



# مشاوره تحصیلی هپوا

تخصصی ترین سایت مشاوره کشور

مشاوره تخصصی ثبت نام مدارس ، برنامه ریزی درسی و آمادگی  
برای امتحانات مدارس

برای ورود به صفحه مشاوره مدارس کلیک کنید

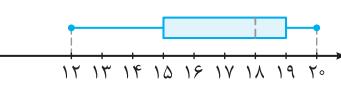
برای ورود به صفحه نمونه سوالات امتحانی کلیک کنید

تماس با مشاور تحصیلی مدارس

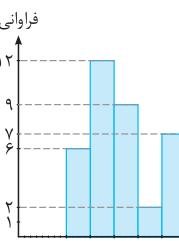
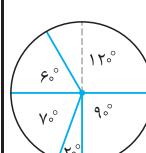
۹۰۹۹۰۷۱۷۸۹

تماس از تلفن ثابت

سوالات امتحان درس: آمار و احتمال	ساعت شروع:	رشته: ریاضی و فیزیک	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
سال یازدهم دوره دوم متوسطه	امتحان پایان سال		

ردیف	سوالات	نمره												
۱	ارزش هر یک از گزاره‌های سوری زیر را مشخص کرده و سپس نقیض هر یک را بنویسید. $r: \exists x \in \mathbb{R} : \frac{4x-1}{4} = \frac{3x+2}{3}$ $p: \forall x \in \mathbb{N} : x^2 + 1 > x + 1$ $q: \exists x \in \mathbb{N} : 1 < x < 4$	۱/۵												
۲	با استفاده از قوانین جبر مجموعه‌ها ثابت کنید: $(A' - B) \cup (B' \cup A)' = A'$	۱												
۳	مجموعه‌های $\{x^k \mid x \in \mathbb{N}, k \leq 1\}$ و $A = \{2^k \mid k \in \mathbb{W}, k \leq 3\}$ مفروض‌اند: آ) $A \times B$ را با نوشتن عضوها مشخص کنید. ب) مجموعه $A^3 - (A \times B)$ را با نوشتن عضوها مشخص کنید.	۱												
۴	سه ظرف یک شکل داریم که در ظرف اول ۵ مهره سفید و ۳ مهره قرمز و در ظرف دوم ۴ مهره سفید و ۴ مهره قرمز و در ظرف سوم همه مهره‌ها قرمزند. یک ظرف را به تصادف انتخاب و مهره‌های را از آن خارج نموده‌ایم. احتمال آن را باید که مهره انتخابی قرمز باشد.	۱/۵												
۵	یک شرکت نفتی آزمایشات خود را در دو منطقه دنبال می‌کند. مدیران شرکت، احتمال وجود نفت در منطقه اول را $6/10$ و در منطقه دوم $7/10$ می‌دانند. احتمال این‌که حداقل در یک منطقه نفت وجود داشته باشد، چقدر است؟	۱												
۶	سکه‌ای همگن را سه بار می‌اندازیم، اگر $A$ پیشامد رخ دادن پشت در پرتاب سوم و $B$ پیشامد رخ دادن دقیقاً دو پشت در سه پرتاب سکه باشد، آ) $P(A)$ و $P(B)$ را محاسبه کنید. ب) آیا دو پیشامد $A$ و $B$ مستقل هستند؟	۲												
۷	احتمال اصابت موشکی به یک جنگنده $2/10$ است. با اصابت یک موشک، جنگنده سقوط می‌کند. احتمال این‌که در پرتاب چهارمین موشک، جنگنده سقوط کند، چقدر است؟	۱/۵												
۸	جاهاي خالي را با کلمات مناسب پر کنيد. آ) نمودار ميله‌اي برای متغيرهای ..... و ..... مناسب است. ب) نمودار دايره‌اي برای متغيرهای ..... و ..... مناسب است. ت) اگر واريانس برابر صفر باشد، آن‌گاه ..... نام دارد.	۱												
۹	جدول زیر مفروض است. نمودار بافت‌نگاشت و نمودار دايره‌اي را برای داده‌هارسم کنيد. <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"><tr><td style="text-align: center;">داده‌ها</td><td style="text-align: center;">۸-۱۲</td><td style="text-align: center;">۱۲-۱۶</td><td style="text-align: center;">۱۶-۲۰</td><td style="text-align: center;">۲۰-۲۴</td><td style="text-align: center;">۲۴-۲۸</td></tr><tr><td style="text-align: center;">فراوانی</td><td style="text-align: center;">۶</td><td style="text-align: center;">۱۲</td><td style="text-align: center;">۹</td><td style="text-align: center;">۲</td><td style="text-align: center;">۷</td></tr></table>	داده‌ها	۸-۱۲	۱۲-۱۶	۱۶-۲۰	۲۰-۲۴	۲۴-۲۸	فراوانی	۶	۱۲	۹	۲	۷	۲
داده‌ها	۸-۱۲	۱۲-۱۶	۱۶-۲۰	۲۰-۲۴	۲۴-۲۸									
فراوانی	۶	۱۲	۹	۲	۷									
۱۰	اگر ميانگين داده‌هاي $\frac{1}{2}x_1 - 1, \frac{1}{2}x_2 - 1, \dots, \frac{1}{2}x_n - 1$ برابر ۲۷ باشد، ميانگين داده‌هاي $x_1 - 3, x_2 - 3, \dots, x_n - 3$ را به دست آوريد.	۱												
۱۱	اگر نمودار جعبه‌ای زیر، نمرات درس آمار و احتمال یک کلاس را مشخص کند، مطلوب است:  آ) چارک اول و چارک سوم این نمودار ب) وجود ميانه در سمت راست جعبه نشانگر چه ويزگي از اين داده‌ها مي‌باشد? پ) چند درصد از دانش‌آموزان اين کلاس داراي نمرات درس آمار و احتمال ۱۵ و بيش تر از ۱۵ مي‌باشند؟	۱/۵												
۱۲	نوع هر یک از متغيرهای زیر را مشخص کنید. آ) هوش افراد يك كشور      ب) قيمت طلا در يك روز      پ) فاصله بين خانه تا مدرسه      ت) مراحل زندگي انسان	۱												
۱۳	مي خواهيم يك نمونه تصادفي از نمرات درس آمار و احتمال دانش‌آموزان شهر تهران تهييه کنيم. بهترین روش نمونه‌گيری چيست؟ (توضيح دهيد به چه صورتی امكان پذير است).	۱												
۱۴	انحراف معیار و ضریب تغییرات داده‌های رو به رو را پیدا کنید. $13, 13, 13, 14, 14, 16, 16, 16, 17, 18$	۱/۵												
۱۵	در يك نمونه ۱۰۰ عضوي، ميانگين برابر ۶۸ مي‌باشد. اگر انحراف معیار جامعه $\sigma = 5$ باشد، برآورد ميانگين با اطمینان ۹۵ درصد را به دست آوريد.	۱/۵												
	جمع نمره	۲۰												

	راهنمای تصحیح سوالات امتحان درس: آمار و احتمال	
	امتحان پایان سال	سال یازدهم دوره دوم متوسطه
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	<p>آ) گزاره <math>p</math> نادرست است، زیرا <math>\exists x \in \mathbb{N} : x^2 + 1 \leq x + 1 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow 1^2 + 1 \leq 1 + 1</math> و نقیض آن عبارت است از: <math>\neg p : \forall x \in \mathbb{N} : (x &lt; 1) \vee (x &gt; 1)</math></p> <p>ب) گزاره <math>q</math> به ازای <math>x = 3</math> درست است و نقیض آن به صورت مقابله است: <math>\frac{4x-1}{4} = \frac{3x+2}{3} \Rightarrow 12x - 3 = 12x + 8 \Rightarrow -3 = 8</math></p> <p>پ) گزاره <math>r</math> نادرست است. زیرا معادله طبق محاسبات مقابله جواب ندارد: <math>\frac{4x-1}{4} \neq \frac{3x+2}{3}</math> و نقیض آن به صورت مقابله است:</p>	۱/۵
۲	<p>تبدیل تفاضل به اشتراک <math>(A' - B) \cup (B' \cup A)' = (A' \cap B') \cup (B' \cup A)'</math></p> <p>فاکتورگیری <math>\overbrace{(A' \cap B') \cup (B \cap A')}^{\text{ذمودگان}} = (A' \cap B') \cup (A' \cap B) = A' \cap (B' \cup B) = A' \cap U = A'</math></p>	۱
۳	<p>آ) <math>A = \{1, 2\} = \{1, 2\}</math> ، <math>B = \{3, 2, 3\} = \{1, 4, 9\}</math></p> <p>ب) <math>A \times B = \{(1, 1), (1, 4), (1, 9), (2, 1), (2, 4), (2, 9)\}</math> ، <math>A^2 = A \times A = \{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2)\}</math></p> <p><math>(A \times B) - A^2 = \{(1, 4)(1, 9), (2, 4), (2, 9)\}</math></p>	۱
۴	<p><math>A</math> : پیشامد قرمز بودن مهره انتخابی  <math>B_1</math> : پیشامد انتخاب مهره از ظرف اول  <math>B_2</math> : پیشامد انتخاب مهره از ظرف دوم</p> <p>چون احتمال انتخاب یک مهره از هر ظرف برابر <math>\frac{1}{3}</math> می‌باشد، پس <math>P(B_1) = P(B_2) = P(B_3) = \frac{1}{3}</math> با توجه به فرمول احتمال کل داریم:</p> $P(A) = P(B_1)P(A   B_1) + P(B_2)P(A   B_2) + P(B_3)P(A   B_3)$ $P(A) = \frac{1}{3} \times \frac{2}{8} + \frac{1}{3} \times \frac{4}{8} + \frac{1}{3} \times 1 = \frac{3+4+8}{24} = \frac{15}{24} = \frac{5}{8}$	۱/۵
۵	<p><math>P(A)</math> : احتمال وجود نفت در منطقه دوم ، <math>P(B)</math> : احتمال وجود نفت در منطقه اول</p> <p>دو منطقه مستقل از یکدیگر فرض می‌شوند، بنابراین احتمال این‌که هر دو چاه به نفت برسند، برابر است با:</p> $P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = \frac{1}{6} \times \frac{1}{7} = \frac{1}{42}$ <p>احتمال این‌که حداقل یکی از این دو منطقه به چاه نفت برسند:</p> $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{6} + \frac{1}{7} - \frac{1}{42} = \frac{1}{8}$	۱
۶	<p>آ) پیشامد رو آمدن را با «ر» و پیشامد پشت آمدن را با «پ» نشان می‌دهیم، داریم:</p> <p><math>S = \{(p, p, p), (r, r, p), (p, r, p), (r, p, r), (p, p, r), (r, r, r)\}</math></p> <p><math>A = \{(p, p, p), (p, p, r), (p, r, p), (r, p, p)\} \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}</math></p> <p><math>B = \{(p, p, r), (p, r, p), (r, p, p)\} \Rightarrow P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{3}{8}</math></p> <p><math>A \cap B = \{(p, p, r)\} \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{8} = \frac{1}{4}</math></p> <p>ب) دو پیشامد <math>A</math> و <math>B</math> مستقل نیستند.</p> $\frac{1}{4} = P(A \cap B) \neq P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{2} \times \frac{3}{8} = \frac{3}{16}$	۲
۷	<p>با توجه به مستقل بودن پرتاب هر موشک و متمم آن، یعنی موشک به جنگنده اصابت نکند، می‌توانیم احتمال این‌که در پرتاب چهارمین موشک، جنگنده سقوط کند را از فرمول زیر بدست آوریم:</p> $P(A') = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ $P(A' \cap A' \cap A' \cap A) = P(A')P(A')P(A')P(A) = \frac{\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}}{\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}} = \frac{1}{16}$	۱/۵
۸	<p>آ) کمی گسسته و کیفی</p> <p>ت) داده‌ها، همه با هم برایند.</p> <p>ب) کمی گسسته و کیفی</p> <p>پ) میانه</p>	۱

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۹	<p>در نمودار بافت نگاشت، داده‌ها را روی محور افقی و فراوانی را روی محور عمودی مشخص می‌کنیم:</p>  <p>در نمودار دایره‌ای ابتدا مجموع فراوانی‌ها را به دست می‌آوریم:</p> $\text{مجموع فراوانی} = 6 + 12 + 9 + 2 + 7 = 36$ <p>با توجه به زاویه مرکزی می‌توانیم هر قسمت را متناسب با فراوانی نسبی آن دسته طبق فرمول <math>\alpha = \frac{\text{فراوانی}}{36} \times 360^\circ</math> محاسبه کنیم:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>دسته اول: <math>\alpha = \frac{12}{36} \times 360^\circ = 120^\circ</math></li> <li>دسته دوم: <math>\alpha = \frac{6}{36} \times 360^\circ = 60^\circ</math></li> <li>دسته سوم: <math>\alpha = \frac{9}{36} \times 360^\circ = 90^\circ</math></li> <li>دسته چهارم: <math>\alpha = \frac{2}{36} \times 360^\circ = 20^\circ</math></li> <li>دسته پنجم: <math>\alpha = \frac{7}{36} \times 360^\circ = 70^\circ</math></li> </ul> 	۲
۱۰	<p>اگر میانگین داده‌های <math>x_1, x_2, \dots, x_n</math> را <math>\bar{x}</math> بگیریم، آن‌گاه میانگین داده‌های <math>5x_1 - 3, 5x_2 - 3, \dots, 5x_n - 3</math> برابر <math>5\bar{x} - 3</math> است، پس داریم:</p> $5\bar{x} - 3 = 27 \Rightarrow 5\bar{x} = 30 \Rightarrow \bar{x} = 6$ <p>در نتیجه میانگین داده‌های <math>1, \frac{1}{2}x_1 - 1, \dots, \frac{1}{2}x_n - 1</math> برابر است با:</p> $\frac{1}{2}\bar{x} - 1 = \frac{1}{2} \times 6 - 1 = 3 - 1 = 2$	۱
۱۱	<p>(آ) <math>Q_1 = 15</math> چارک اول      (ب) <math>Q_3 = 19</math> چارک سوم</p> <p>ب) میانه نشانگر آن است که ۵۰٪ نمرات در این بازه قرار دارند و بیانگر آن است که فشردگی در سمت راست میانه (<math>Q_2 = 18</math>) بیش‌تر است و پراکندگی نمرات در سمت چپ میانه بیش‌تر می‌باشد.</p> <p>ب) چون <math>Q_1 = 15</math> می‌باشد، در نتیجه ۷۵٪ دانش‌آموزان، دارای نمرات درس آمار و احتمال ۱۵ و بیش‌تر از ۱۵ می‌باشند.</p>	۱/۵
۱۲	<p>(آ) متغیر کیفی      (ب) متغیر کمی</p>	۱
۱۳	<p>بهترین روش، نمونه‌گیری خوش‌های است که می‌توانیم شهر تهران را به پنج ناحیه تقسیم کنیم، شمال، جنوب، شرق، غرب و مرکز یا می‌توانیم شهر تهران را همانند مناطق آموزش و پرورش آن، که ۱۹ منطقه دارد به ۱۹ منطقه تقسیم کنیم و از هر منطقه‌ای یک مدرسه به صورت تصادفی انتخاب کرده و نمرات درس آمار و احتمال دانش‌آموزان را جمع‌آوری کنیم.</p>	۱
۱۴	<p>ابتدا میانگین را به دست می‌آوریم:</p> $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n w_i x_i}{\sum_{i=1}^n w_i} \Rightarrow \bar{x} = \frac{3 \times 13 + 2 \times 14 + 3 \times 16 + 17 + 18}{10} = \frac{150}{10} = 15$ <p>سپس انحراف معیار را حساب می‌کنیم:</p> $\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n w_i (x_i - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^n w_i}} = \sqrt{\frac{3(13-15)^2 + 2(14-15)^2 + 3(16-15)^2 + (17-15)^2 + (18-15)^2}{10}}$ $= \sqrt{\frac{3 \times 4 + 2 \times 1 + 3 \times 1 + 4 + 9}{10}} = \sqrt{\frac{30}{10}} = \sqrt{3} \Rightarrow CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{3}}{15}$	۱/۵
۱۵	<p>با توجه به فرض‌های مسئله که <math>n = 100</math>، <math>\bar{x} = 68</math> و <math>\sigma = 5</math> داریم:</p> $\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow 68 - \frac{2 \times 5}{\sqrt{100}} < \mu < 68 + \frac{2 \times 5}{\sqrt{100}} \Rightarrow 68 - \frac{1}{5} < \mu < 68 + \frac{1}{5} \Rightarrow 67 < \mu < 69$ <p>بنابراین میانگین با اطمینان ۹۵ درصد جامعه در بازه (۶۷, ۶۹) قرار می‌گیرد.</p>	۱/۵
	جمع نمره	۲۰