



آزمون ۲ از ۱۴



شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان
سازمان سنجش آموزش کشور

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.
امام خمینی (ره)

**پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی
سنجش دوازدهم - تابستانه دوم
(۱۴۰۱/۰۶/۱۸)**

علوم ریاضی و فنی (دوازدهم)

کارنامه آزمون، عصر روز برگزاری آن از طریق سایت اینترنتی زیر قابل مشاهده می‌باشد:

www.sanjeshserv.ir

مدیران، مشاوران و دبیران محترم دبیرستان‌ها و مراکز آموزشی

به منظور فراهم نمودن زمینه ارتباط مستقیم مدیران، مشاوران و دبیران محترم دبیرستان‌ها و مراکز آموزشی همکار در امر آزمون‌های آزمایشی سنجش و بهره‌مندی از نظرات ارزشمند شما عزیزان در خصوص این آزمون‌ها، آدرس پست الکترونیکی test@sanjeshserv.com معرفی می‌گردد. از شما عزیزان دعوت می‌شود، دیدگاه‌های ارزشمند خود را از طریق آدرس فوق با مدیر تولیدات علمی و آموزشی این مجموعه در میان بگذارید.

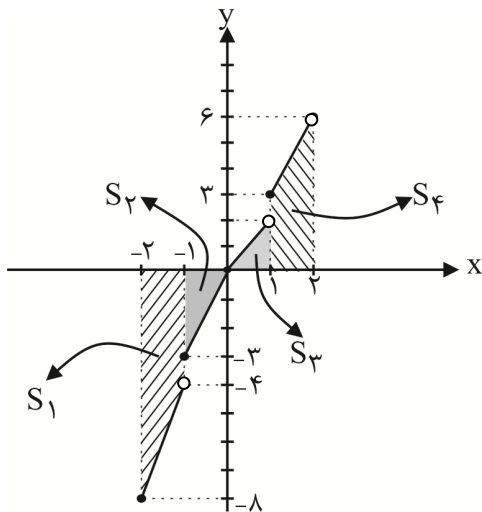


کانال تلگرام آزمون‌های آزمایشی سنجش @sanjesheducationgroup

ریاضیات

۱. گزینه ۲ درست است.

$$\begin{array}{l}
 -2 \leq x < -1 \rightarrow y = (-x)(-2) + 2x \rightarrow y = 4x \\
 -1 \leq x < 0 \rightarrow y = (-x)(-1) + 2x \rightarrow y = 3x \\
 0 \leq x < 1 \rightarrow y = (x)(0) + 2x \rightarrow y = 2x \\
 1 \leq x < 2 \rightarrow y = (x)(1) + 2x \rightarrow y = 3x
 \end{array}$$



$$S_{\text{کل}} = |S_1| + |S_2| + S_3 + S_4$$

$$S_{\text{کل}} = \frac{(4+8) \times 1}{2} + \frac{3 \times 1}{2} + \frac{2 \times 1}{2} + \frac{(3+6) \times 1}{2} = 13$$

۲. گزینه ۳ درست است.

$$2^x f(x) = 2^0 \rightarrow 2^x f(x) = 2^2 \times 5 \xrightarrow{\text{تقسیم طرفین به } 2^2} 2^{x-2} f(x) = 5 \xrightarrow{\text{دو طرف به توان } x}$$

$$2^{x-2} f(x) = 5 \xrightarrow{\text{با توجه به فرض } \Delta^x = 1^0} 2^{x-2} f(x) = 1^0$$

$$\rightarrow 2^{x-2} f(x) = \frac{1}{2} \times 2^0 \rightarrow 2^{x-2} f(x) = 2^{-1} \times 2^0 f(x)$$

$$\rightarrow 2^{x-2} f(x) = 2^{f(x)-1} \rightarrow x f(x) - 2x = f(x) - 1$$

$$(x-1)f(x) = 2x-1 \rightarrow \boxed{f(x) = \frac{2x-1}{x-1}}$$

$$f(2) + f\left(\frac{5}{4}\right) = \frac{2(2)-1}{2-1} + \frac{2\left(\frac{5}{4}\right)-1}{\frac{5}{4}-1} = 3 + 6 = 9$$

۳. گزینه ۲ درست است.

دنباله حسابی: $a_n = a_1 + (n-1)d$

$$\begin{aligned} a_1 &= 37 \\ a_4 &= 25 \Rightarrow a_1 + 3d = 25 \rightarrow 37 + 3d = 25 \rightarrow d = -4 \end{aligned}$$

$$a_n > 0 \rightarrow 37 + (n-1)(-4) > 0 \rightarrow n < 10.25 \rightarrow 10 \text{ جمله مثبت داریم}$$

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d) \rightarrow S_{10} = \frac{10}{2}[2 \times 37 + (9)(-4)] = 190$$

$$S_6 = 65 S_3 \rightarrow \frac{a(1-q^6)}{1-q} = 65 \times \frac{a(1-q^3)}{1-q}$$

$$\rightarrow 1 - q^6 = 65(1 - q^3) \rightarrow 1 + q^3 = 65 \rightarrow \boxed{q = 4}$$

$$\frac{\text{مجموع جملات مثبت دنباله حسابی}}{\text{قدر نسبت دنباله هندسی}} = \frac{190}{4} = 47.5$$

۴. گزینه ۱ درست است.

$$\sqrt{1 + 5x + 4x^2} = |x - 2| \xrightarrow{\text{دو طرف به توان ۲}} 1 + 5x + 4x^2 = x^2 - 4x + 4$$

$$3x^2 + 9x - 3 = 0 \rightarrow \boxed{x^2 + 3x - 1 = 0} \begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} \rightarrow \boxed{S = -3} \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} \rightarrow \boxed{P = -1} \end{cases}$$

$$x_1^2(x_1 + 1) + x_2^2(x_2 + 1) = \underbrace{x_1^2 + x_2^2}_{S^2 - 2P} + x_1^2 + x_2^2$$

$$= S^2 - 2PS + S^2 - 2P$$

$$= (-3)^2 - 2(-1)(-3) + (-3)^2 - 2(-1)$$

$$= -25$$

۵. گزینه ۴ درست است.

$$\frac{\cos(\cancel{2\pi} + \pi - \alpha) + \sin(\cancel{\pi} - \frac{\pi}{2} + \alpha)}{\cos(\cancel{\pi} + \frac{\pi}{2} + \alpha) + \sin(\cancel{\pi} - \frac{\pi}{2} - \alpha)} = \frac{1}{4} \rightarrow \text{(از دوره‌های دایره صرف نظر می‌شود)}$$

$$\frac{\cos(\pi - \alpha) - \sin(\frac{\pi}{2} - \alpha)}{\cos(\frac{\pi}{2} + \alpha) - \sin(\frac{\pi}{2} + \alpha)} = \frac{1}{4}$$

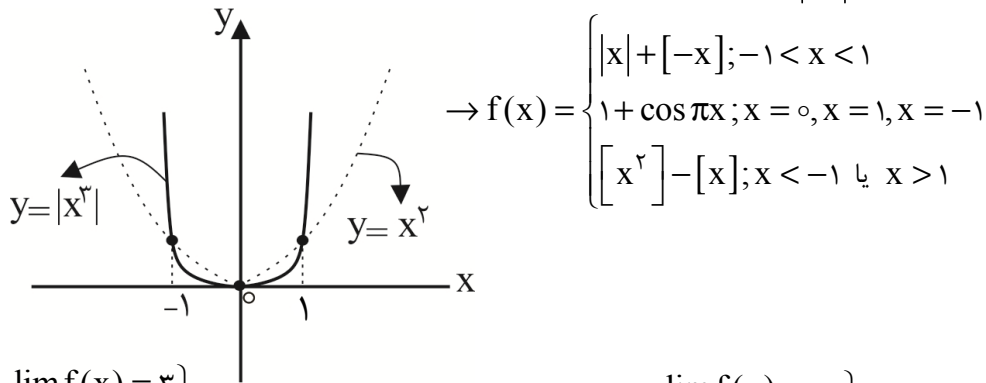
$$\frac{-\cos \alpha - \cos \alpha}{-\sin \alpha - \cos \alpha} = \frac{1}{4} \rightarrow \frac{2 \cos \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha} = \frac{1}{4} \xrightarrow{\div \cos \alpha}$$

$$\frac{2}{\tan \alpha + 1} = \frac{1}{4} \rightarrow \boxed{\tan \alpha = 7}$$

$$\text{عبارت مورد نظر} = \frac{1}{-\cos \alpha \cdot \cos(\pi - \alpha)} = \frac{1}{\cos^2 \alpha} = 1 + \tan^2 \alpha = 1 + 7^2 = 50$$

۶. گزینه ۱ درست است.

با توجه به نمودار دو تابع $y = x^2$ و $y = |x^3|$ بررسی پیوستگی f را در بازه‌های مورد نظر بررسی می‌کنیم:



$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) &= 3 \\ \lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) &= 1 \\ f(-1) &= 0 \end{aligned} \right\} \rightarrow \text{در } x = -1 \text{ ناپیوسته است } f$$

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) &= 0 \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) &= -1 \\ f(0) &= 0 \end{aligned} \right\} \rightarrow \text{در } x = 0 \text{ ناپیوسته است } f$$

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) &= 0 \\ \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) &= 0 \\ f(1) &= 0 \end{aligned} \right\} \rightarrow \text{در } x = 1 \text{ پیوسته است } f$$

برای $x < -1$ یا $x > 1$ تابع $y = [x^2] - [x]$ در بی‌شمار نقطه ناپیوسته است. بنابراین تابع f در بی‌شمار نقطه ناپیوسته است.

۷. گزینه ۳ درست است.

$$\frac{1 - \sin x}{1 + \sin x} = \frac{4}{1} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} 4 + 4 \sin x = 1 - \sin x \xrightarrow{\Delta} \Delta \sin x = -3$$

$$\sin x = \frac{-3}{5} \xrightarrow{\text{طرفین } \div \cos^2 \frac{x}{2}} 2 \sin \frac{x}{2} \cdot \cos \frac{x}{2} = \frac{-3}{5}$$

$$\frac{2 \sin \frac{x}{2} \cdot \cos \frac{x}{2}}{\cos \frac{x}{2} \cdot \cos \frac{x}{2}} = \frac{-3}{5 \cos^2 \frac{x}{2}} \rightarrow 2 \tan \frac{x}{2} = \frac{-3}{5} (1 + \tan^2 \frac{x}{2})$$

$$3 \tan^2 \frac{x}{2} + 10 \tan \frac{x}{2} + 3 = 0 \rightarrow \tan \frac{x}{2} = \frac{-10 \pm 8}{2(3)} \begin{cases} \tan \frac{x}{2} = -\frac{3}{2} \\ \tan \frac{x}{2} = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\text{مجموع مورد نظر سؤال} = (-3) + (-3) = -6$$

$$\tan \frac{x}{2} \text{ مقدار صحیح} \quad \tan \frac{x}{2} \text{ وارون مقدار ناصحیح}$$

۸. گزینه ۲ درست است.

صورت و مخرج را در مزدوج مخرج ضرب می کنیم:

$$\begin{aligned} & \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{1 - \cos^3 x}}{\sqrt{2-3x} - \sqrt{2-\Delta x}} \times \frac{\sqrt{2-3x} + \sqrt{2-\Delta x}}{\sqrt{2-3x} + \sqrt{2-\Delta x}} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{2}(2\sqrt{2})\sqrt{(1-\cos x)(1+\cos x+\cos^2 x)}}{2-3x-2+\Delta x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{4\sqrt{2} \sqrt{2 \sin^2 \frac{x}{2}}}{2x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{4\sqrt{2} \times \sqrt{2} \left| \sin \frac{x}{2} \right|}{2x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-2\sqrt{6} \sin \frac{x}{2}}{\frac{x}{2} \times 2} = -\sqrt{6} \end{aligned}$$

۹. گزینه ۴ درست است.

نقطه برخورد دو تابع f و f^{-1} در صورت وجود، بر روی خط $y = x$ (نیمساز ناحیه اول - سوم مختصاتی) قرار دارد، بنابراین:

$$x = x^3 + 3x - 12 \rightarrow x^3 + 2x - 12 = 0 \rightarrow x = 2, y = 2$$

$$\left. \begin{matrix} A(2, 2) \\ O(0, 0) \end{matrix} \right\} \Rightarrow OA = \sqrt{(2-0)^2 + (2-0)^2} = 2\sqrt{2}$$

۱۰. گزینه ۲ درست است.

$$\text{دامنه } f(x): 6 - x \geq 0 \rightarrow x \leq 6$$

$$\left\{ \begin{matrix} D_{\text{gof}} = \{-10, c\} \subseteq (-\infty, 6] \\ R_{\text{gof}} = \{4, 7\} \subseteq \{1, 4, b\} \end{matrix} \right. \rightarrow \boxed{b = 7}$$

$$g(f(-10)) = g(4) = 7 \xrightarrow{b=7} \boxed{a = 4}$$

$$g(f(c)) = 4 \xrightarrow{g(3)=4} f(c) = 3 \rightarrow \boxed{c = -3}$$

$$f(a^2 - b^2 - c) = f(-30) = \sqrt{6 - (-30)} = 6$$

۱۱. گزینه ۱ درست است.

مطابق نتیجه صفحه ۱۵ کتاب درسی:

$$\left. \begin{matrix} AB \parallel DE \Rightarrow \widehat{AD} = \widehat{BE} \\ EF \parallel BC \Rightarrow \widehat{BE} = \widehat{FC} \end{matrix} \right\} \Rightarrow \widehat{AD} = \widehat{BE} = \widehat{FC} = x$$

$$\widehat{AB} + \widehat{CD} + \widehat{EF} + 3x = 360$$

$$60 + 100 + 80 + 3x = 360 \rightarrow \boxed{x = 40} \Rightarrow \widehat{AD} = 40^\circ$$

$$\text{ظلی } \widehat{BCT} = \frac{\widehat{AB} + \widehat{CD} + \widehat{AD}}{2} = \frac{60^\circ + 100^\circ + 40^\circ}{2} = 100^\circ$$

۱۲. گزینه ۳ درست است.

مطابق تمرین ۱ صفحه ۲۹ یک دوزنقه متساوی الساقین، محاطی است و بالعکس. همچنین مطابق تمرین ۴ در همین صفحه، در دوزنقه هم محیطی و هم محاطی، مساحت برابر حاصل ضرب میانگین حسابی و میانگین هندسی دو قاعده است:

$$S_{\triangle} = \frac{x+y}{2} \sqrt{xy} = \frac{2+4}{2} \sqrt{2 \times 4} = 6\sqrt{2}, h = 2R =$$
 ارتفاع دوزنقه

$$S_{\triangle} = \frac{(x+y) \times 2R}{2} \Rightarrow 6\sqrt{2} = (2+4)R \rightarrow \boxed{R = \sqrt{2}}$$

$$S_{\circ} = \pi R^2 = 3(\sqrt{2})^2 = 6$$

۱۳. گزینه ۴ درست است.

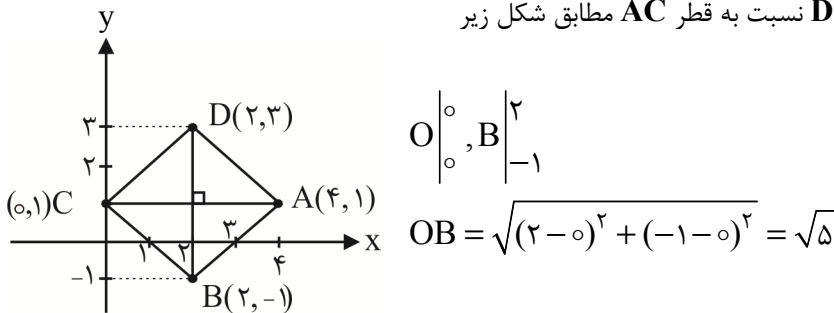
اگر R شعاع دایره بزرگتر و R' شعاع دایره کوچکتر باشد، در حالتی که دو دایره، مماس خارج باشند طول مماس مشترک خارجی برابر است با: $TT' = 2\sqrt{RR'}$

$$\frac{\sqrt{3}}{3}R = 2\sqrt{RR'} \xrightarrow{\text{توان}} \frac{1}{3}R^2 = 4RR' \rightarrow R = 12R'$$

$$\frac{S_{\text{دایره بزرگتر}}}{S'_{\text{دایره کوچکتر}}} = \frac{\pi R^2}{\pi R'^2} = 144$$

۱۴. گزینه ۴ درست است.

نقطه C روی محور بازتاب (محور Y) است، زیرا تصویرش بر خودش منطبق است (نقطه ثابت تبدیل) بنابراین: $C(0, 1)$ با توجه به مختصات A و C قطر AC افقی است و از طرف دیگر قطرهای مربع عمودمنصف یکدیگرند، در نتیجه بازتاب D نسبت به قطر AC مطابق شکل زیر همان نقطه B است:



$$O \begin{vmatrix} 0 & 2 \\ 0 & -1 \end{vmatrix}, B \begin{vmatrix} 2 \\ -1 \end{vmatrix}$$

$$OB = \sqrt{(2-0)^2 + (-1-0)^2} = \sqrt{5}$$

۱۵. گزینه ۳ درست است.

عمود منصف هر نقطه و دوران یافته‌اش از مرکز دوران می‌گذرد، بنابراین محل برخورد عمود منصف AA' و BB' همان مرکز دوران است:

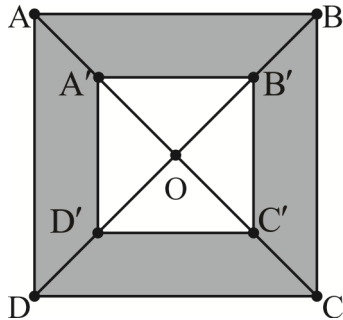
$$\left. \begin{matrix} A(-2, 4) \\ A'(4, -4) \end{matrix} \right\} \begin{matrix} \nearrow A', A \text{ وسط } N(1, 0) \\ \searrow A', A \text{ عمودمنصف } m_{\Delta} = \frac{-1}{4-(-2)} = \frac{3}{4} \end{matrix} \rightarrow y-0 = \frac{3}{4}(x-1) \rightarrow \boxed{3x-4y=3}$$

$$\left. \begin{matrix} B(-6, 2) \\ B'(2, 6) \end{matrix} \right\} \begin{matrix} \nearrow B', B \text{ وسط } N'(-2, 4) \\ \searrow B', B \text{ عمودمنصف } m_{\Delta'} = \frac{-1}{6-2} = -\frac{1}{4} \end{matrix} \rightarrow y-4 = -2(x+2) \rightarrow \boxed{2x+y=0}$$

$$\begin{cases} 3x - 4y = 3 \\ 2x + y = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{11} = \alpha \\ y = \frac{-6}{11} = \beta \end{cases} \rightarrow 3\alpha - 4\beta = 3\left(\frac{3}{11}\right) - 4\left(\frac{-6}{11}\right) = 3$$

۱۶. گزینه ۱ درست است.

دو شکل مجانس الزاماً متشابه‌اند، بنابراین نسبت تجانس همان نسبت تشابه $K = \frac{2}{7}$ است:



$$\frac{S_{A'B'C'D'}}{S_{ABCD}} = K^2 = \left(\frac{2}{7}\right)^2 = \frac{4}{49}$$

$$S_{ABCD} = \frac{49}{4} S_{A'B'C'D'} \xrightarrow{\text{به طور خلاصه}} S = \frac{49}{4} S'$$

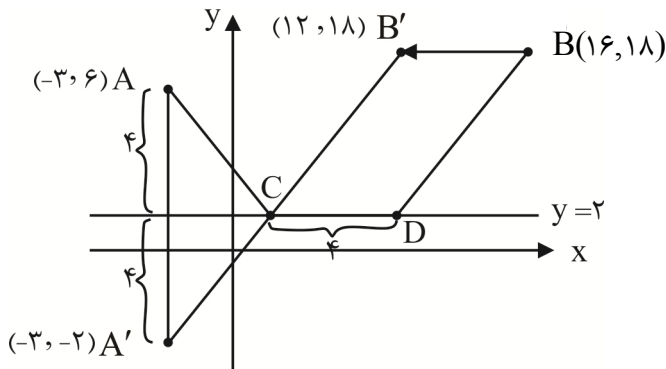
از طرفی $S - S' = 180 \rightarrow \frac{49}{4} S' - S' = 180$

$S' = 16 \rightarrow S = \frac{49}{4} \times 16 \rightarrow S = 49 \times 4 \rightarrow AB^2 = 49 \times 4 \rightarrow AB = 7 \times 2 \rightarrow \boxed{AB = 14}$ ضلع مربع اولیه

محیط اولیه $= 4 \times 14 = 56$

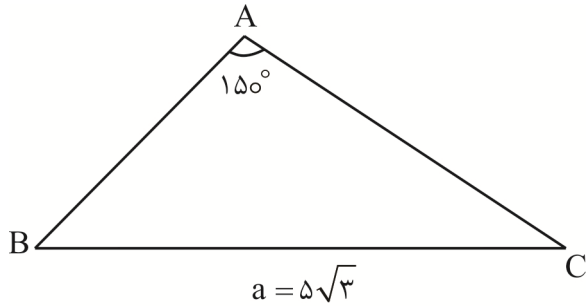
۱۷. گزینه ۳ درست است.

بر اساس مسئله یافتن کوتاه‌ترین مسیر به روش هرون، ابتدا بازتاب نقطه A را نسبت به محور بازتاب $y = 2$ به دست می‌آوریم (نقطه A'). نقطه B را هم ۴ واحد به سمت چپ و افقی انتقال می‌دهیم (نقطه B').



$$\begin{aligned} \text{Min}(ACDB) &= A'B' = \sqrt{(12 - (-3))^2 + (18 - (-2))^2} \\ &= \sqrt{15^2 + 20^2} = \sqrt{625} = 25 \end{aligned}$$

۱۸. گزینه ۲ درست است.

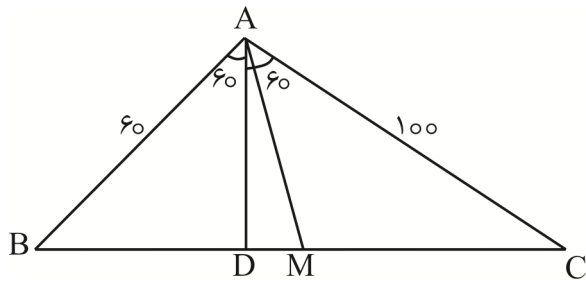


$$\frac{a}{\sin A} = 2R$$

$$\sin 150^\circ = \sin(\pi - 30^\circ) = \sin 30^\circ = \frac{1}{2} \rightarrow \frac{5\sqrt{3}}{\sin 150^\circ} = 2R \rightarrow \frac{5\sqrt{3}}{\frac{1}{2}} = 2R \rightarrow \boxed{R = 5\sqrt{3}}$$
 شعاع دایره محیطی

$$S = \pi R^2 = \pi(5\sqrt{3})^2 = 75\pi$$

۱۹. گزینه ۴ درست است.



قضیه کسینوسها:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \times AC \times \cos A$$

$$BC^2 = 60^2 + 100^2 - 2 \times 60 \times 100 \times \left(-\frac{1}{2}\right) \rightarrow \boxed{BC = 140} \xrightarrow{\text{AM میانه است}} BM = MC = 70$$

قضیه نیمسازها: $\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC}$

$$\frac{60}{100} = \frac{BD}{DC} \rightarrow \boxed{\frac{3}{5} = \frac{BD}{DC}}$$

$$BD + DC = 140$$

$$\frac{3}{5}DC + DC = 140$$

$$\frac{8}{5}DC = 140$$

$$\boxed{DC = 87.5}, \boxed{BD = 52.5} \rightarrow DM = 70 - 52.5 = 17.5$$

۲۰. گزینه ۱ درست است.

$$a + b + c = 2P \rightarrow 13 + 14 + 15 = 2P \rightarrow \boxed{P = 21}$$
 نصف محیط

قاعده هرون: $S_{\Delta} = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)} \rightarrow S_{\Delta} = \sqrt{21 \times 6 \times 7 \times 8}$

$$\boxed{S_{\Delta} = 84} \rightarrow \text{شعاع دایره محاطی داخلی } r = \frac{S}{P} \rightarrow r = \frac{84}{21} \rightarrow r = 4 \rightarrow S_1 = \pi r^2 \rightarrow S_1 = 3 \times 4^2 = 48$$

$$r_a = \frac{S}{P-a} = \frac{84}{21-15} = \frac{84}{6} = 14$$

$$S_r = \pi r_a^2 = 3 \times 14^2 = 588$$

$$\Delta S = S_r - S_1 = 588 - 48 = 540$$

۲۱. گزینه ۲ درست است.

با توجه به هم‌ارزی $P \Rightarrow q \equiv \sim P \vee q$ و تعریف دو شرطی:

$$\begin{aligned} (\sim P \vee q) \Leftrightarrow q &\equiv [(\sim P \vee q) \Rightarrow q] \wedge [q \Rightarrow (\sim P \vee q)] \\ &\equiv [(P \wedge \sim q) \vee q] \wedge [\sim q \vee (\sim P \vee q)] \\ &\equiv [(P \vee q) \wedge (\sim q \vee q)] \wedge [(\sim q \vee q) \vee \sim P] \\ &\equiv [(P \vee q) \wedge T] \wedge [T \vee \sim P] \\ &\equiv (P \vee q) \wedge T \equiv P \vee q \equiv \sim P \Rightarrow q \xrightarrow{\text{عکس نقیض}} \sim q \Rightarrow P \end{aligned}$$

اگر علی زیاد مطالعه نکند آنگاه در کنکور موفق می‌شود.

۲۲. گزینه ۳ درست است.

$$\text{حالت اول: } \boxed{\text{---} | \text{---} | \text{---}} \Rightarrow \text{تعداد حالات} = \frac{6!}{2!2!2!3!} = 15$$

$$\text{حالت دوم: } \boxed{\text{---} | \text{---} | \text{---}} \Rightarrow \text{تعداد حالات} = \frac{6!}{2! \times 4!} = 15$$

$$\text{حالت سوم: } \boxed{\text{---} | \text{---} | \text{---}} \Rightarrow \text{تعداد حالات} = 1$$

$$\text{تعداد کل حالات} = 15 + 15 + 1 = 31$$

۲۳. گزینه ۴ درست است.

براساس تعریف ضرب دکارتی از $A \times B = B \times A$ نتیجه می‌گیریم که $A = B$:

$$\text{الزاماً: } x + 1 = 5 \rightarrow \boxed{x = 4}$$

$$\text{حالت ۱: } y + 2 = 4, \boxed{z = -2} \rightarrow \boxed{y = 2} \Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 = 24 = \min$$

$$\text{حالت ۲: } y + 2 = -2, z = 4 \rightarrow \boxed{y = -4} \Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 = 48 = \max$$

$$\text{Min} \times \text{Max} = 24 \times 48 = 1152$$

۲۴. گزینه ۱ درست است.

$$P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) + P(6) = 1$$

$$\begin{array}{cccccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ x & + & 3x & + & 3x & + & x & + & 3x & + & x & = & 1 \end{array}$$

$$x = \frac{1}{12}$$

$$P(\text{شمارنده‌های } 4) = P(\{1, 2, 4\}) = P(1) + P(2) + P(4) \\ = x + 3x + x$$

$$= 5x = 5 \times \frac{1}{12} = \frac{5}{12}$$

۲۵. گزینه ۴ درست است.

(رنگ ۳ مهره خارج شده متفاوت باشد) $1 - P$ (رنگ مهره‌های خارج شده متفاوت نباشد) P

$$= 1 - \frac{\binom{6}{1}\binom{4}{1}\binom{2}{1}}{\binom{12}{3}}$$

$$= 1 - \frac{6 \times 4 \times 2}{2 \times 11 \times 10}$$

$$= 1 - \frac{12}{55} = \frac{43}{55}$$

۲۶. گزینه ۳ درست است.

$P(A' | B') = 1 - P(A) \rightarrow P(A' | B') = P(A') \rightarrow A' \text{ و } B' \text{ مستقل اند}$

$A \text{ و } B \text{ مستقل اند} \rightarrow P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$$0.625 = 2P(B) + P(B) - P(A) \times P(B)$$

$$0.625 = 3P(B) - 2P(B).P(B)$$

$$2P^2(B) - 3P(B) + 0.625 = 0 \rightarrow \Delta = 4 \rightarrow P(B) = \frac{3 \pm 2}{4} \begin{cases} P(B) = \frac{5}{4} \text{ غ ق} \\ P(B) = \frac{1}{4} \rightarrow P(A) = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$P(A \cap B') = P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$

$$= \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{3}{8}$$

۲۷. گزینه ۱ درست است.

اگر هر داده اولیه را با نماد X_i نمایش دهیم، داده‌های جدید به فرم $4(X_i + 5)$ هستند یعنی $4X_i + 20$ ، بنابراین:

$$\bar{X} \text{ جدید} = 4\bar{X} \text{ قدیم} + 20 = 4(20) + 20 = 100$$

$$\sigma \text{ جدید} = 4\sigma \text{ قدیم} = 4 \times \sqrt{9} = 12$$

$$CV \text{ جدید} = \frac{\sigma \text{ جدید}}{\bar{X} \text{ جدید}} = \frac{12}{100} = 0.12$$

$$CV \text{ قدیم} = \frac{\sigma \text{ قدیم}}{\bar{X} \text{ قدیم}} = \frac{3}{20} = 0.15$$

$$\frac{CV \text{ جدید}}{CV \text{ قدیم}} = \frac{0.12}{0.15} = 0.8$$

۲۸. گزینه ۴ درست است.

در روش سیستماتیک، پس از انتخاب اولین شماره برای طبقه اول به‌طور تصادفی، بقیه شمارهها مطابق الگوی دنباله حسابی با

قدر نسبت $d = \frac{N}{n}$ (فاصله بین دو نمونه متوالی) به‌دست می‌آید:

$$d = \frac{540}{45} = 12, t_K = t_1 + (K-1)d$$

$$27 = t_1 + (3-1) \times 12 \rightarrow t_1 = 3$$

$$t_{10} = t_1 + 9 \times 12 = 3 + 108 = 111$$

۲۹. گزینه ۲ درست است.

$$\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}, 34 \leq \mu \leq 40$$

$$\rightarrow \begin{cases} \bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} = 34 \\ \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} = 40 \end{cases} \xrightarrow{n=64} \begin{cases} \bar{x} = 37 & \text{میانگین نمونه} \\ \sigma = 12 & \text{انحراف معیار جامعه} \end{cases}$$

مطابق توضیحات صفحه ۱۲۱ کتاب درسی آمار و احتمال، انحراف معیار برآورد میانگین جامعه برابر با انحراف معیار جامعه تقسیم بر جذر اندازه نمونه است:

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \rightarrow \sigma_{\bar{x}} = \frac{12}{\sqrt{64}} = \frac{12}{8} = 1.5$$

۳۰. گزینه ۳ درست است.

برآورد نقطه‌ای به روش میانگین:

$$\bar{x} = \frac{2+5+8+9+11}{5} = 7 \quad \text{میانگین نمونه}$$

$$\mu = \frac{0+1+2+\dots+N}{N+1} = \frac{\frac{N(N+1)}{2}}{N+1} = \frac{N}{2} = 7 \rightarrow N = 14 = n_1$$

برآورد نقطه‌ای به روش میانه:

$$2, 5, \boxed{8}, 9, 11 \rightarrow \frac{N}{2} = 8 \rightarrow N = 16 = n_2$$

$$\frac{1}{2}(n_1 + n_2) = \frac{1}{2}(14 + 16) = 15$$

فیزیک (۲)

۳۱. گزینه ۳ درست است.

۳۲. گزینه ۲ درست است.

نیرو با فاصله رابطه عکس دارد. با توجه به توان ۲ فاصله، پس باید فاصله $\sqrt{2}$ برابر شود.

$$F = K \frac{q_1 q_2}{L_1^2} \Rightarrow \frac{F_1}{2} = K \frac{q_1 q_2}{L_2^2}$$

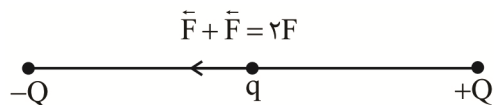
$$\frac{K \frac{q_1 q_2}{L_1^2}}{\frac{1}{2}} = K \frac{q_1 q_2}{L_2^2} \Rightarrow \frac{q_1 q_2}{2L_1^2} = \frac{q_1 q_2}{L_2^2}$$

$$L_2^2 = 2L_1^2 \Rightarrow L_2 = \sqrt{2}L_1$$

اگر نیرو $\frac{1}{4}$ برابر شود باید فاصله $\sqrt{2}$ برابر شود.

۳۳. گزینه ۴ درست است.

چون دو نیرو مساوی و هم جهت اند، بنابراین:

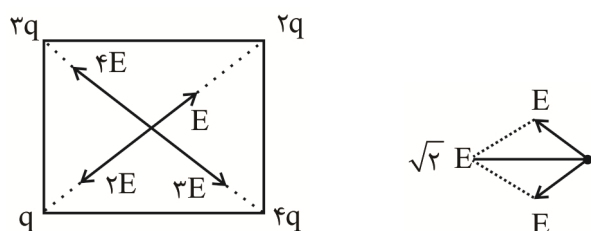


۳۴. گزینه ۱ درست است.

بار در حال ساکن و یا حرکت دارای میدان الکتریکی می باشد ولی برای بار متحرک و یا یک جریان الکتریکی، میدان مغناطیسی تولید می کند.

۳۵. گزینه ۲ درست است.

۳۶. گزینه ۲ درست است.



۳۷. گزینه ۲ درست است.

۳۸. گزینه ۱ درست است.

جمع جبری بار، به نسبت مساوی تقسیم می شود.

$$\frac{-4 + (+2)}{2} = \frac{-2}{2} = -1$$

۳۹. گزینه ۲ درست است.

$$W = \frac{1}{2} m V^2 \Rightarrow Vq = \frac{1}{2} m V^2$$

$$V \times 1,5 \times 10^{-19} = \frac{1}{2} \times 9 \times 10^{-31} \times (10^7)^2 \Rightarrow V = 300 \text{ ولت}$$

۴۰. گزینه ۴ درست است.

۴۱. گزینه ۱ درست است.

با توجه به جهت میدان گزینه ۱ درست است.

۴۲. گزینه ۳ درست است.

زیرا گلوله قسمت داخلی محسوب می شود و بار در سطح خارجی توزیع می شود.

۴۳. گزینه ۴ درست است.

$$R = \frac{V}{I}, C = \frac{q}{V}$$

$$RC = \frac{V}{I} \times \frac{q}{V} = \frac{q}{I} = \frac{It}{I} = t \text{ زمان}$$

۴۴. گزینه ۱ درست است.

$$I = ne = 10^{16} \times 1,6 \times 10^{-19} = 1,6 \times 10^{-3}$$

$$I = 1,6 \text{ mA}$$

۴۵. گزینه ۳ درست است.

$$I_1 = \frac{V}{R_1} = \frac{10}{10} = 1A$$

$$I_2 = \frac{V}{R_2} = \frac{10}{20} = 0.5A \quad I = I_1 + I_2 + I_3 = 3.5A$$

$$I_3 = \frac{V}{R_3} = \frac{10}{5} = 2A$$

۴۶. گزینه ۲ درست است.

$$V_1 = V_2 \Rightarrow I_1 R_1 = I_2 R_2$$

$$2 \times 4 = 8 \times I_2 \Rightarrow I_2 = 1A$$

$$I = I_1 + I_2 = 3A \quad V = RI = 10 \times 3 = 30V$$

۴۷. گزینه ۱ درست است.

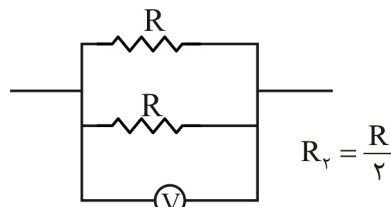
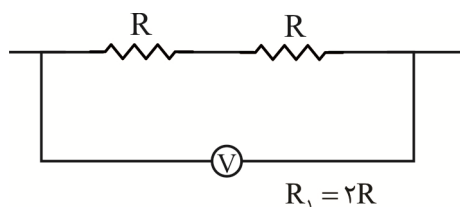
با وصل شدن کلید K هر دو مقاومت 2R از مدار حذف می‌شوند. پس مقاومت معادل R می‌شود و جریان دو برابر یعنی 6A می‌شود.

۴۸. گزینه ۲ درست است.

$$V = RI \Rightarrow R_1 = \frac{V}{I_1} = \frac{V}{2} \quad R_2 = \frac{V}{I_2} = \frac{V}{4}$$

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{\frac{V}{2}}{\frac{V}{4}} = \frac{4}{2} = 2$$

۴۹. گزینه ۲ درست است.



$$W_1 = \frac{V^2}{R_1} t = \frac{V^2}{2R} t \quad (1)$$

$$W_2 = \frac{V^2}{R_2} t = \frac{2V^2}{R} t \quad (2)$$

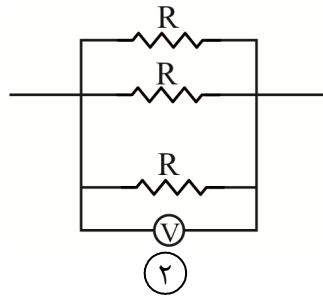
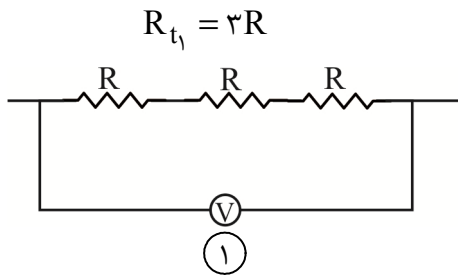
$$\frac{W_1}{W_2} = \frac{\frac{V^2 t}{2R}}{\frac{2V^2 t}{R}} = \frac{1}{4}$$

۵۰. گزینه ۳ درست است.

با توجه به اینکه اتصال در برق شهر به صورت موازی است هر لامپ، 100 وات مصرف دارد و در حالت متوالی اختلاف پتانسیل

هر یک 1/3 حالت موازی است. پس توان آن‌ها 9 برابر کم می‌شود. یعنی 100/9 وات برای هر لامپ. پس 3 لامپ مجموعاً

$$3 \times \frac{100}{9} \text{ برابر } \frac{300}{9} \text{ وات مصرف می‌کند که برابر با } \frac{100}{3} \text{ می‌شود.}$$



$$R_{t2} = \frac{R}{3}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{\frac{V^2}{R_2}}{\frac{V^2}{R_1}} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{3R}{\frac{R}{3}} = \frac{9R}{R} = 9$$

$$P_2 = \frac{P_1}{9} = \frac{300}{9} = \frac{100}{3}$$

۵۱. گزینه ۴ درست است.

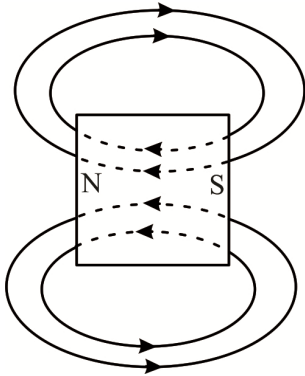
B با **I** رابطه مستقیم با **d** فاصله، رابطه عکس دارد.

$$B_1 = K \frac{I_1}{d_1}$$

$$d_2 = \frac{d_1}{2}, I_2 = 2I_1$$

$$B_2 = K \frac{2I_1}{\frac{d_1}{2}} = 4K \frac{I_1}{d_1} = 4B_1$$

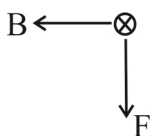
۵۲. گزینه ۱ درست است.



۵۳. گزینه ۴ درست است.

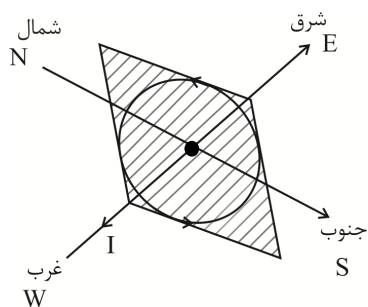
$$\phi = \frac{\Delta \phi}{\Delta t} = \frac{A(B - \frac{B}{2})}{\Delta t} = \frac{\frac{1}{2} \times 0.5 \times \pi \times 0.1^2}{0.1} = \frac{\pi}{4 \times 100 \times 0.1} = \frac{\pi}{40}$$

۵۴. گزینه ۱ درست است.



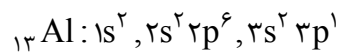
۵۵. گزینه ۲ درست است.

طبق قاعده دست راست:



شیمی (۲)

۵۶. گزینه ۳ درست است.



۵۷. گزینه ۳ درست است.

رسانای قلع و سرب برابر است.

۵۸. گزینه ۱ درست است.

۵۹. گزینه ۲ درست است.

موارد دوم و چهارم نادرست هستند.

۶۰. گزینه ۱ درست است.

۶۱. گزینه ۱ درست است.

۶۲. گزینه ۳ درست است.

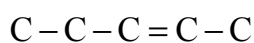
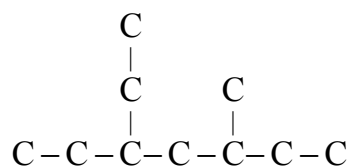
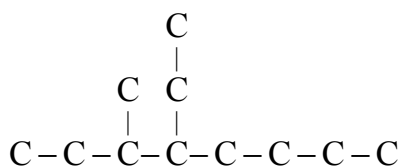
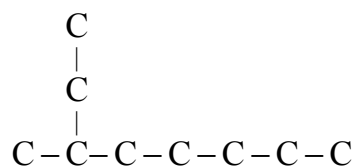
$$9800 \text{KgSi} = 70 \times 10^3 \text{ KgMg} \times \frac{X}{100} \times \frac{40}{100} \times \frac{28 \text{gSi}}{2 \times 24 \text{g}} \rightarrow X = 60$$

۶۳. گزینه ۲ درست است.



$$124/44 \times 10^3 \text{ L} = 10^6 \text{ gC}_6\text{H}_{12}\text{O}_6 \times \frac{R}{100} \times \frac{2 \times 22/4 \text{L}}{180 \text{g}} \rightarrow R = 50$$

۶۴. گزینه ۳ درست است.



۶۵. گزینه ۳ درست است.

۶۶. گزینه ۲ درست است.

$$q_1 = q_2$$

$$mc\Delta\theta = 2,2mc\Delta\theta$$

$$200 \times 4,2 \times (75 - 25) = 2,2 \times 200 \times C \times (75 - 25)$$

$$C = 1,9$$

۶۷. گزینه ۳ درست است.

۶۸. گزینه ۴ درست است.

۶۹. گزینه ۳ درست است.

$$q = 5,6L \times \frac{1\text{mol}}{22,4L} \times \frac{890}{1\text{mol}} = 222,5$$

$$q = 3,2gC \times \frac{75}{100} \times \frac{1\text{mol}}{12} \times \frac{393\text{KJ}}{1\text{mol}} = 78,6$$

$$q = 8L \times \frac{0,8g}{L} \times \frac{1\text{mol}}{12g} \times \frac{74}{1\text{mol}} = 39,4$$

$$q = 9,03 \times 10^{22} \times \frac{1\text{mol}_{H_2}}{6,02 \times 10^{23}} \times \frac{571\text{KJ}}{2\text{mol}_{H_2}} = 42,825$$

۷۰. گزینه ۳ درست است.

آب در شرایط استاندارد به صورت مایع است.



$$q = 9,12L \times \frac{4\text{mol}}{19 \times 22,4} \times \frac{227g}{1\text{mol}} \times \frac{6\text{Kcal}}{1g} = 116,7\text{Kcal}$$

$$NH_3 = 116,7\text{Kcal} \times \frac{1\text{mol}_{NH_3}}{3 \times 94\text{Kcal}_{N-H}} \times \frac{6,02 \times 10^{23}}{\text{mol}_{NH_3}} = 2,5 \times 10^{23}$$

$$395 \times \frac{1\text{Kcal}}{4,2\text{KJ}} = 94$$

۷۱. گزینه ۳ درست است.

۷۲. گزینه ۲ درست است.

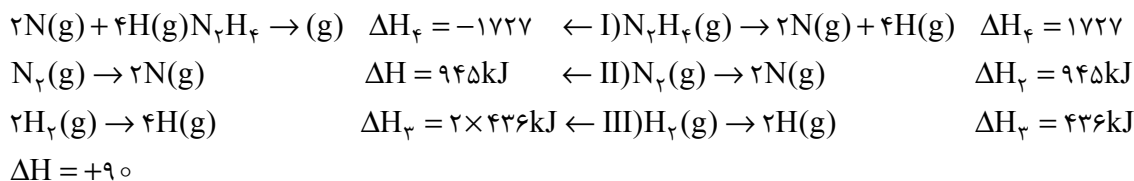
موارد الف و ب درست است.

۷۳. گزینه ۳ درست است.

$$q_{C_3H_6} = 1g \times \frac{4116\text{KJ}}{2 \times 42} = 49\text{KJ}$$

$$q_{CH_3OH} = 1g \times \frac{1452\text{KJ}}{2 \times 32} = 22,68\text{KJ}$$

۷۴. گزینه ۳ درست است.



۷۵. گزینه ۳ درست است.

موارد اول و دوم و چهارم درست است.

۷۶. گزینه ۲ درست است.

$$R = \frac{\frac{3/2 \text{ g}}{160 \text{ g/mol CuSO}_4}}{1200 \text{ s} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}}} = 0.001 = 1 \times 10^{-3}$$

۷۷. گزینه ۳ درست است.

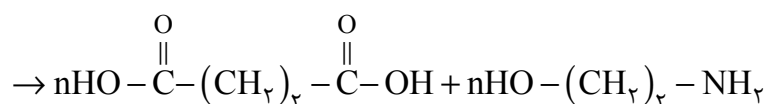
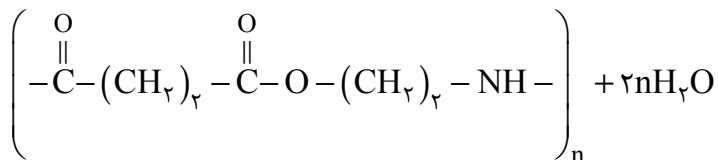
۷۸. گزینه ۴ درست است.

$$g_{\text{C}_2\text{H}_4} = V L \times \frac{1/2 \text{ g}}{1 \text{ L}} = 8/4 \text{ g}$$

$$n = 8/4 \text{ g} \times \frac{100}{100} \times \frac{1 \text{ mol}}{28} \times \frac{6.02 \times 10^{23}}{1 \text{ mol}} \times \frac{1}{100} = 1/44 \times 10^{21}$$

۷۹. گزینه ۴ درست است.

۸۰. گزینه ۱ درست است.



$$\text{Kg}_{\text{H}_2\text{O}} = 71000 \text{ g} \times \frac{1 \text{ mol}}{284 \text{ g}} \times \frac{2 \text{ mol}_{\text{H}_2\text{O}}}{1 \text{ mol}} \times \frac{0.018 \text{ Kg}}{1 \text{ mol}} = 9 \text{ Kg}$$

زمین شناسی

۸۱. گزینه ۱ درست است.

انحراف محور زمین باعث ایجاد اختلاف مدت زمان روز و شب در عرض‌های جغرافیایی مختلف است.

۸۲. گزینه ۲ درست است.

طبق جدول کتاب درسی، ظهور دوزیستان در دورهٔ دونین بوده است.

۸۳. گزینه ۳ درست است.

قسمت قسمت

۰/۸ ۱۰^۶

گرم X ۱۵ × ۱۰^۶ گرم

X = ۱۵ × ۰/۸ = ۱۲ گرم

۸۴. گزینه ۴ درست است.
فیروزه از گوهرهای قدیمی شناخته شده که دارای ترکیب فسفاتی است و برای اولین بار در سنگ‌های آتشفشانی اطراف نیشابور یافت شد و به دیگر نقاط جهان صادر گردید.
۸۵. گزینه ۳ درست است.
هرچه تراکم خاک‌ها کمتر باشد، آب باران بیشتر به زیرزمین نفوذ می‌کند و حجم آب جاری و آبدهی آن کاهش می‌یابد.
۸۶. گزینه ۳ درست است.
چاه A در فاصله بیشتری از منطقه آبیگری قرار داشته و در نتیجه احتمال وجود املاح بیشتر در آن وجود دارد.
۸۷. گزینه ۲ درست است.
در مطالعات زمین‌شناسی سد، وضعیت مخزن، تکیه‌گاه‌ها و پی سد از نظر پایداری و فرار آب مورد بررسی قرار می‌گیرد.
۸۸. گزینه ۲ درست است.
یکی از روش‌های پایداری سازی دامنه‌ها و تراشه‌ها، میخ‌کوبی است.
۸۹. گزینه ۱ درست است.
سوپراکسیدها مانند LiO_2 با تشکیل بنیان‌های بسیار واکنش‌گر، باعث وقوع سرطان می‌شوند.
۹۰. گزینه ۴ درست است.
قرارگیری درازمدت در معرض جیوه باعث آسیب رساندن به دستگاه‌های عصبی، گوارش و ایمنی می‌شود.
۹۱. گزینه ۲ درست است.
موج R از انواع امواج لرزه‌ای سطحی بوده و ذرات را مانند حرکت امواج دریا در یک مدار دایره‌ای به ارتعاش درمی‌آورد.
۹۲. گزینه ۴ درست است.
بزرگی زمین لرزه را به کمک اطلاعات لرزه‌نگار، تعیین می‌کنند. واحد اندازه‌گیری بزرگی، ریشتر است.
۹۳. گزینه ۱ درست است.
ذرات جامد آتشفشانی با اندازه بین ۲ تا ۳۲ mm را، لاپیلی می‌نامند.
۹۴. گزینه ۱ درست است.
گسل‌های: خزر - شمال البرز و مشا دارای امتداد شرقی - غربی هستند.
۹۵. گزینه ۳ درست است.
در حدود ۶۵ میلیون سال پیش، ورقه عربستان به ورقه ایران برخورد کرد و اقیانوس تتیس بسته شده و شکل‌گیری رشته‌کوه زاگرس آغاز شد.