پاسخ تشریحی – ریاضی دهم رشته ریاضی

۴۱- گزینه ۴ صحیح است.

چون تابع f تابع خطی است پس $f(x)=ax+b$ در نتیجه :

$$۲f(۲)+f(۴)=۲(۲a+b)+۴a+b=۸a+۳b=۲۱ \qquad (۱)$$

$$f(-۳)-f(۱)=(-۳a+b)-(a+b)=-۴a=-۱۶ \to a=۴$$

با جایگذاری مقدار a در تساوی (۱) به دست می آید . $b=-\frac{۱۱}{۳}$

پس $f(\frac{۱}{۴})=۱-\frac{۱۱}{۳}=-\frac{۸}{۳}\ ,\ f(x)=۴x-\frac{۱۱}{۳}$

در نتیجه $\frac{۱}{۳}f(\frac{۱}{۴})=-\frac{۸}{۹}$

۴۲- گزینه ۴ صحیح است.

برعکس مراحل مذکور را روی $y=-x^{۲}$ انجام می دهیم . تا تابع اولیه به دست آید.

$$\xrightarrow{\text{۳ واحد پایین}} y=-x^{۲}-۳ \xrightarrow{\text{۲واحد به راست}} -(x-۲)^{۲}-۳ \to -(x^{۲}-۴x+۴)-۳ \to y=-x^{۲}+۴x-۷$$

۴۳- گزینه ۱ صحیح است.

با توجه به شکل ،نمودار تابع $g(x)=(x-a)^{۲}+b$ در بازه $(-\infty\ ,\ ۱]$ از روی تابع $y=x^{۲}$ ، با انتقال ۲ واحد این تابع به چپ و سپس ۴ واحد به پایین به دست می آید ،بنابراین ضابطه تابع به صورت زیر خواهد بود .

$$g(x)=(x+۲)^{۲}-۴$$

در ۱ = x باید مقدار ضابطه ها برابر باشد در نتیجه : $g(۱)=(۱+۲)^{۲}-۴=۵$

بنابراین دو نقطه (۵ و ۱) A و (۰ و ۵)B بر روی خط قرار دارند . پس :

شیب : $-\frac{۵}{۴},\ B(۵,۰) \to ۴y+۵x=۲۵$

۴۴- گزینه ۳ صحیح است.

می دانیم جایگشت های n شی متمایز برابر است با $n!$

قرار است m بعد از O و O بعد از C بیاید . اگر گفته می شد بدون فاصله بعد از هم بیاید m و o و c را یک بسته می کردیم و جایگشت حساب می کردیم ولی فقط گفته شده بعد از هم بیاید در این حالت ابتدا کل جایگشت ها را حساب می کنیم یعنی !۷ و حالا حروف مورد نظر m و o و c هستند که !۳ جایگشت دارند یعنی ۶ حالت پس از این !۷ جایگشت به هر حالت از ۶ حالت حروف m و o و c تعداد $\frac{۷!}{۶}$ حالت تعلق می گیرد . در این ۶ حالت ، یکی مطلوبست در آن زمانی که m بعد o و o بعد c قرار بگیرد ، پس تعداد کل حالات مطلوب برابر است با :

$\frac{۷!}{۶}\times ۱=\frac{۷!}{۶}$

۴۵- گزینه ۲ صحیح است.

* ریاضی * ریاضی * ریاضی * ریاضی * ریاضی * ریاضی *

از این ۷ محل باید ۵ محل را انتخاب کنیم تا کتابهای شیمی چیده شود .

$n(A) =$ (هیچ دو کتاب شیمی در کنار هم نباشند)

$n(A) =$ (چیدن ۶ کتاب ریاضی) × (چیدن ۵ کتاب شیمی) × (انتخاب ۵ محل از ۷ محل برای کتاب شیمی)

$$n(A)=\binom{۷}{۵}\times ۵!\times ۶!=۲۱\times ۵!\times ۶!$$

۴۶- گزینه ۲ صحیح است.

تمام انتخاب های ۳ نقطه از ۱۰ نقطه را در نظر می گیریم . فقط انتخاب هایی که در آن ها ۳ نقطه از خط $d_۱$ یا ۳ نقطه از خط $d_۲$ انتخاب شوند ، مثلث درست نمی کنند پس تعداد کل مثلث ها برابر است با :

$$\binom{۱۰}{۳}-\binom{۵}{۳}-\binom{۳}{۳}=۱۰۹$$

۴۷- گزینه ۱ صحیح است.

توابع با دامنه A به صورت زیر هستند .

$$f=\{(۱,y_۱),(۲,y_۲),(۳,y_۳),(۴,y_۴),(۵,y_۵)\}$$

که در آن $y_۱, y_۲, y_۳, y_۴, y_۵$ هر کدام می توانند ۱ ، ۲ ، ۳ ، ۴ یا ۵ باشند پس تعداد کل توابع برابر $۵^۵$ است پس :

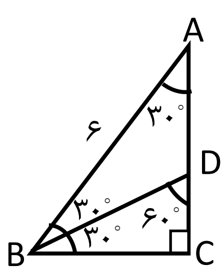
$$n(s)=۵^۵$$

برای اینکه شرط $f(x)\le x$ برای هر $x\in A$ برقرار باشد ، $y_۱$ فقط می تواند ۱ باشد ، $y_۲$ می تواند ۱ یا ۲ باشد ، $y_۳$ می تواند ۱ ، ۲ یا ۳ باشد ، $y_۴$ می تواند ۱ ، ۲ ، ۳ یا ۴ باشد و $y_۵$ می تواند ۱ ، ۲ ، ۳ ، ۴ یا ۵ باشد یعنی $n(A)=۱\times۲\times۳\times۴\times۵=۵!$ بنابراین :

$$p(A)=\frac{۵!}{۵^۵}=\frac{۲۴}{۶۲۵}$$

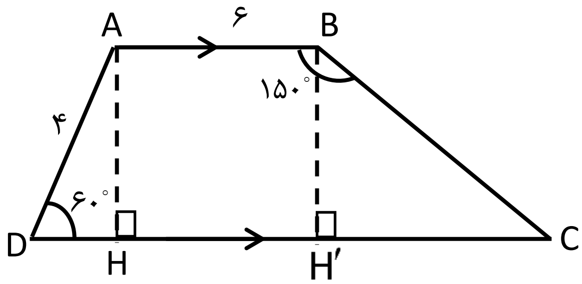
۴۸- گزینه ۲ صحیح است.

در مثلث قائم الزاویه ضلع روبرو به زاویه ۳۰° نصف وتر و ضلع روبرو به زاویه ۶۰°، $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ وتر است.



$$BC = \frac{۱}{۲} AB \Rightarrow BC = ۳$$

$$BC = \frac{\sqrt{۳}}{۲} BD \Rightarrow BD = ۳ \times \frac{۲}{\sqrt{۳}} = ۲\sqrt{۳}$$



۴۹- گزینه ۱ صحیح است.

در مثلث ADH داریم :

$$Sin\, ۶۰^\circ = \frac{AH}{۴} \Rightarrow AH = ۲\sqrt{۳} \rightarrow BH' = ۲\sqrt{۳}$$

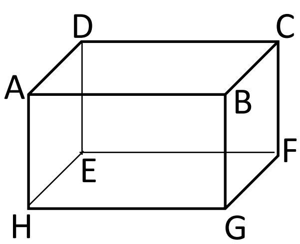
$$Cos\, ۶۰^\circ = \frac{DH}{۴} \Rightarrow DH = ۲$$

و داریم :

$$\hat{B} + \hat{C} = ۱۸۰ \rightarrow C = ۳۰^\circ$$

$$\tan ۳۰^\circ = \frac{BH'}{H'C} \Rightarrow \frac{\sqrt{۳}}{۳} = \frac{۲\sqrt{۳}}{H'C} \rightarrow H'C = ۶ \Rightarrow DC = ۲ + ۶ + ۶ = ۱۴$$

$$\rightarrow S_{\text{ذوزنقه}} = \frac{۱}{۲}(۶ + ۱۴) \times ۲\sqrt{۳} = ۲۰\sqrt{۳}$$



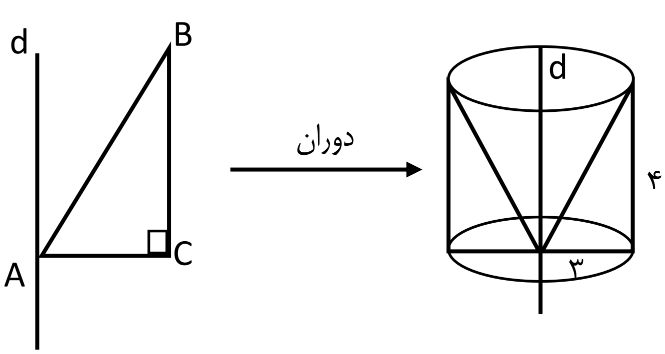
۵۰- گزینه ۴ صحیح است.

دو خط عمود بر یک خط در فضا می تواند موازی ، متنافر یا متقاطع باشند.

CD ، AD بر DE عمودند ← متقاطع

CD ، EF بر DE عمودند ← موازی

CD ، HE بر DE عمودند ← متنافر

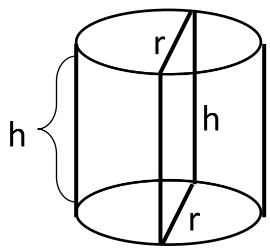


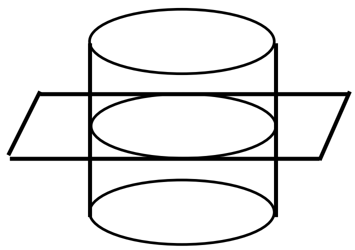
۵۱- گزینه ۱ صحیح است.

از دوران مثلث ABC حول خط d یک استوانه حاصل می شود که یک مخروط از آن خارج شده است پس داریم :

$$V_{\text{حاصل}} = V_{\text{استوانه}} - V_{\text{مخروط}} = \pi r^{۲}h - \frac{۱}{۳}\pi r^{۲}h = \frac{۲}{۳}\pi r^{۲}h = \frac{۲}{۳}\times\pi\times۹\times۴ = ۲۴\pi$$

۵۲- گزینه ۴ صحیح است.





$$۲rh = \pi r^{۲}$$

$$\frac{S_{\text{جانبی}}}{S_{\text{کل}}} = \frac{۲\pi rh}{۲\pi rh + ۲\pi r^{۲}} = \frac{۲\pi rh}{۲\pi rh + ۴rh} = \frac{\pi}{\pi + ۲}$$

۵۳- گزینه ۳ صحیح است.

$$۵(n-۳) - ۶ = ۲۴ \Rightarrow n = ۹$$
$$۴(n-۳) - ۳ = ۴(۹-۳) - ۳ = ۲۱$$

۵۴- گزینه ۱ صحیح است.

برای اینکه f تابع ثابت باشد ، باید فقط یک عضو در بُرد آن باشد .

$$\begin{cases} a-b=۲ \\ ۳a-۷b=۲ \end{cases} \rightarrow a=۳ \ , \ b=۱ \qquad (۱)$$

و چون g(x) همانی است پس g(x) = x

$$\frac{x^{۲}+(c+۱)x+d-۲}{x-۱} = x \rightarrow x^{۲}+(c+۱)x+d-۲ = x^{۲}-x$$
$$\xrightarrow{x\neq ۱} \begin{cases} c+۱=-۱ \\ d-۲=۰ \end{cases} \rightarrow c=-۲ \ , \ d=۲ \qquad (۲)$$
$$(۱),(۲) \rightarrow ac-bd = ۳\times(-۲) - ۱\times۲ = -۸$$

۵۵- گزینه ۳ صحیح است.

$$\binom{۸}{۵}+\binom{۹}{۵}+\binom{۸}{۶}+\binom{۱۰}{۵} = \binom{۹}{۶}+\binom{۹}{۵}+\binom{۱۰}{۵} = \binom{۱۰}{۶}+\binom{۱۰}{۵} = \binom{۱۱}{۶} = \binom{۱۱}{۵}$$

۵۶- حذف

۵۷- گزینه ۲ صحیح است.

$$x^{۲} - ۳ + ۲۰ = ۲x^{۲} - ۲x + ۶ \Longrightarrow ۲x^{۲} - ۳x - ۱۱ = ۰ \Longrightarrow S = \frac{۳}{۲}$$

۵۸- حذف