

حسابان فصل دوم

۱۷۰ سوال تستی و تشریحی

تابع

هر تابع از مجموعه A به مجموعه B رابطه ای بین این دو مجموعه است که به هر عضو A دقیقاً یک عضو از B را نسبت میدهد. A را دامنه این تابع و B را هم دامنه این تابع می نامند. مجموعه عضوهایی از B را که به عضوی از A نسبت داده شده اند برد این تابع می نامند. بنابراین برد تابع زیرمجموعه ای از هم دامنه تابع است.

معادلاتی که دارای دو متغیر y, x هستند یک رابطه را نشان می دهند. بسیاری از توابع از طریق یک معادله معرفی می شوند اما الزاماً یک معادله دو متغیره بر حسب y, x یک تابع را مشخص نمی کند. برای اینکه نشان دهیم تابع نیست باید یک عدد مناسب به x بدهیم و نشان دهیم چند مقدار y به دست می آید.

تعداد توابع از A به B

اگر مجموعه دارای m عضو و B دارای n عضو باشد آنگاه تعداد توابع از A به B برابر n^m است.

تساوی دو تابع

دو تابع f, g را مساوی گوییم هرگاه

الف) دامنه f و دامنه g با هم برابر باشند. $D_f = D_g$

ب) برای هر x از این دامنه یکسان داشته باشیم: $f(x) = g(x)$ $\forall x \in D_f = D_g ; f(x) = g(x)$

دامنه تابع

مجموعه اعدادی که بتوان به جای متغیر هر تابع قرار داد را دامنه تابع می گوییم.

۱- اگر تابع خطی باشد دامنه \mathbb{R} است.

۲- تابع کسری: اعدادی که مخرج را صفر میکنند را حذف میکنیم. $D = \mathbb{R} - \{ \text{ریشه مخرج} \}$

۳- تابع رادیکالی با فرجه زوج: اعدادی که زیر رادیکال را نامنفی نگه دارند مورد قبول هستند $f(x) = \sqrt{u} \Rightarrow u \geq 0$ (نامعادله حل شود)

۴- از روی نمودار: تصویر تابع روی محور طولها دامنه تابع است.

جزء صحیح:

جزء صحیح هر عدد بزرگترین عدد صحیحی است که از x بزرگ تر نباشد.

برای یافتن مقدار آن باید ابتدا دقت کنید عدد مورد نظر کجای محور قرار دارد. اگر عدد مورد نظر صحیح باشد جواب جزء صحیح آن خود آن عدد می شود. اما اگر صحیح نباشد باید دقت کنیم بین کدام دو عدد صحیح متوالی قرار دارد. عدد سمت چپ (یعنی عدد کوچکتر) جواب است. برای باید به داخل جز صحیح دقت کنیم. عبارت داخل جز صحیح باید یک واحد یک واحد مورد بررسی قرار گیرد. پس اگر در سوالی داخل جزء صحیح چیزی به جز x داشتیم حتما حتما آن عبارت را میسازیم و این عبارت ساخته شده را یک واحد یک واحد، رسم میکنیم. *در آخر شکل رسم شده باید دقیقا داخل همان بازه ای باشد که در صورت سوال گفته شده.

دامنه توابع شامل جزء صحیح: داخل جز صحیح هر عددی را میتوان قرار داد و از این بابت مشکل خاصی نیست، مشکل از آنجا شروع میشود که این جزء صحیح یا زیر رادیکال قرار میگیرد یا در مخرج یک کسر. اگر جزء صحیح زیر رادیکال باشد تمام مقادیری که باعث میشود این جزء صحیح منفی شود را دور میریزیم. و اگر جزء صحیح در مخرج باشد تمام مقادیری که باعث میشود مخرج صفر شود را دور می ریزیم.

* جواب یک جزء صحیح همواره عدد صحیح است. یعنی معادله ی $[x] = \frac{5}{4}$ جواب ندارد اما معادله ی $[x] = 2$ دارای جواب $2 \leq x < 3$ است. و معادله ی $[x] = -5$ دارای جواب $-5 \leq x < -4$ می باشد.

برد تابع شامل جزء صحیح:

چند قانون کلی در مورد جزء صحیح ها وجود دارد که در اکثر سوالات مورد استفاده قرار می گیرد.

$$[x+n] = [x] + n \quad n \in \mathbb{N} \quad -1$$

$$\forall x \in \mathbb{R} \quad 0 \leq x - [x] < 1 \quad -2$$

$$[x] + [-x] = \begin{cases} 0 & x \in \mathbb{Z} \\ -1 & x \notin \mathbb{Z} \end{cases} \quad -3$$

سوالات فصل دوم:

$$-1 \quad \begin{cases} f: [-1, 2] \rightarrow \mathbb{R} \\ f(x) = \frac{5x-3}{2} \end{cases} \quad \text{نمایشی دیگر برای تابع بنویسید.}$$

-2 تابع $f(x) = 3x - 2$ با دامنه $\{-2, 0, 1\}$ مفروض است. برد تابع را بیابید.

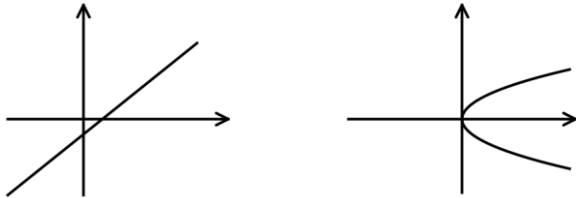
-3 اگر برد تابع $f(x) = \frac{2}{x+2}$ برابر $\{-1, 1, 2\}$ باشد، دامنه تابع را بیابید.

-4 برد تابع $f(x) = x^2 + x$ به صورت $\mathbb{R}_f = \{0, 2\}$ می باشد، دامنه تابع f چند عضو دارد؟

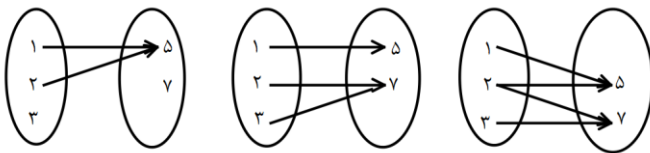
۵- اگر $h = \{(x, y) \mid x, y \in A, x + 2y = 3\}$ که در آن $A = \{-1, 2, 3\}$ یک تابع باشد، آنگاه برد تابع h چند عضو دارد؟

۶- تابع $f(x) = x^2 + 1$ با دامنه $D_f = (-\infty, 0]$ تعریف شده است. برد تابع را بیابید.

۷- کدام یک از نمودارهای زیر تابع است؟



۸- چند مورد از موارد زیر تابع است؟



۹- تمام گزینه ها همواره صحیح هستند به جز:

(الف) اگر دامنه دو تابع با هم برابر و برد آنها نیز با هم برابر باشند دو تابع برابرند.

(ب) هم دامنه تابع زیرمجموعه ای از برد است.

(پ) بی شمار تابع وجود دارند که دامنه آنها \mathbb{R} است.

(ت) بی شمار تابع وجود دارند که برد آنها \mathbb{R} است.

۱۰- اختلاف دو عدد ۴ است. اگر f تابعی باشد که حاصل ضرب دو عدد را بر حسب عدد بزرگتر بیان کند مقدار $f(\sqrt{3} + 2)$ کدام

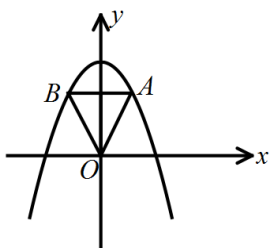
است؟ (۱) 1 (۲) -1 (۳) $3 + 4\sqrt{3}$ (۴) $5 - 4\sqrt{3}$

۱۱- محیط مستطیلی برابر ۱۰ است. تابعی که قطر مستطیل را بر حسب طول آن (x) بیان می کند کدام است؟

(۱) $d(x) = \sqrt{100 - x^2}$ (۲) $d(x) = \sqrt{2x^2 - 10x + 25}$

(۳) $d(x) = \sqrt{25 - x^2}$ (۴) $d(x) = \sqrt{2x^2 - 20x + 100}$

۱۲- در شکل مقابل سهمی $f(x) = 4 - x^2$ رسم شده است. مساحت مثلث OAB را به عنوان تابعی بر حسب طول نقطه A نوشته ایم.



ضابطه آن کدام است؟

(۱) $S = 4x - x^2$ (۲) $S = 4x - x^2$

(۳) $S = x - 4x^2$ (۴) $S = x - 4x^2$

۱۳- توابع g, f با ضابطه های $f(x) = |x|$, $g(x) = \begin{cases} x+a & x \geq 0 \\ bx & x < 0 \end{cases}$ مساوی اند. مقدار عددی $a+b$ کدام است؟

- ۰(۱) ۱(۲) -۱(۳) ۲(۴)

۱۴- اگر g, f با ضابطه های $f(x) = x - 4$, $g(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 16}{x + 4} & x \neq -4 \\ k & x = -4 \end{cases}$ باشند به ازای کدام مقدار k دو تابع برابرند؟

- ۶(۱) ۸(۲) -۶(۳) -۸(۴)

۱۵- تابع $f = \{(x, y) \mid x, y \in N, 3x + 2y = 20\}$ مفروض است. مجموع اعضای برد f کدام است؟

- ۱۰(۱) ۱۱(۲) ۱۲(۳) ۱۳(۴)

۱۶- اگر حاصل جمع عضوهای برد تابع $f = \{(-a^2, 1), (1, a), (-2, 2a^2), (-1, -3), (a, -1)\}$ برابر صفر باشد، حاصل جمع

عضوهای دامنه f کدام است؟

- ۴(۱) $-\frac{21}{2}$ (۲) $-\frac{23}{4}$ (۳) صفر(۴)

۱۷- تابع $\{(x, y) \mid x, y \in Z, |x| + |y| = 2\}$ چند عضو زوج مرتب دارد؟

- ۴(۱) ۶(۲) ۷(۳) ۸(۴)

۱۸- تابع $\{(x, y) \mid x, y \in N, 2x + y \leq 7\}$ چند عضو دارد؟

- ۵(۱) ۶(۲) ۸(۳) ۹(۴)

۱۹- $A = \{(3, m^2), (2, 1), (-3, m), (-2, m), (3, m+2), (m, 4)\}$ به ازای کدام مقدار m تابع است؟

- ۲(۱) -۱(۲) ۲(۳) هیچ مقدار m (۴)

۲۰- اگر $\{(a, a-1), (a-1, 2), (3, 5), (5, 3), (a-2, b+3)\}$ یک تابع باشد در این صورت a و b را به دست آورید.

۲۱- تعداد توابع از مجموعه $A = \{0, 1, 2\}$ به $B = \{-1, 2\}$ چند تا است. مشخص کنید.

۲۲- رابطه ی $\{(5, a^2), (-2, a), (2, 1), (5, a+2), (a, 4)\}$ به ازای چه مقدار از a یک تابع است؟

۲۳- اگر رابطه ی $f = \{(1, 2), (m, 3), (2, 3), (1, m^2 - m)\}$ یک تابع باشد در این صورت m را مشخص کنید.

۲۴- کدام یک از معادلات زیر یک تابع را مشخص می کنند؟

(الف) $-x^2 + y = 1$ (ب) $x - y^2 = 1$ (پ) $y^2 - y = x$

۲۵- در کدام معادله زیر y ، تابعی از x است؟ دلیل بیاورید.

(الف) $x^2 + y^2 = 10$ (ب) $xy = 2$ (پ) $|x-1| + y = 3$ (ت) $x^2 - y^2 = 10$

(ث) $|x-1| + |y| = 0$ (ج) $\sqrt{x-1} + \sqrt{y} = 0$

۲۶- دامنه تابع $f(x) = \frac{x+2}{x^2-x}$ را بیابید.

۲۷- دامنه تابع $y = \sqrt{x+|x|}$ را مشخص کنید.

۲۸- دامنه تابع $y = \sqrt{|x|-1} + \sqrt{|x|+1}$ را مشخص کنید.

۲۹- دامنه تابع $y = \sqrt{4-\sqrt{x+1}}$ شامل چند عدد صحیح است؟

۳۰- دامنه تابع $y = \sqrt{x^2+2x} + \sqrt{\frac{-1}{x^2+2x}}$ را مشخص کنید.

۳۱- دامنه تابع با ضابطه $f(x) = \frac{1}{x^2+ax+b}$ به صورت $\mathbb{R} - \{2\}$ می باشد a و b را مشخص کنید.

۳۲- دامنه کدام تابع شامل تعداد اعداد طبیعی بیشتری است؟

(۱) $y = \sqrt{3-\sqrt{x-1}}$ (۲) $y = \sqrt{4\sqrt{x}-x}$

(۳) $y = \sqrt{-x^2(x^2-1)^2(x^2-4)^2}$ (۴) $y = \sqrt{|x|+2} + \sqrt{3-|x|}$

۳۳- دامنه تابع $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+\sqrt{-x}}}$ را مشخص کنید.

۳۴- دامنه تابع $f(x) = \frac{\sqrt{x^2-1}}{\sqrt{4-x^2}}$ را مشخص کنید.

۳۵- دامنه $f = \{(x, y) \mid x, y \in \mathbb{N}, y = \frac{10}{x+1}\}$ چند عضو دارد؟

۳۶- به ازای چه مقادیری از x عبارت $A = \sqrt{\frac{9}{x^2} - \frac{3}{2}}$ قابل محاسبه است؟

۳۷- دامنه $f(x) = \sqrt{3 - \sqrt{x-1}}$ را بیابید.

۳۸- اگر دامنه $f(x) = \sqrt{ax^2 + bx + 1}$ بازه $[-1, 2]$ باشد، $a+b$ کدام است؟

۳۹- اگر دامنه تابع $f(x) = \frac{x}{x^2 + ax + b}$ برابر $D = \mathbb{R} - \{-1, 1\}$ باشد مقدار $a+b$ را بیابید.

۴۰- دامنه تابع $f(x) = \frac{2x+1}{x^2 - 4x + a}$ به صورت $\mathbb{R} - \{b\}$ است. مقدار $a-b$ کدام است؟

(۱) -۲ (۲) ۲ (۳) -۶ (۴) ۶

۴۱- دامنه توابع زیر را مشخص کنید.

$$f(x) = x^2 - \frac{3}{5}x - 1, \quad h(x) = \frac{x^2 - x + 7}{x^2 - 2x - 3}, \quad g(x) = \frac{5}{x^2 + 2x + 3}, \quad y = \frac{1}{x^2}$$

$$k(x) = \frac{x^2 - \frac{3}{5}x - 1}{4}, \quad t(x) = \frac{x+2}{\sqrt{x-2}}, \quad u(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{x}, \quad m(x) = \frac{x^3 - 1}{x-1}$$

۴۲- دامنه تعریف $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x} + \sqrt{-x}$ کدام است؟

(۱) $[2, +\infty)$ (۲) $[-2, 2]$ (۳) $(-\infty, 0]$ (۴) $[0, +\infty)$

۴۳- دامنه تعریف تابع با ضابطه $f(x) = \sqrt{\frac{x-1}{x-3}} + \sqrt{\frac{2-x}{x}}$ کدام است؟

(۱) $(0, 1]$ (۲) $(0, 3)$ (۳) $[1, 2]$ (۴) $(2, 3)$

۴۴- دامنه و برد $y = \sqrt{x-3}$ را تعیین کنید

۴۵- دامنه و برد $y = \sqrt{4 - x^2}$ را بیابید.

۴۶- برد تابع $f(x) = \sqrt{1 - x^2}$ کدام است؟

(۱) \mathbb{R} (۲) \mathbb{N} (۳) $[0, 1]$ (۴) $[-1, 1]$

۴۷- برد تابع $f(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-1}}$ کدام است؟

(۱) \mathbb{R} (۲) $\mathbb{R} - \{0, 1\}$ (۳) $\mathbb{R} - (-1, 1)$ (۴) $\mathbb{R} - \{-1, 1\}$

۴۸- برد تابع $y = \frac{|x|}{|x|+1}$ کدام است؟

- (۱) $(-\infty, -1]$ (۲) $(-\infty, 1]$ (۳) $[0, 1]$ (۴) $(0, 1)$

۴۹- برد تابع $y = \frac{|x|-1}{|x|+1}$ در کدام فاصله است؟

- (۱) $[-1, 1)$ (۲) $[-1, 1]$ (۳) $\mathbb{R} - (-1, 1)$ (۴) $(-1, +\infty)$

۵۰- نمودار یک تابع خطی از مبدا می گذرد و $f(2) = 7$ در اینصورت اختلاف $f(0/1), f(-0/1)$ کدام است؟

۵۱- در یک تابع خطی $f(0) = 7$ و $f(2) = 11$ مقدار $f(5)$ چند برابر $f(-1)$ است؟

۵۲- اگر $3f(x+2) - f(x) = 9$ و $f(0) = 0$ آنگاه $f(4)$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۵۳- اگر $2f(x) = f(2) + x^2 + 7$ باشد، مقدار $f(1) - f(2)$ کدام است؟

- (۱) ۱۵ (۲) $\frac{-3}{4}$ (۳) -10 (۴) $\frac{-3}{2}$

۵۴- اگر $f(x) + f(3) = x^2 - 3 + f(2)$ آنگاه مقدار $f(2)$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -4 (۳) -2 (۴) ۲

۵۵- اگر $4f(x+3) - f(x) = 8$ و منحنی از مبدا مختصات عبور کند، آنگاه $f(6)$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) $\frac{5}{2}$ (۳) $\frac{5}{4}$ (۴) ۵

۵۶- اگر $f(x) = \frac{2x^2 - 8x + 13}{4x^2 - 16x + 15}$ باشد، مقدار $f(2 - \sqrt{3})$ کدام است؟

- (۱) $\frac{2 - \sqrt{3}}{4}$ (۲) ۱ (۳) $\frac{11}{15}$ (۴) $\frac{11}{10}$

۵۷- با فرض $f(x) + f(2) = \frac{3x}{x-1}$ مقدار $f(f(-2))$ کدام است؟

- (۱) $\frac{-4}{3}$ (۲) $\frac{-3}{2}$ (۳) $\frac{-3}{4}$ (۴) $\frac{-2}{3}$

$$58- \text{اگر } f(x) = \begin{cases} x^x - x^x & -1 \leq x \leq 1 \\ 2x^x - 1 & x \geq 2 \end{cases} \text{ مقدار } f\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \text{ را بیابید.}$$

$$59- \text{اگر } f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{x} & x > 0 \\ \sqrt{-x} & x \leq 0 \end{cases} \text{ مقدار } f(f(f(-8))) \text{ کدام است؟}$$

$$\frac{1}{9} (1) \quad -\frac{1}{9} (2) \quad \frac{1}{3} (3) \quad -\frac{1}{3} (4)$$

$$60- \text{اگر } f(x) = \begin{cases} f(x-1) - x & x > 2 \\ 2x - 5 & x \leq 2 \end{cases} \text{ مقدار } f(4) \text{ کدام است؟}$$

$$-5 (1) \quad -6 (2) \quad -7 (3) \quad -8 (4)$$

$$61- \text{اگر } f(x) = \begin{cases} x^x & x < 1 \\ 1 & x \geq 0 \end{cases} \text{ باشد، ضابطه } f(f(x)) \text{ کدام است؟}$$

$$x (1) \quad 1 (2) \quad x (3) \quad x^x + 1 (4)$$

$$62- \text{اگر } f(x) = \begin{cases} x^x + ax & x \leq 1 \\ -x^x + 2a & x \geq 1 \end{cases} \text{ تابع باشد، مقدار } f(\sqrt{2}-1) \text{ کدام است؟}$$

$$63- \text{اگر ضابطه ی } f(x) = \begin{cases} x+3 & x \geq a \\ -x^2 & x < 2 \end{cases} \text{ یک تابع باشد در اینصورت حدود } a \text{ را مشخص کنید.}$$

64- یک شرکت برای تولید x کالا، $C(x) = 3000 + 50x$ تومان هزینه می کند و هر کالا را 70 تومان می فروشد. حداقل چه تعداد

از این کالا باید بفروشد تا سود دهی آغاز شود؟

$$65- \text{ آیا دو تابع } f(x) = x+1 \text{ ، } g(x) = \begin{cases} \frac{x^x-1}{x-1} & x \neq 1 \\ 2 & x = 1 \end{cases} \text{ برابرند؟}$$

$$66- \text{ اگر } f(x) = x+1 \text{ ، } g(x) = \begin{cases} \frac{x^x-1}{x-1} & x \neq 1 \\ 3k^x & x = 1 \end{cases} \text{ مقدار } k \text{ چقدر باشد تا بع ازای هر } x \text{ داشته باشیم : } f(x) = g(x) \text{ ؟}$$

$$67- \text{ آیا دو تابع } f(x) = \frac{x^x}{2 + \sqrt{4+x^x}} \text{ ، } g(x) = \sqrt{4+x^x} - 2 \text{ با هم مساوی اند؟ برای پاسخ خود دلیل بیاورید.}$$

$$68- \text{ دو تابع مساوی با } f(x) = |x-2| \text{ بنویسید.}$$

۶۹- کدام دسته از توابع زیر با هم مساوی اند؟ دلیل بیاورید.

$$\begin{array}{l} \text{الف)} \begin{cases} f(x) = \frac{x^2 - 9}{x - 3} \\ g(x) = x + 3 \end{cases} \\ \text{ب)} \begin{cases} f(x) = \sqrt{\frac{x-2}{x+2}} \\ g(x) = \frac{\sqrt{x-2}}{\sqrt{x+2}} \end{cases} \\ \text{پ)} \begin{cases} f(x) = \frac{1}{x-2} \\ g(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{2} \end{cases} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{ت)} \begin{cases} f(x) = \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} \\ g(x) = \frac{\sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x}} \end{cases} \\ \text{ث)} \begin{cases} f(x) = \sqrt{x^2 - 2x} \\ g(x) = \sqrt{x} \sqrt{x-2} \end{cases} \\ \text{ج)} \begin{cases} f(x) = |x| \\ g(x) = x^2 \end{cases} \end{array}$$

۷۰- اگر در تابع با ضابطه $f(x) = mx + h$ رابطه $f(x+2) = f(x) + 2$ برقرار باشد، مقدار $b^2 m^3$ را مشخص کنید.

۷۱- اگر f یک تابع خطی باشیب مثبت باشد، وضعیت نمودار توابع $y_1 = f(x) + 2$ ، $y_2 = f(x)$ و $y_3 = f(x-1)$ نسبت به هم چگونه است؟

۷۲- نمودار تابع درجه دوم $y = 2(x+1)^2 - 1$ از کدام نواحی می گذرد.

۷۳- نمودار توابع با ضابطه $f(x) = -(x+1)^2 + 3$ ، $g(x) = \frac{1}{4}|x+2| - 1$ در چند نقطه متقاطع اند؟

۷۴- اگر $f(x) = \begin{cases} \frac{|x|}{x} & x \neq 0 \\ x & x = 0 \end{cases}$ در اینصورت برد تابع $y = f(x^2) - f(x^3)$ را پیدا کنید.

۷۵- جزء صحیح اعداد زیر را بیابید.

$$\begin{array}{llll} \text{الف)} & 3/49 & \text{ب)} & -2/8 \\ \text{پ)} & \frac{32}{5} & \text{ت)} & -2\pi \end{array}$$

۷۶- مقدار عددی $[-|2x|]$ را به ازای $x = \frac{3}{4}$ بیابید.

۷۷- نمودار تابع $y = [x]$ را در بازه $[-2, 3]$ رسم کنید.

۷۸- نمودار تابع $f(x) = [2x]$ را در بازه $[-\frac{1}{2}, 1]$ رسم کنید.

۷۹- نمودار تابع $f(x) = [\frac{1}{2}x]$ را در بازه $[-4, 4]$ رسم کنید.

۸۰- تابع $f(x) = \left[\frac{1}{3}x \right] + 1$ را در بازه $-6 \leq x \leq 6$ رسم کنید.

۸۱- دامنه‌ی تابع $g(x) = \frac{3}{5[x]-1}$ را بیابید.

۸۲- دامنه تابع $f(x) = \frac{5\sqrt{x}}{[x]-3}$ را بیابید.

۸۳- دامنه تابع $y = \frac{x-1}{[x]+[-x]}$ را مشخص کنید.

۸۴- برد تابع $y = 2x - 2[x+1]$ را بیابید.

۸۵- برد تابع $y = [x+2] + [-x]$ را بیابید.

۸۶- معادله $[2x+1] = 4$ را حل کنید.

۸۷- هرگاه $\left[\frac{1-4x}{3} \right] = -2$ باشد، مقدار $[-x]$ چقدر است؟

۲(۴) ۱(۳) -۱(۲) -۲(۱)

۸۸- اگر $\left[x + \frac{1}{2} \right] = -1$ باشد، کمترین مقدار $[-3x]$ کدام است؟

-۳(۴) -۴(۳) -۶(۲) -۵(۱)

۸۹- اگر $[x+2[x]] = 4$ مقدار x کدام است؟

\emptyset (۴) $1 \leq x \leq 2$ (۳) $0 \leq x < 1$ (۲) $\frac{4}{3} \leq x < \frac{7}{3}$ (۱)

۹۰- دامنه تابع $f(x) = \frac{x}{[x]+1}$ کدام است؟

$\mathbb{R} - [0, 1]$ (۴) $\mathbb{R} - (-1, 0]$ (۴) $\mathbb{R} - (-1, 0)$ (۲) $\mathbb{R} - [-1, 0)$ (۱)

۹۱- نمودار توابع زیر را رسم کنید.

$y = [2x] - 1$ (ب) $-1 \leq x < 2$ $y = 2[x] - 1$ (الف) $-1 \leq x < 2$

$y = x + [x]$ (ت) $-1 \leq x < 2$ $y = \left[\frac{x}{3} \right]$ (پ) $-3 \leq x \leq 3$

۹۲- در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید.

الف) اگر $f(x) = [x-3]$ باشد، در این صورت حاصل $f(-1+\sqrt{2})$ برابر است.

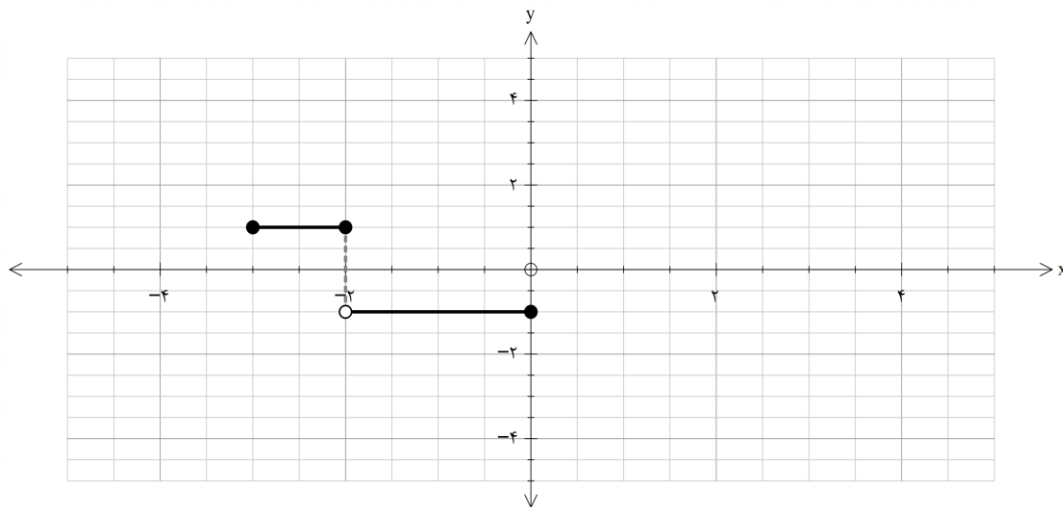
ب) حاصل $\left[\frac{x}{x+1}\right]$ به ازای $x = \frac{1}{5}$ برابر است.

پ) اگر $f(x) = [x]$ باشد، حاصل $f(x-f(x))$ برابر است.

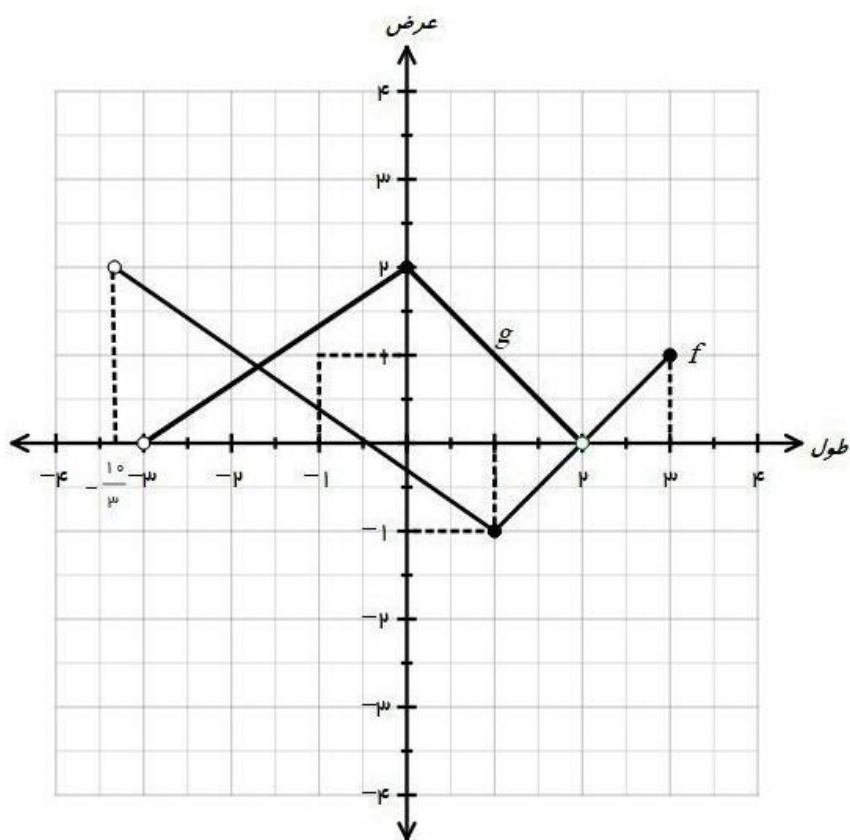
۹۳- به کمک رسم نمودار، بُرد تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & x > 0 \\ x-2 & x \leq 0 \end{cases}$ را تعیین کنید.

۹۴- نمودار تابع $f(x) = \sqrt{2x+6} - 2$ را با استفاده از نمودار تابع $y = \sqrt{x}$ و انتقال رسم کرده، دامنه و برد آن را تعیین کنید.

۹۵- نمودار روبرو را در بازه $[-3, 5]$ به دلخواه کامل کرده و سپس ضابطه آن را بنویسید و دامنه و برد آن را مشخص کنید.



۹۶- اگر نمودار دو تابع f, g به صورت روبرو باشد، نمودار $f - g$ را رسم کنید و دامنه تابع $y = \frac{1}{f - g}$ را به دست آورید.



۹۷- اگر $f = \{(-2, 1), (3, 5), (1, 4), (6, 0)\}$ و $g = \{(1, 9), (5, 0), (7, 3), (2, -2), (6, \sqrt{2})\}$ دو تابع باشند، مطلوبست:

- الف) $f + g$ ب) $2f - 3g$ ج) $f \circ g$ د) $(f - g) \circ f$ هـ) $\frac{g}{f}$ و) $f \circ f$

۹۸- اگر $f(x) = \sqrt{x^2 - 3x}$ و $g(x) = \sqrt{x} + 5$ باشد،

الف) مقدار $(f + g)(3)$ را محاسبه کنید ب) دامنه $\frac{f}{g}$ را به دست آورید.

۹۹- اگر $f(x) = 2x - 3$ و $g(x) = \sqrt{x + 1}$ باشد، مطلوب است:

الف) دامنه $g \circ f$ بدون محاسبه $(g \circ f)(x)$

ب) ضابطه $(g \circ f)(x)$ را بنویسید. ج) $(\frac{2f + g}{g})(1)$

۱۰۰- اگر $f(x) = \sqrt{x-1} + 1$ ، $g(x) = \frac{1}{x}$ باشد، مطلوب است:

الف) دامنه $\frac{f}{g}$ ب) $(f+g)(-1)$ پ) ضابطه $(\frac{f}{g})(x)$

۱۰۱- اگر $f = \{(a,b), (b,c), (c,d)\}$ و $g = \{(c,b), (b,a)\}$ در اینصورت $fog + gof$ را مشخص کنید.

۱۰۲- اگر $f(x) = \frac{x}{2x-1}$ ، $g(x) = \frac{1}{x+2}$ باشد، مطلوب است:

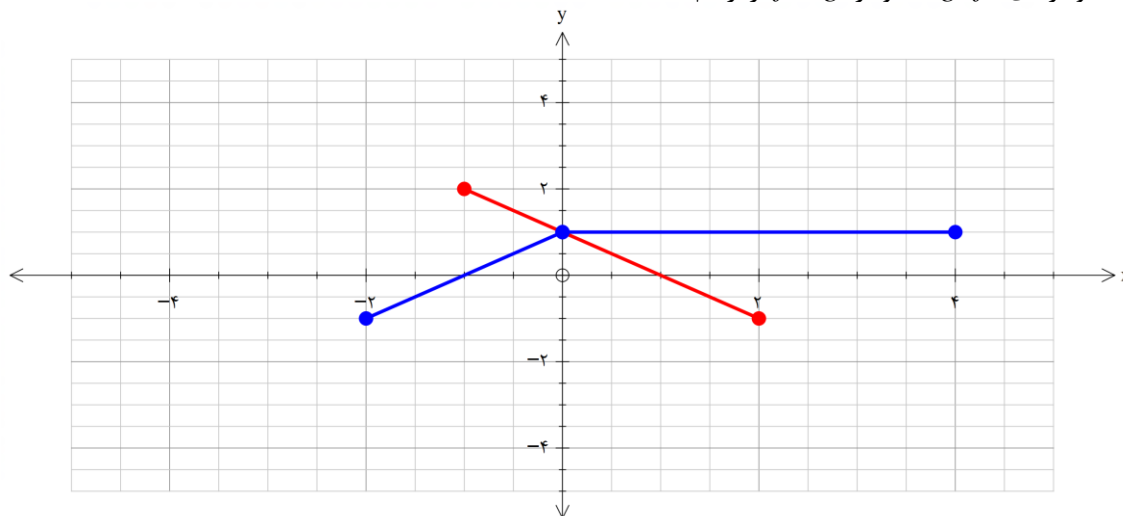
الف) دامنه fog بون محاسبه ضابطه $(fog)(x)$ ب) ضابطه $(fog)(x)$

۱۰۳- اگر $f(x) = 2x - 1$ از تساوی $(f + 2f)of = g$ ضابطه ی g را مشخص کنید.

۱۰۴- اگر $f = \{(1,2), (-2,5), (7,0), (6,9)\}$ ، $g = \{(7,4), (-2,1), (1,0), (5,6)\}$ باشند، تابع $\frac{f}{g}$ را به صورت مجموعه ای از

زوج های مرتب نمایش دهید.

۱۰۵- با توجه به نمودارهای f ، g ، نمودار $f+g$ را رسم کنید.



۱۰۶- اگر $f = \{(a,b), (b,c), (c,a)\}$ کدام تابع همانی است؟

۱) f ۲) $\frac{1}{f}$ ۳) fof ۴) $fofof$

۱۰۷- اگر $f(x) = x^2$ و $g(x) = x - 2$ در اینصورت نقطه ی برخورد دو تابع fog و gof را مشخص کنید.

۱۰۸- اگر $f(x) = x^2 + \frac{1}{x^2}$ در اینصورت $f(-\frac{1}{\sqrt{x}})$ را مشخص کنید.

۱۰۹- اگر $f(x) = \begin{cases} 1 & x > 1 \\ -1 & x \leq 1 \end{cases}$ در اینصورت حاصل $f\left(\frac{1+\sin^2 x}{\sin x}\right) + f(1-\cos^2 x)$ را مشخص کنید.

۱۱۰- اگر $f(x) = 2x - 3$ و $g(x) = x^2 - 1$ در اینصورت حاصل $\frac{(f+g)(1)}{(f \cdot g)(1)}$ را مشخص کنید.

۱۱۱- هرگاه $f(x) = 2x + 3$ و $g(x) = x - 4$ در اینصورت $\frac{f \circ g(2)}{g \circ f(-1)}$ را مشخص کنید.

۱۱۲- اگر $f(x) = 3x + a$ و $g(x) = x - 4$ و $f \circ g(x) - g \circ f(x) = 6$ در اینصورت $\frac{f \circ g(2)}{g \circ f(-1)}$ را مشخص کنید.

۱۱۳- اگر f یک تابع خطی باشد که نمودار آن از نقاط $(0, a)$ و $(a, 0)$ بگذرد در اینصورت $f \circ f(x)$ را مشخص کنید.

۱۱۴- اگر $f(x) = \begin{cases} 2x+1 & -1 \leq x < 0 \\ x+2 & 0 \leq x < 3 \end{cases}$ و $g(x) = \begin{cases} 3-2x & x \geq 1 \\ x-2 & x < 1 \end{cases}$ در اینصورت دامنه ی تابع $\frac{f}{g}$ را مشخص کنید.

۱۱۵- اگر $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x+3}}$ و $g(x) = \frac{x-1}{\sqrt{x+3}}$ در اینصورت دامنه ی تابع $\frac{f}{g}$ را مشخص کنید.

۱۱۶- مقدار k را طوری بیابید که دامنه تابع $f(x) = \frac{x^2+x+1}{x^2+kx+3}$ برابر $R - \{1\}$ باشد.

۱۱۷- اگر $f(x) = \sqrt{x+2|x|}$ در اینصورت $f(f(-144))$ را مشخص کنید.

۱۱۸- هرگاه $f = \left\{ \left(\frac{1}{3}, -2 \right), (4, 0) \right\}$ آنگاه تابع $\frac{3}{f}$ را مشخص کنید.

۱۱۹- در ماشین زیر ، اگر ورودی $\sqrt{3}$ باشد ، خروجی را مشخص کنید.

$$\text{ورودی} \rightarrow \boxed{x^2 + 1} \rightarrow \boxed{\frac{x-1}{x+1}} \rightarrow \text{خروجی}$$

۱۲۰- اگر خروجی ماشین زیر ۱۴ باشد، ورودی آن را بیابید.

$$\text{ورودی} \rightarrow \boxed{2\sqrt{x+1}-2} \rightarrow \boxed{5x-1} \rightarrow \text{خروجی}$$

۱۲۱- در ماشین زیر ، اگر خروجی $\frac{5}{2}$ باشد ، ورودی کدام است؟

$$\text{ورودی} \rightarrow \boxed{1+\sqrt{x-1}} \rightarrow \boxed{\frac{3x-4}{x-1}} \rightarrow \text{خروجی}$$

۱۲۲- اگر $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & x > 1 \\ \sqrt{1-x} & x < 1 \end{cases}$ در اینصورت $f \circ f \left(\frac{4}{3}\right)$ را مشخص کنید.

۱۲۳- اگر $f(x) = \begin{cases} x+2 & x < 1 \\ 2x-3 & x \geq 1 \end{cases}$ و $g(x) = \begin{cases} x^2+1 & x \geq 0 \\ \frac{x-1}{x+1} & x > 0 \end{cases}$ در اینصورت $f^2 \circ g - f$ به ازای $x=0$ را مشخص کنید.

کنید.

۱۲۴- اگر $f(x) = 2x - 1$ و $g = \{(1, -2), (-1, 4), (0, 3)\}$ در اینصورت $g \circ f(0) - \frac{f}{g}(1)$ را مشخص کنید.

۱۲۵- اگر $f = \{(1, 2), (2, 3), (5, 6)\}$ و $g = \{(3, 5), (2, 4), (1, 5)\}$ در اینصورت $g \circ f(1)$ را مشخص کنید.

۱۲۶- اگر $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ و $f = \{(x, 2x-1) \mid x \in A\}$ در اینصورت تابع $y = f(f(x))$ را مشخص کنید.

۱۲۷- اگر $f(x) = 2x + k$ و نمودار تابع $y = f \circ f(x)$ از نقطه $(-1, 2)$ بگذرد در اینصورت k را مشخص کنید.

۱۲۸- اگر $f(x) = x^2 + 2x + 2$ و $f \circ g(x) = x^2 - 4x + 5$ در اینصورت $g(x)$ را مشخص کنید.

۱۲۹- اگر $f(x) = \frac{2x+1}{x-1}$ و $g(x) = \sqrt{3-x}$ ؛

الف) دامنه تابع $f \circ g$ را تعیین کنید. ب) ضابطه تابع $f \circ g$ را بدست آورید. ج) مقدار عددی $g \circ f(0)$ را بیابید

۱۳۰- اگر $f = \{(1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 1)\}$ باشد در اینصورت $(1, 1)$ به کدام تابع تعلق دارد؟

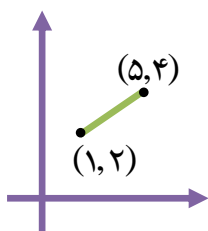
$f \circ f \circ f \circ f \circ f$ (۴) $f \circ f \circ f \circ f$ (۳) $f \circ f \circ f$ (۲) $f \circ f$ (۱)

۱۳۱- در کدام دو تابع دارای دامنه و برد یکسان می باشند اما عضو مشترکی ندارند؟

$f(x) = x+1, g(x) = 2x+3$ (۲) $f(x) = \sqrt{x}, g(x) = -\sqrt{x}$ (۱)

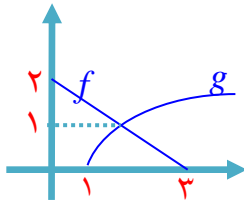
$f(x) = 2x+3, g(x) = 2x-1$ (۴) $f(x) = 2, g(x) = 3$ (۳)

۱۳۲- شکل زیر نمودار تابع f است. در تابع با ضابطه $g(x) = -2f(3x-1) + 5$ مجموعه $D_g \cap R_g$ را مشخص کنید.



۱۳۳- دامنه ی توابع با ضابطه ی $f(x) = \sqrt{2x+5}$ و $g(x) = \sqrt{-x+2}$ دارای عضو مشترک عدد صحیح و نمودار آنها در نقطه متقاطع اند.

۱۳۴- شکل زیر نمودار توابع f و g است ، دامنه ی تابع gof را مشخص کنید.



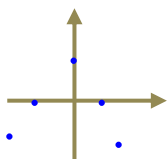
۱۳۵- دامنه تابع $y = \frac{1}{\sqrt{|x^2-1|} - |2x-1|}}$ را مشخص کنید.

۱۳۶- اگر $f(x) = \sqrt{5-x}$ و $g(x) = x^2 + 4x$ در اینصورت $Dfog$ را مشخص کنید.

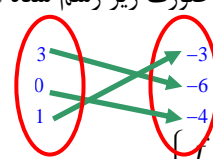
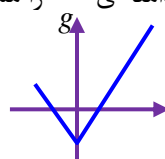
۱۳۷- الف) اگر $f(x) = \frac{1}{x-3}$ و $g(x) = \sqrt{5-x}$ ، دامنه و ضابطه هر یک از توابع fog و $\frac{f}{g}$ را محاسبه نمایید .

ب) با فرض $f(x) = x^2 - x$ و $g = \{(2,5), (0,1)\}$ مقدار $(gof)(-1)$ و $(g+f)(2)$ را به دست آورید.

۱۳۸- نمودار توابع f و g به صورت زیر رسم شده اند، دامنه ی $\frac{f}{g}$ را مشخص کنید.



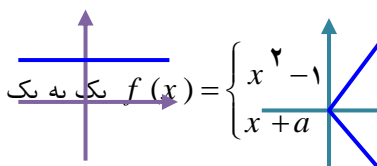
$\{(1,-1), (2,4), (-1,1), (-2,4)\}$



۱۳۹- اگر $f: [a, +\infty) \rightarrow R$ معکوس پذیر باشد، کمترین مقدار a را بیابید.

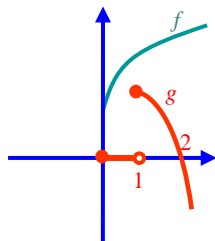
۱۴۰- اگر تابع با ضابطه ی $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & x \geq 0 \\ x + a & x \leq -1 \end{cases}$ یک به یک باشد محدوده a را بیابید

x	2	4	6	8	10
y	6	4	2	0	-2



مشخص کنید.

۱۴۱- چند تا از توابع زیر وارون پذیرند؟



۱۴۲- یک به یک بودن توابع زیر را بررسی کنید.

$$y = |3x| + |x| \quad y = 4x + |x| \quad y = |2x| - x \quad y = x + |x|$$

۱۴۳- یک به یک بودن توابع زیر را بررسی کنید.

$$y = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} \quad y = x + \sqrt{x^2+1} \quad y = x|x| \quad y = x\sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$$

۱۴۴- اگر در تابع خطی f داشته باشیم $f(2) = 7$ و $f(3) = 10$ در اینصورت $f^{-1}(2/4)$

۱۴۵- به ازای کدام یک از مقادیر a تابع $\{(2, -2), (m, 3), (-1, 3), (2m, a)\}$ یک به یک است؟

۱۴۶- اگر تابع با ضابطه $y = \begin{cases} -x^2 & x \leq 0 \\ x+b & x \geq 1 \end{cases}$ یک به یک باشد محدوده b را مشخص کنید.

۱۴۷- یک به یک بودن توابع زیر را بررسی کنید.

$$y = x^2 \quad y = |x| \quad y = \begin{cases} -x & x > 0 \\ x^2 & x \leq 0 \end{cases} \quad y = \begin{cases} x & x > 0 \\ x^2 & x \leq 0 \end{cases}$$

۱۴۸- اگر $f(x) = x + \sqrt{x^2+3}$ آنگاه $f^{-1}(\sqrt{3})$ را مشخص کنید.

۱۴۹- محل تلاقی تابع $y = x^5 + x - 1$ با تابع معکوسش را مشخص کنید.

۱۵۰- اگر تابع $f = \{(1, 2), (-1, b), (a, 2), (-1, \sqrt{a}-2)\}$ معکوس پذیر باشد در اینصورت b را مشخص کنید.

۱۵۱- با افزودن کدام عضو به تابع $f = \{(1, 2), (3, 1), (5, -1)\}$ ، تابع حاصل یک به یک نیست؟

$$(4, -2) \quad (3, -2) \quad (2, 5) \quad (4, -1) \quad (1)$$

۱۵۲- تابع $f = \{(1, m^2 - m), (1, m), (2, 3)\}$ یک به یک باشد مقدار m را به دست آورید.

۱۵۳- اگر $f(x) = x\sqrt{x} + 1$ در اینصورت ضابطه f^{-1} را مشخص کنید.

۱۵۴- اگر $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x-1} + 2 & x \geq 1 \\ x+k & x < 1 \end{cases}$ معکوس پذیر باشد، بیشترین مقدار k را بیابید.

۱۵۵- اگر A نقطه برخورد تابع $f(x) = x^3 + x + 1$ با محور y ها و A' نقطه متناظر آن در تابع f^{-1} باشد در اینصورت طول

AA' را به دست آورید.

۱۵۶- نمودار تابع خطی f از مبدا گذشته و $f(۶) = ۲$. ضابطه ی $f^{-۱}$ را مشخص کنید.

۱۵۷- در تابع خطی f از $f(۲) = ۱۳$ و $f(۰) = ۷$ ، ضابطه ی $f^{-۱}$ را مشخص کنید.

۱۵۸- وارون تابع $f(x) = \sqrt[3]{2x-1}$ را بدست آورید.

۱۵۹- وارون تابع $y = \frac{3-2x}{5}$ را به دست آورید.

۱۶۰- در تابع خطی f داریم $f(۰) = ۳۲$ و $f(۱۱) = f(۶) + ۹$ ، این تابع وارونش را در نقطه ای با کدام طول قطع می کند؟

۱۶۱- کدام وجود دارد؟

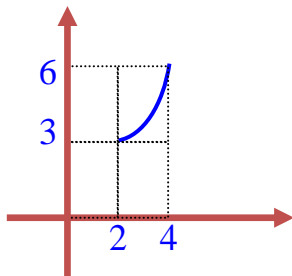
تابعی یک به یک که دامنه اش سه عضو دارد و برد آن از دو عضو تشکیل شده باشد.

تابعی یک به یک که دامنه اش دو عضو دارد و برد آن از سه عضو تشکیل شده باشد.

تابعی که برد آن از سه عضو و دامنه آن از دو عضو تشکیل شده باشد.

تابعی که برد آن از یک عضو و دامنه آن از سه عضو تشکیل شده باشد.

۱۶۲- شکل زیر نمودار تابع f است ، اگر $g(f(x)) = x$ و $f(g(x)) = x$ در اینصورت در دامنه و برد g به ترتیب چند



عدد طبیعی وجود دارد؟

۱۶۳- اگر $f(x) = \frac{2x+5}{3x+a}$ و $f \circ f(x) = x$ در اینصورت مقدار a را مشخص کنید.

۱۶۴- اگر $f(x) = x + \sqrt{x}$ باشد، معادله $(f \circ f)(x) = f(\sqrt{x} + 2)$ چند جواب دارد؟

۴(۴)

۳(۳)

۲(۲)

۱(۱)

۱۶۵- اگر f تابعی خطی باشد و $(f \circ f)(x) = 4x - 3$ ، مقدار $f(۰)$ کدام است؟

۳ یا ۱(۴)

-۳ یا -۱(۳)

۳یا-۱(۲)

-۳یا۱(۱)

۱۶۶- اگر $f = \{(1, 2), (2, 5), (3, 0), (4, -1)\}$ و $g = \{(2, 3), (-1, 4), (4, 1), (3, 0)\}$ در اینصورت $g \circ f^{-1}$ را مشخص کنید.

۱۶۷- اگر $f(x) = \begin{cases} 2\sqrt{x}+1 & x \geq 2 \\ x-2 & x < 2 \end{cases}$ ، مطلوبست $f^{-1}(x)$.

۱۶۸- اگر $f = \{(-1, 0), (1, 2), (0, 1), (2, -1)\}$ در اینصورت کدام زوج مرتب به $f + f^{-1}$ تعلق ندارد؟

- (۱) $(1, 2)$ (۲) $(-1, 1)$ (۳) $(0, 0)$ (۴) $(2, 0)$

۱۶۹- دو تابع $f = \{(5, 2), (7, 3), (1, 4), (3, 6), (1, 1)\}$ ، $g(x) = \sqrt{5x+9}$ مفروضند. اگر $(g^{-1} \circ f^{-1})(a) = 8$ مقدار a کدام

است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۶ (۴) ۷

۱۷۰- اگر $f(x) = x^3 + 4x$ با توجه به ماشین روبرو مقدار $g(-5)$ را مشخص کنید.

$$x \rightarrow \boxed{f} \rightarrow \boxed{g} \rightarrow x$$