر دل‌خواهی از  $C_1$  و  $A'$  و  $B'$  محل تقاطع خط‌های  $AM$  و  $BN$  با دایره‌ی  $C_p$  باشند،  $A'B'$  برابر شعاع دایره است.

۲. همه‌ی چندجمله‌ای‌های با ضرایب حقیقی  $P(x, y)$  را بیابید که برای هر  $x$  و  $y$  حقیقی داشته باشیم:

$$P(x + y, x - y) = 2P(x, y)$$

۳. در طول شب، ستاره‌های آسمان، در بازه‌های زمانی مختلف، قابل رؤیت هستند. فرض کنید از بین هر  $k$  ستاره ( $k > 1$ )، دست‌کم دو تایشان را می‌توان در یک لحظه در آسمان دید. نشان دهید می‌توانیم  $k - 1$  عکس در لحظات مختلف از سرتاسر آسمان بگیریم که هر کدام از آن ستاره‌ها، دست‌کم در یکی از عکس‌ها دیده شود. (تعداد ستاره‌ها متناهی است. لحظاتی را که ستاره‌ی  $i$ ام در آسمان دیده می‌شود بازه‌ی بسته‌ی  $[a_i, b_i]$  بنامید که در آن  $a_i < b_i$ ).

## هیوا تخصصی ترین سایت مشاوره کشور

به نام او

مرحله‌ی دوم بیست و چهارمین المپیاد ریاضی کشور، ۱۳۸۵

روز دوم

۴. الف) عدد طبیعی  $m$  بزرگ‌تر از یک است. ثابت کنید تنها متناهی عدد طبیعی مانند  $n$  وجود دارد که  $1 + mn$  بر  $m + n$  بخش پذیر است.

ب) برای اعداد طبیعی متمایز  $m, n > 2$  ثابت کنید دنباله‌ی  $(a_0, a_1, \dots, a_k)$  از اعداد طبیعی بزرگ‌تر از ۲ موجود است که  $a_0 = m$  و  $a_k = n$  و برای هر  $(i = 0, 1, \dots, k-1)$  داریم

$$a_i + a_{i+1} \mid a_i a_{i+1} + 1$$

۵. نقاط  $A, B, C$  و  $D$  با همین ترتیب، روی دایره‌ای قرار دارند. نشان دهید تعداد نقطه‌های روی دایره، مانند  $M$  که  $\frac{MA}{MB} = \frac{MD}{MC}$  چهار تاست و به علاوه قطرهای چهارضلعی حاصل از آن نقطه‌ها بر هم عمود هستند.

۶. تعدادی کتاب روی هم قرار گرفته‌اند. فردی ابتدا کتاب بالایی را پشت و رو می‌کند. سپس دو کتاب بالایی را هم‌زمان پشت و رو می‌کند. بعد سه کتاب بالایی را هم‌زمان پشت و رو می‌کند و الی آخر. پس از این که به آخرین کتاب رسید همان کار را از ابتدا شروع می‌کند. ثابت کنید پس از تعداد جابه‌جایی، کتاب‌ها دقیقاً به همان وضع اول برمی‌گردند.

