

۴۱- گزینه ۱ صحیح است.

شعاع قطاع کوچکتر را r_1 و شعاع قطاع بزرگتر را r_2 فرض می کنیم. طول تیغه برف پاک کن برابر ۱۶cm است. پس:

$$\begin{cases} r_1 \theta = l_1 \Rightarrow 47 = r_1 \theta \\ r_2 \theta = l_2 \Rightarrow 15 = r_2 \theta \end{cases}$$

$$\rightarrow 47 - 15 = \theta(r_1 - r_2) \Rightarrow 32 = \theta(16) \rightarrow \theta = 2$$

۴۲- گزینه ۳ صحیح است.

$$\sin(x + 40^\circ) + \sin(x - 20^\circ)$$

$$= \sin(x + 10^\circ + 30^\circ) + \sin(x + 10^\circ - 30^\circ)$$

$$= \sin((x + 10^\circ) + 30^\circ) + \sin((x + 10^\circ) - 30^\circ)$$

$$= \sin(x + 10^\circ)\cos 30^\circ + \cos(x + 10^\circ)\sin 30^\circ + \sin(x + 10^\circ)\cos 30^\circ - \cos(x + 10^\circ)\sin 30^\circ$$

$$= 2\sin(x + 10^\circ)\cos 30^\circ = 2 \times \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

۴۳- گزینه ۲ صحیح است.

$$4a + 3b = x \quad (1) \quad \text{فرض می کنیم}$$

$$a + b = \frac{\pi}{6} \rightarrow 6a + 6b = \pi \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1) + (2)} 10a + 9b = \pi + x$$

پس:

$$\sin(10a + 9b) = \sin(\pi + x) = -\sin x$$

$$\sin(10a + 9b) + \sin x = 0$$

۴۴- گزینه ۲ صحیح است.

$$\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 1 \rightarrow x - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} \rightarrow x_A = \frac{3\pi}{4}$$

$$\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = -1 \rightarrow x - \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{2} \rightarrow x_B = \frac{7\pi}{4}$$

$$A\left(\frac{3\pi}{4}, \frac{\pi}{2} - 2\right), B\left(\frac{7\pi}{4}, \frac{-\pi}{2} - 2\right)$$

$$AB = \sqrt{\left(\frac{7\pi}{4} - \frac{3\pi}{4}\right)^2 + \left(\frac{-\pi}{2} - \frac{\pi}{2} + 2\right)^2} = \sqrt{\pi^2 + (-\pi)^2} = \sqrt{2}\pi$$

۴۵- گزینه ۱ صحیح است.

$$\text{صورت کسر} = \log_{3^2} 5^{\frac{1}{2}} \times \log_{5^3} 3^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{2} \log_3 5 \times \frac{1}{3} \log_5 3 = \frac{1}{4} \times \frac{1}{9} \times \log_3 5 \times \log_5 3 = \frac{1}{36}$$

$$\text{مخرج کسر} = 5^{\log_5^2} - \log_5^2 = 5^{\log_5^2} - \log_5^2 = 5^{\log_5^2} = 5.$$

$$\text{حاصل کسر} = \frac{\frac{1}{36}}{5} = \frac{1}{180}$$

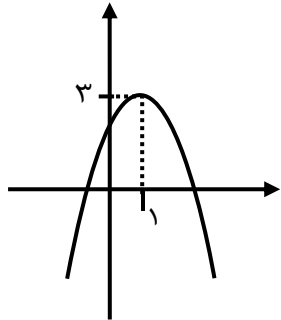
۴۶- گزینه ۲ صحیح است.

$$\log_{\frac{1}{3}}(x-2)(x-4) < -1 \Rightarrow (x-2)(x-4) > 3 \Rightarrow$$

$$x^2 - 6x + 8 > 3 \Rightarrow x^2 - 6x + 5 > 0 \Rightarrow x \in (-\infty, 1) \cup (5, +\infty) \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \text{دامنه تابع} & \begin{cases} \rightarrow x-2 > 0 \rightarrow x > 2 & (2) \\ \rightarrow x-4 > 0 \rightarrow x > 4 & (3) \end{cases} \end{aligned}$$

این بازه شامل اعداد طبیعی ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ نمی باشد. $(5, +\infty) \rightarrow$ مجموعه جواب نامعادله $(1) \cap (2) \cap (3)$



$$\lim_{x \rightarrow 1} [f(x)] - \left[\lim_{x \rightarrow 1} f(x) \right] = 2 - 3 = -1$$

۴۷- گزینه ۳ صحیح است.

۴۸- گزینه ۴ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} x^2 + [x] = 1 + 1 = 2$$

$$\begin{aligned} & \rightarrow \\ & \rightarrow 2 = a - 1 \Rightarrow 3 = a \end{aligned}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} ax + [-x] = a - 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x^2 + x - 12}{|x - 3|} = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{(x-3)(x+4)}{-(x-3)} = \lim_{x \rightarrow 3^-} -(x+4) = -7$$

۴۹- گزینه ۲ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos x - \sin x}{2 \cos 2x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos x - \sin x}{2(\cos^2 x - \sin^2 x)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{1}{2(\cos x + \sin x)} = \frac{1}{2(2 \times \frac{\sqrt{2}}{2})} = \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4} = A$$

$$t = x - \frac{\pi}{2} \Rightarrow \begin{cases} x \rightarrow \frac{\pi}{2} \\ t \rightarrow 0 \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{2x - \pi}{4 \cos x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{2(x - \pi)}{4 \cos x}$$

$$= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{2(t + \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2})}{4 \cos(t + \frac{\pi}{2})} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{2t}{4(-\sin t)} = \frac{-2}{4} = \frac{-1}{2} = B$$

$$A \times B = \frac{\sqrt{2}}{4} \times \frac{-1}{2} = \frac{-\sqrt{2}}{8}$$

۵۰- گزینه ۱ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{x^3 + x - 2} \times \frac{\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} + 1}{\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} + 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)}{(x-1)(x^2 + x + 2)(\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} + 1)} = \frac{1}{4 \times 3} = \frac{1}{12}$$

۵۱- حذف

۵۲- گزینه ۲ صحیح است.

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$\frac{x}{45} = \frac{4}{9} \times \frac{x+y}{45} \rightarrow 9x = 4x + 4y$$

$$5x = 4y$$

۵۳- گزینه ۴ صحیح است.

$$\sigma^2 = \sigma \Rightarrow \sigma(\sigma - 1) = 0 \xrightarrow{\sigma < 1} \sigma = 0 \Rightarrow \text{داده ها برابر هستند}$$

$$a = b = c = d = 16$$

$$\rightarrow \sqrt{a} = 4$$

$$2\sqrt{b} = 8$$

$$\xrightarrow{\text{میانگین این اعداد}} \frac{4+8+1+21}{4} = 8/5$$

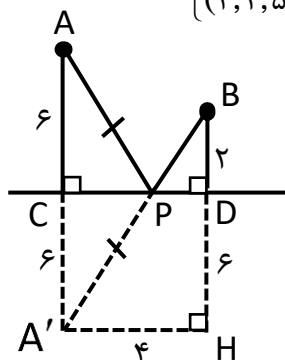
$$\frac{c}{16} = 1$$

$$d + 5 = 21$$

۵۴- گزینه ۲ صحیح است.

$$\frac{x+y+z}{3} = 4 \rightarrow x+y+z = 12$$

$$12 \text{ مجموع} \rightarrow \begin{cases} (1, 5, 6) \\ (2, 4, 6) \\ (3, 4, 5) \end{cases} \xrightarrow{\text{احتمال مدنظر}} \frac{3}{\binom{6}{3}} = \frac{3}{20}$$



$$AP + PB = A'P + PB = A'B$$

در مثلث قائم الزاویه A'BH داریم:

۵۵- گزینه ۱ صحیح است.

$$A'B = \sqrt{4^2 + 1^2} = \sqrt{16 + 1} = \sqrt{17} = \sqrt{17} = 4\sqrt{5}$$

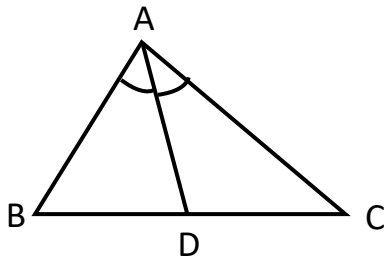
۵۶- گزینه ۲ صحیح است.

$$\frac{AB}{\sin \hat{C}} = \frac{AC}{\sin \hat{B}} \Rightarrow \frac{AB}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{4\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} \rightarrow AB = 4\sqrt{3} \leftarrow (B = 45^\circ)$$

در مثلث ABC داریم :

$$\sin \hat{B} = \sin 60^\circ = \frac{AD}{AB} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AD}{4\sqrt{3}} \rightarrow AD = 6 \leftarrow$$

در مثلث ADB داریم :



$$AD^2 = AB \times AC - BD \times DC$$

۵۷- گزینه ۳ صحیح است.

طبق فرض سوال داریم :

$$AB \times AC - BD \times DC = 2BD \times DC$$

$$\Rightarrow AB \times AC = 3BD \times DC \quad (1)$$

همچنین در مثلث ABC داریم :

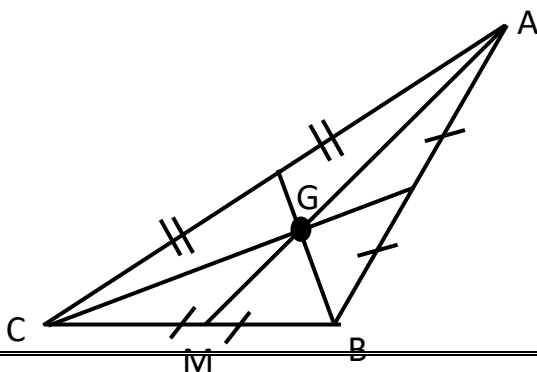
$$\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC} \quad (2)$$

رابطه (۱) را بر (۲) تقسیم می کنیم .

$$\frac{AB \times AC}{\frac{AB}{AC}} = \frac{3BD \times DC}{\frac{BD}{DC}} \Rightarrow AC^2 = 3DC^2$$

$$\frac{AC}{DC} = \sqrt{3}$$

۵۸- گزینه ۳ صحیح است.



$$BM = 7$$

$$BG = \frac{2}{3}m_b = 6$$

$$GM = \frac{1}{3}m_a = 5$$

$$P = \frac{7+6+5}{2} = 9$$

در مثلث BGM به کمک رابطه هرون داریم :

$$S_{BGM} = \sqrt{9(2)(3)(4)} = 6\sqrt{6}$$

طبق ویژگی های میانه ها ، اگر هر سه میانه یک مثلث را رسم کنیم مساحت تشکیل شده $\frac{1}{6}$ مساحت مثلث ABC است . پس :

$$S_{ABC} = 6S_{BGM} = 36\sqrt{6}$$