

حسابان فصل چہارم

۹۱ سوال تستی و تشریحی

۱- در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید

الف) در دایره‌ی مثلثاتی ۵۵ رادیان در ناحیه‌ی قرار دارد.

ب) انتهای کمان زاویه $\frac{6\pi}{5}$ در ناحیه قرار دارد.

پ) یک رادیان برابر است با اندازه‌ی که طول کمان روبه‌روی آن با

ت) زاویه مرکزی روبه‌رو به کمانی به طول ۳ در دایره‌ای به شعاع ۵ برابر رادیان و درجه است.

۲- برای هریک از زاویه‌های زیر مشخص کنید که انتهای کمان در کدام ربع دایره مثلثاتی قرار می‌گیرد.

$$\theta = \frac{4\pi}{3} \text{ (الف)} \quad \theta = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} \text{ (ب)} \quad \theta = \frac{5\pi}{6} \text{ (پ)} \quad \theta = \frac{2\pi}{3} \text{ (ت)}$$

۳- کدام تساوی درست نیست؟

$$\text{الف) } \frac{3\pi}{4} = 135^\circ \text{ رادیان} \quad \text{ب) } \frac{3\pi}{8} = 67.5^\circ \text{ رادیان}$$

$$\text{پ) } \frac{4}{15} = 32^\circ \text{ رادیان} \quad \text{ت) } \frac{3}{4} = \left(\frac{135}{\pi}\right)^\circ$$

۴- مجموع و تفاضل دو زاویه به ترتیب 110° و $\frac{2\pi}{9}$ رادیان است. اندازه‌ی زاویه بزرگتر را بیابید.

۵- در جدول روبه‌رو جاهای خالی را پر کنید.

D	30°	75°
R	$\frac{2\pi}{4}$	$\frac{\pi}{5}$ $\frac{2\pi}{3}$

۶- الف) هر یک از زوایای زیر را به رادیان تبدیل کنید.

$$-331 \quad 54 \quad 96 \quad -207$$

ب) هریک از زوایای زیر را به درجه تبدیل کنید

$$\frac{4\pi}{3} \quad -\frac{2\pi}{7} \quad \frac{5\pi}{3} \quad \frac{8\pi}{9}$$

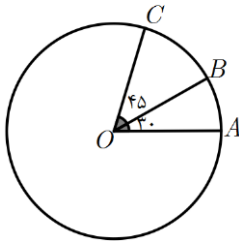
۷- انتهای کمان رو به رو به زاویه ۶- رادیان در کدام ناحیه قرار دارد؟

الف) اول ب) دوم پ) سوم ت) چهارم

۸- زاویه $\frac{\pi}{2}$ رادیان را در دایره‌ای به شعاع ۲ رسم کنید.

۹- انتهای کمان نظیر کدام زاویه در ناحیه سوم قرار ندارد؟

- الف) 56° ب) -52° پ) 93° ت) -92°



۱۰- در شکل مقابل طول کمان AB برابر 4π است. طول کمان BC کدام است؟

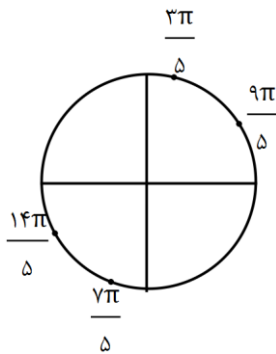
- الف) 6π ب) 2π
پ) 8π ت) 5π

۱۱- اندازه زاویه 75° بر حسب رادیان کدام است؟

- الف) $\frac{11\pi}{12}$ ب) $\frac{9\pi}{12}$ پ) $\frac{7\pi}{12}$ ت) $\frac{5\pi}{12}$

۱۲- انتهای کمان نظیر کدام زاویه درست نشان داده شده است؟

- الف) $\frac{3\pi}{5}$ ب) $\frac{7\pi}{5}$ پ) $\frac{9\pi}{5}$ ت) $\frac{14\pi}{5}$

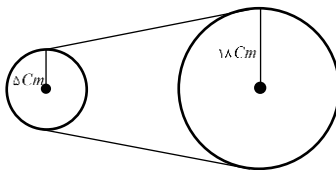


۱۳- اندازه یک زاویه بر حسب رادیان از $\frac{\pi}{80}$ برابر اندازه آن بر حسب درجه، $\frac{5\pi}{18}$ کم تر است. اندازه این زاویه بر حسب درجه کدام است؟

- الف) 35° ب) 40° پ) 50° ت) 55°

۱۴- دو قرقره به شعاع‌های 18 Cm و 5 Cm توسط یک تسمه به هم وصل شده‌اند. وقتی قرقره بزرگ $\frac{5\pi}{6}$ رادیان بچرخد، قرقره کوچک

چند دور می‌چرخد؟



۱۵- مخروطی با شعاع قاعده 6 Cm و ارتفاع 8 Cm را در نظر بگیرید. قطاع حاصل از شکل گسترده این مخروط چند رادیان است. مساحت

جانبی مخروط را بیابید.

۱۶- مخروطی با شعاع قاعده 4 Cm و ارتفاع 3 Cm را در نظر بگیرید. قطاع حاصل از شکل گسترده این مخروط چند رادیان است. مساحت جانبی مخروط را بیابید.

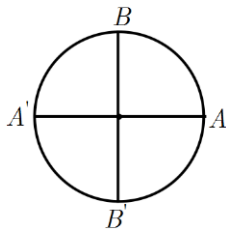
۱۷- در دایره‌ای به شعاع 7 ، طول کمان روبه رو به زاویه مرکزی 30° درجه را به دست آورید.

۱۸- در دایره‌ای به شعاع 10 ، طول کمان روبه رو به زاویه مرکزی $\frac{\pi}{8}$ را به دست آورید.

۱۹- مساحت قطاعی از دایره‌ای به شعاع 5 برابر 10π است. طول کمان این قطاع را به دست آورید.

۲۰- در دایره مثلثاتی شکل مقابل، انتهای کمان نظیر زاویه‌هایی که مضرب زوج 180° درجه هستند در نقطه و زاویه‌هایی

که مضرب فرد 180° درجه هستند، در نقطه ی قرار دارند. ←



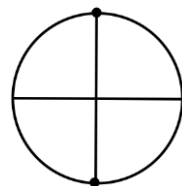
۲۱- انتهای کمان نظیر زاویه‌هایی که مضرب صحیحی از π هستند در کدام نقطه از دایره روبرو

است؟ ←

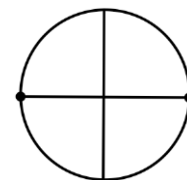
۲۲- اگر k عددی صحیح باشد، انتهای کمان رو به رو به زاویه‌هایی به شکل $k\pi + \frac{\pi}{2}$ در دایره مثلثاتی

مقابل روی کدام نقطه قرار می‌گیرد؟ ←

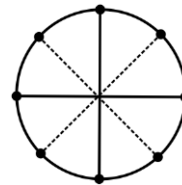
۲۳- انتهای کمان نظیر زاویه‌هایی به صورت $\frac{k\pi}{2}$ که k عددی صحیح است، در کدام شکل درست نشان داده شده است؟



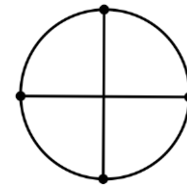
(ب)



(الف)

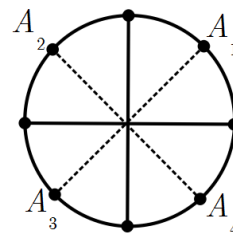


(ت)

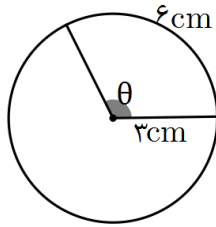


(پ)

۲۴- در شکل نقاط A_1 تا A_4 چه نقاطی را نشان می‌دهند؟



در شکل



۲۵- در شکل مقابل اندازه زاویه θ بر حسب رادیان چند است؟

- الف) ۴ (ب) ۱ (پ) $\frac{3}{2}$ (ت) ۲

۲۶- کدام گزینه با $\sin 55^\circ$ برابر نیست؟

- الف) $\cos(-35^\circ)$ (ب) $-\cos 145^\circ$
 پ) $-\sin 30.5^\circ$ (ت) $-\sin 215^\circ$

۲۷- حاصل عبارت $A = \frac{2 \sin(\pi + \alpha) - 4 \sin(\pi - \alpha)}{3 \cos(\pi + \alpha) - \cos(\pi - \alpha)}$ کدام است؟

- الف) $3 \tan \alpha$ (ب) $\frac{3}{2} \tan \alpha$ (پ) $-\tan \alpha$ (ت) $-3 \tan \alpha$

۲۸- حاصل عبارت $B = 2 \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) + 3 \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) + 4 \sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) + 5 \sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)$ کدام است؟

- الف) $2 \sin \alpha$ (ب) $4 \sin \alpha$ (پ) $-4 \cos \alpha$ (ت) $-2 \cos \alpha$

۲۹- اگر $a + b = \frac{\pi}{6}$ باشد، مقدار $\sin(3a + 2b) + \sin(9a + 8b)$ چقدر است؟

- الف) -۱ (ب) صفر (پ) ۱ (ت) ۲

۳۰- مقدار $\frac{1}{\sin 15^\circ} + \frac{1}{\cos 33^\circ}$ را بیابید.

۳۱- مقدار $\frac{-\sin^2 40^\circ - \cos^2 50^\circ + 1 - \sin 70^\circ}{\tan 40^\circ \tan 50^\circ - 1 - 2 \cos 20^\circ}$ چقدر است؟

- الف) -۱ (ب) $\frac{-1}{2}$ (پ) $\frac{1}{2}$ (ت) ۱

۳۲- به جای x چه عددی می توان گذاشت تا تساوی $\cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{3} - x\right)$ برقرار باشد؟

۳۳- اگر $\alpha = \frac{\pi}{16}$ ، مقدار $\frac{\sin 5\alpha \tan 2\alpha}{\cot 6\alpha \cos 3\alpha}$ چقدر است؟

- الف) ۱ (ب) ۲ (پ) $\frac{1}{2}$ (ت) $\frac{1}{4}$

۳۴- مقدار $\sin(32^\circ - x) - \cos(58^\circ + x)$ چقدر است؟

۳۵- مقدار عددی $A = \frac{4 \sin\left(\frac{5\pi}{2} + \frac{\pi}{3}\right) + 2 \cos\left(\frac{7\pi}{2} - \frac{\pi}{6}\right)}{3 \tan\left(\frac{5\pi}{2} - \frac{\pi}{3}\right) - 6 \cot\left(\frac{7\pi}{2} + \frac{\pi}{6}\right)}$ را بیابید.

۳۶- اگر $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 2 \sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)$ ، حاصل $\tan x$ کدام است؟

الف) ۱ ب) -۱ پ) -۲ ت) $-\frac{1}{2}$

۳۷- مقدار عددی عبارت $\frac{\cot(210^\circ) + \sin(-150^\circ)}{\Delta \cos\left(\frac{8\pi}{3}\right) + 3}$ را به دست آورید.

۳۸- مقدار عددی عبارت $\frac{\sin\left(-\frac{7\pi}{3}\right) + \frac{1}{2} \cot^2\left(\frac{3\pi}{4}\right)}{\tan\left(-\frac{5\pi}{6}\right)}$ را به دست آورید.

۳۹- مقدار عددی $A = 3 \sin \frac{3\pi}{4} + 5 \sin \frac{5\pi}{4} + 7 \sin \frac{7\pi}{4}$ کدام است؟

الف) $\frac{15\sqrt{2}}{2}$ ب) $\frac{9\sqrt{2}}{2}$ پ) $-\frac{9\sqrt{2}}{2}$ ت) $-\frac{15\sqrt{2}}{2}$

۴۰- حاصل هر یک از عبارت‌های زیر را به دست آورید.

الف) $\sin(270^\circ) + \tan(-210^\circ) =$

ب) $\cot(-720^\circ) + \sin(420^\circ) + \cos(225^\circ) =$

پ) $\frac{\cos\left(\frac{5\pi}{4}\right) + 2 \cot\left(\frac{7\pi}{6}\right)}{-\sin^2\left(\frac{5\pi}{3}\right)} =$

۴۱- مقدار عددی عبارت‌های زیر را به دست آورید.

الف) $\cos\left(\frac{7\pi}{6}\right) =$ ب) $\tan\left(\frac{4\pi}{3}\right) - 2 \sin\left(\frac{3\pi}{2}\right) =$

۴۲- مقدار عددی هر عبارت را به دست آورید.

الف) $\tan^2(135^\circ) + \cos(-120^\circ)$ ب) $\frac{\cot(210^\circ) + \sin(-150^\circ)}{\Delta \cos(480^\circ) + 3}$

۴۳- حاصل عبارت $\frac{\sin 25^\circ + \sin 70^\circ}{\cos 56^\circ - \cos 11^\circ}$ با فرض $\tan 2^\circ = 0/4$ کدام است؟

الف) $\frac{-3}{4}$ (ب) $\frac{3}{4}$ (پ) $\frac{7}{3}$ (ت) $\frac{5}{8}$

۴۴- حاصل عبارت $\frac{\cos 258^\circ - \sin 255^\circ}{\sin 525^\circ - \sin 105^\circ}$ با فرض $\tan 15^\circ = 0/28$ کدام است؟

الف) $\frac{-16}{9}$ (ب) $\frac{-9}{16}$ (پ) $\frac{9}{16}$ (ت) $\frac{16}{9}$

۴۵- اگر $\cot 25^\circ = a$ باشد، حاصل عبارت $A = \frac{\cos 115^\circ + 3 \cos 155^\circ}{3 \cos 245^\circ + \cos 335^\circ}$ کدام است؟

الف) $\frac{2a+1}{3-a}$ (ب) $\frac{2a-1}{a-3}$ (پ) $\frac{2a+1}{a+3}$ (ت) $\frac{a+1}{3a-1}$

۴۶- معادله خطی را بنویسید که با جهت مثبت محور x زاویه 135° می‌سازد و محور x را در نقطه -2 قطع می‌کند.

۴۷- معادله خطی را بنویسید که با جهت مثبت محور x زاویه 120° می‌سازد و محور x را در نقطه $+5$ قطع می‌کند.

۴۸- مقدار نسبت‌های مثلثاتی زیر را به‌دست آورید.

الف) $\sin(225^\circ) =$ (ب) $\cos(-240^\circ) =$ (پ) $\tan(75^\circ) =$

۴۹- نمودار تابع‌های زیر را رسم کنید.

الف) $y = \sin(x-3)$ (ب) $y = \cos(x+1) - 2$ (پ) $y = -3 \sin x + 1$
ت) $y = \frac{1}{2} \cos x - 1$

۵۰- نمودار تابع‌های زیر را رسم کنید.

الف) $y = 2|\cos x - 1|$ (ب) $y = |\sin x| + 3$

۵۱- حاصل عبارت‌های زیر را به‌دست آورید.

الف) $\cos 105^\circ =$ (ب) $\sin 15^\circ =$

۵۲- درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید.

الف) اگر $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ آنگاه $0 < \sin x < -1$ است.

ب) برد تابع $y = \cos x$ برابر $[-2, 2]$ است.

پ) $\cos(2\pi - \alpha) = \cos \alpha$

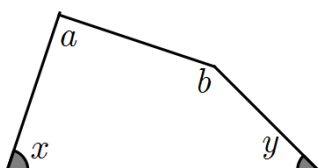
۵۳- الف) تابع مثلثاتی $y = -2|\cos x|$ را رسم کنید.

ب) برد تابع را به دست آورید.

۵۴- حاصل عبارت $\frac{(\sin 15^\circ)(\cos 14^\circ)(\tan 45^\circ)(\cot \frac{5\pi}{4})}{\cot(-\frac{5\pi}{4})(\sin 225^\circ)\cot(\frac{3\pi}{4})}$ را به دست آورید.

۵۵- اگر $\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right)\cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = \frac{1}{2}$ مقدار عبارت $A = \sin(\pi + x)\cos(\pi - x)$ کدام است؟

- الف) صفر ب) $\sqrt{2}$ پ) $-\sqrt{2}$ ت) $\frac{1}{2}$



۵۶- در شکل مقابل $x + y = 90^\circ$ است. مقدار $\frac{\tan a}{\cot b}$ چقدر است؟

- الف) ۱ ب) ۲ پ) ۳ ت) ۴

۵۷- اگر $f\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = \sin x - \cos x$ ، ضابطه تابع f کدام است؟

۵۸- نمودار تابع $f(x) = a \sin x + b$ از نقطه $\left(\frac{\pi}{2}, 2\right)$ عبور می کند و محور طولها را در نقطه ای به طول $\frac{\pi}{4}$ قطع میکند. مقدار b, a را

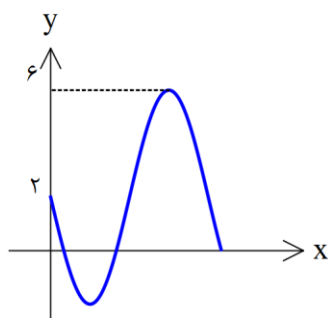
بیابید و سپس نمودار تابع را رسم کنید.

۵۹- نمودار تابع f را $\frac{\pi}{2}$ واحد به سمت راست و یک واحد به سمت پایین منتقل کرده ایم تا به تابع $y = \frac{1}{2} \sin x$ رسیده ایم. ضابطه تابع f

- کدام است؟ الف) $1 + \frac{1}{2} \cos x$ ب) $-\frac{1}{2} \cos x + 1$ پ) $\frac{1}{2} \cos x - 1$ ت) $-\frac{1}{2} \cos x - 1$

۶۰- قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a - 2b \sin x$ به شکل مقابل است. مقدار ab کدام است؟

- الف) -۴ ب) ۴ پ) ۲ ت) -۲



۶۱- اگر $-\frac{\pi}{3} < x < \frac{\pi}{3}$ و $\cos x = \frac{m^2 - 2m}{8}$ کدام یک صحیح است؟

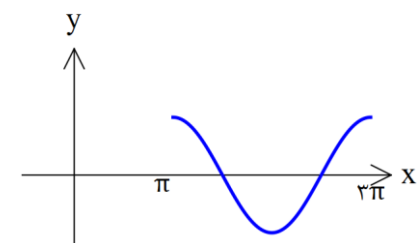
الف) $0 \leq |m-1| \leq 4$ ب) $\sqrt{5} < |m-1| \leq 3$

پ) $0 \leq |m-1| \leq 3$ ت) $3 \leq |m-1| \leq 4$

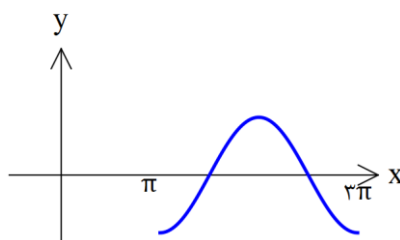
۶۲- اگر $0 < A < \frac{\pi}{3}$ و $\cos A = \frac{m+1}{m-1}$ ، حدود A کدام است؟

- الف) $m < 1$ ب) $m \in (-\infty, -3)$ پ) $m > -3$ ت) $m \in (-3, -1)$

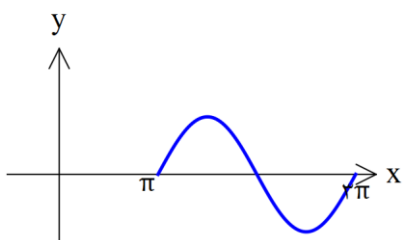
۶۳- کدام بخشی از نمودار $y = \sin x$ است؟



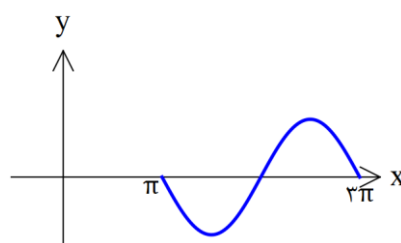
(ب)



(الف)

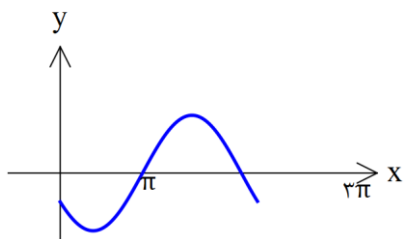


(ت)

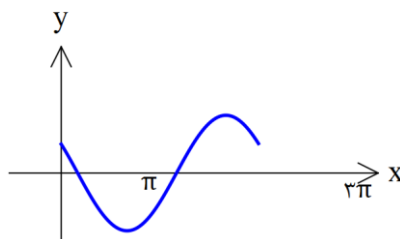


(پ)

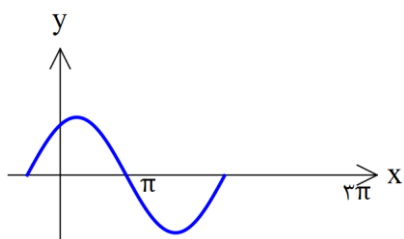
۶۴- کدام یک بخشی از نمودار تابع $y = \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ است؟



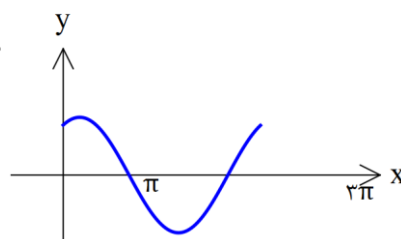
(ب)



(الف)



(ت)



(پ)

۶۵- مجموع کم ترین و بیش ترین مقدار تابع $f(x) = -3 \sin x - 2$ کدام است؟

(ت) ۶-

(پ) ۵-

(ب) ۴-

(الف) ۳-

۶۶- برد تابع $f(x) = 7 - 2 \sin x$ کدام است؟

(ت) $[-1, 5]$

(پ) $[2, 5]$

(ب) $[5, 9]$

(الف) $[3, 9]$

۶۷- برد تابع $f(x) = 3 - 5 \cos^2 x$ کدام است؟

(ت) $[-3, 8]$

(پ) $[-2, 8]$

(ب) $[-8, 8]$

(الف) $[-5, 5]$

۶۸- برد تابع $f(x) = 2 \sin^4 x - 3$ کدام است؟

- الف) $[-3, -1]$ ب) $[-5, -1]$ پ) $[-2, 2]$ ت) $[-3, 2]$

۶۹- ثابت کنید $\cos\left(\frac{3\pi}{2} - \theta\right) = -\sin \theta$.

۷۰- با استفاده از رابطه $\cos(\alpha + \beta)$ نشان دهید $\cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha$.

۷۱- اگر $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ و $\cos \beta = -\frac{12}{13}$ و انتهای کمان α در ربع دوم و انتهای کمان β در ربع سوم باشد، مقدار $\cos(\alpha + \beta)$ را به دست

آورید.

۷۲- حاصل $\frac{\cos 20^\circ \cos 40^\circ - \sin 20^\circ \sin 40^\circ}{\sin 20^\circ \cos 40^\circ + \sin 40^\circ \cos 20^\circ}$ کدام است؟

- الف) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ب) $\sqrt{3}$ پ) ۱ ت) $\tan 20^\circ$

۷۳- مقدار عددی $\sin 3x \cos 2x + \sin 2x \cos 3x$ به ازای $x = \frac{\pi}{15}$ برابر است با:

۷۴- اگر $\sin(\alpha + \beta) = \frac{1}{2}$ ، $\sin(\alpha - \beta) = \frac{1}{3}$ حاصل $\tan \alpha \cot \beta$ کدام است؟

۷۵- حاصل عبارت $A = \sin 15^\circ - \sqrt{3} \cos 15^\circ$ را بیابید.

۷۶- اگر $\sin x = \frac{4 + 3 \cos x}{3}$ حاصل $\cos\left(\frac{3\pi}{4} - x\right)$ چه مضربی از $\sqrt{2}$ است؟

۷۷- مقدار $\cos 22/5^\circ$ را بیابید.

۷۸- اگر $f(x) = \cos^4 x - \sin^4 x$ ، مقدار $f\left(\frac{\pi}{12}\right)$ چقدر است؟

۷۹- حاصل عبارت $A = \sin x \cos^2 x - \sin^2 x \cos x$ به ازای $x = \frac{\pi}{24}$ چقدر است؟

۸۰- اگر $\sin x - \cos x = \frac{1}{3}$ ، حاصل $\sin^6 x + \cos^6 x$ کدام است؟

۸۱- اگر $\cos(\alpha + \beta) = \frac{1}{3}$ ، $\cos(\alpha - \beta) = \frac{1}{4}$ باشد، مقدار $\sin \alpha \sin \beta$ کدام است؟

۸۲- اگر $\cos(\alpha + \beta) = \frac{1}{5}$ ، $\cos(\alpha - \beta) = \frac{3}{5}$ ، مقدار $\tan \alpha \tan \beta$ کدام است؟

۸۳- حاصل $\frac{1}{\sin 15^\circ} - \frac{1}{\cos 15^\circ}$ را بیابید.

۸۴- حاصل $\frac{\sin(\pi - x) - \cos(\pi + x)}{\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)}$ کدام است؟

۸۵- مقدار $\sin 37^\circ \cos 23^\circ + \cos 67^\circ \sin 53^\circ$ چقدر است؟

۸۶- مقدار $\cos \frac{3\pi}{8}$ کدام است؟

(ت) $\frac{\sqrt{\sqrt{2}-1}}{2}$

(پ) $\frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}$

(ب) $\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$

(الف) $\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$

۸۷- اگر $\sin 65^\circ = a$ ، حاصل $\sin 40^\circ$ بر حسب a کدام است؟

(ت) $\sqrt{1-a^2}$

(پ) $2a$

(ب) $2a^2 - 1$

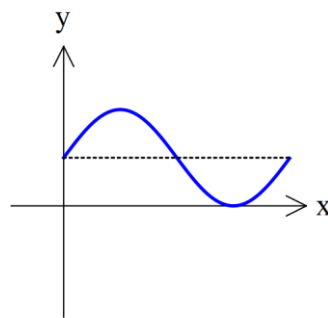
(الف) $1 - 2a^2$

۸۸- اگر $\tan x = \frac{1}{3}$ باشد، مقدار $\cos 2x$ را بیابید.

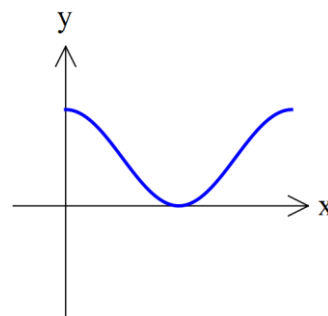
۸۹- حاصل $\frac{1 - \tan^2 x}{1 + \tan^2 x}$ به ازای $x = \frac{\pi}{8}$ را بیابید.

۹۰- حاصل $\frac{2 \tan x}{1 + \tan^2 x}$ به ازای $x = \frac{\pi}{8}$ را بیابید.

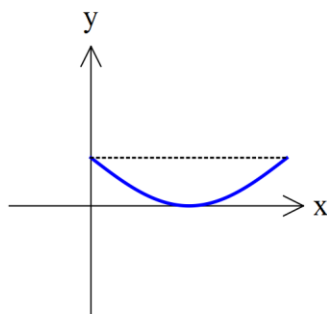
۹۱- نمودار $y = 2 \cos^2\left(\frac{x}{2}\right)$ کدام است؟



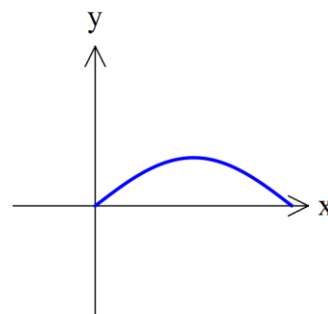
(ب)



(الف)



(ت)



(پ)