

# فرمول های ریاضی و آمار دهم رشته انسانی

**اتحاد** : یک تساوی از عبارت های جبری که به ازای تمام مقادیر متغیر ها برقرار است .

**اتحاد مربع دو جمله ای** : اولی به توان دو ، دو برابر اولی در دومی ، دومی به توان دو .

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

**اتحاد مزدوج** : اولی به توان دو ، منهای دومی به توان دو .

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

**اتحاد جمله مشترک** : مشترک به توان دو ، مجموع غیر مشترک در مشترک ، ضرب غیر مشترک .

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$

**اتحاد چاق و لاغر** : اولی به توان سه ، دومی به توان سه .

$$(a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$$

**اتحاد مکعب دو جمله ای** : اولی به توان سه ، سه برابر مربع اولی در دومی ، سه برابر مربع دومی در اولی ، دومی به توان سه .

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

به کمک فاکتور گیری : در صورتی که همه عبارات دارای عدد یا حروف مشترکی باشند ، حروف مشترک با کمترین توان و عدد

مشترک را به عنوان فاکتور مشترک نوشته و جلوی آن پرانتزی باز می کنیم و تک تک عبارات را بر فاکتور مشترک تقسیم کرده و به

ترتیب درون پرانتز می نویسیم .

به کمک اتحاد مزدوج : در صورتی که دو جمله ای غیر قابل فاکتور گیری داشته باشیم که حرف آن مربع باشد و بین جملات منفی

باشد ، از اتحاد مزدوج برای تجزیه استفاده می شود .

به کمک اتحاد چاق و لاغر : در صورتی که دو جمله ای غیر قابل فاکتور گیری داشته باشیم که حرف آن مکعب باشد از اتحاد چاق و

لاغر برای تجزیه استفاده می شود .

به کمک اتحاد جمله مشترک : در صورتی که سه جمله ای غیر قابل فاکتور گیری داشته باشیم که شکلی شبیه  $ax^2 + bx + c$  داشته باشد از اتحاد جمله مشترک برای تجزیه استفاده می کنیم .

مقادیری که به ازای آنها عبارت گویا تعریف نمی شود : اگر عددی را به جای حرف لاتین در مخرج قرار دهیم و حاصل مخرج صفر شود ، عبارت گویا به ازای این عدد تعریف نخواهد شد .

اگر مخرج عبارت ساده نبود ابتدا آن را تجزیه کرده و سپس عددی که مخرج صفر کند می یابیم .

ساده کردن عبارت های گویا : برای ساده کردن عبارت های گویا لازم است ابتدا صورت و مخرج آن را با روش هایی که آموختیم تجزیه کنیم و سپس عبارت های مشابه صورت و مخرج را حذف کنیم .

هشدار !!! : فقط در صورتی که بین عبارت ها در صورت و مخرج ، ضرب وجود داشته باشد ، می توان عبارت را ساده کرد و در غیر این صورت ساده کردن درست نیست .

$$\text{به طور مثال : تساوی } \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 - 2} = \frac{(x+1)(x+2)}{(x-2)(x+2)} = \frac{x+1}{x-2} \text{ غلط است و تساوی درست } \frac{x^2 + 3x + x}{x^2 - 2} = \frac{2x^2 + 3x}{x^2 - 2}$$

جمع و تفریق عبارت های گویا : برای جمع و تفریق عبارت های گویا باید ابتدا مخرج مشترک بگیریم ، ( یعنی عبارتی که مضرب همه مخرج ها باشد ) ، سپس همانند جمع و تفریق اعداد گویا عمل می کنیم .

معادله : به یک تساوی از عبارت های جبری که فقط به ازای مقادیر خاصی درست باشد ، معادله گفته می شود و به آن مقادیر جواب معادله یا ریشه معادله می گویند .

معادله ای که پس از ساده شدن به صورت  $ax + b = 0$  در آید را معادله درجه اول می نامند که با روش حل آن آشنا هستیم.

معادله درجه دوم : معادله ای که پس از ساده شدن به صورت  $ax^2 + bx + c = 0$  در آید را معادله درجه دوم می نامند .

### روش اول : تجزیه

در این روش عبارت را به کمک فاکتور گیری ، اتحاد مزدوج ، اتحاد مربع و یا اتحاد جمله مشترک تجزیه می کنیم و از این نکته استفاده می کنیم " هرگاه حاصل ضرب دو عبارت صفر شود حداقل یکی از آنها صفر است " و تک تک عبارات حاصل را برابر صفر قرار داده و ریشه ها را می یابیم .

## روش دوم : مربع کامل

الف ) اگر عبارت مربع باشد داریم :

$$A^2 = a \Rightarrow \begin{cases} A = a \\ A = -a \end{cases}$$

ب ) اگر عبارت مربع نبود به روش مقابل آن را مربع می کنیم :

$$x^2 + bx + c = 0 \Rightarrow \left(x + \frac{b}{2}\right)^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2 + c = 0$$

توان ۲ ، نصف ، منفی ثابت

توجه : در صورتی که  $x^2$  ضریب غیر از یک داشته باشد باید تمام جملات را بر آن ضریب تقسیم کنیم .

## روش سوم : روش کلی ( روش دلتا )

در این روش ابتدا ضرایب  $a, b, c$  را که در معادله به صورت  $ax^2 + bx + c = 0$  است مشخص می کنیم .

سپس مبین معادله یعنی  $\Delta = b^2 - 4ac$  را حساب می کنیم .

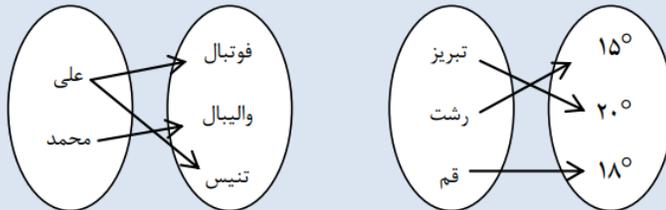
سپس به کمک فرمول  $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$  ریشه ها را می یابیم .

**حل معادلات گویا :** ابتدا همه عبارات را به یک سمت تساوی آورده و با جمع و تفریق کردن عبارات آن را به یک کسر تبدیل می کنیم

. سپس فقط صورت کسر را مساوی صفر قرار داده و جواب ها را به دست می آوریم . از بین جواب های بدست آمده فقط آنهایی قابل

قبول هستند که مخرجی را صفر نکنند .

به ارتباط هر دو مجموعه داده شده زیر توجه کنید :



سوال : در ارتباط دو مجموعه دوم آیا یک شهر می تواند هم زمان دارای دو دمای مختلف باشد ؟ در ارتباط دو مجموعه اول آیا یک

شخص می تواند هم زمان به دو ورزش علاقه مند باشد ؟

**تابع :** رابطه ای است که هیچ دو زوج مرتب متمایزی دارای مولفه های اول یکسان نباشد . ( مولفه اول را متغیر مستقل و مولفه دوم را

متغیر وابسته می نامند )

**ضابطه تابع** : برخی اوقات یک تابع را می توان به صورت یک فرمول نمایش داد که به ازای هر  $x$  که دریافت می کند یک  $y$  تولید کند .

دامنه و برد تابع : در یک تابع به مجموعه مولفه های اول « دامنه » و به مجموعه مولفه های دوم « برد » می گویند .

تابع با دامنه  $A$  به مجموعه  $B$  را به صورت  $f: A \rightarrow B$  نمایش می دهند .  
 $f(x)$

**تابع خطی** : هر تابع که پس از ساده شدن به صورت  $y = mx + h$  در آید را تابع خطی می نامند . که  $m$  شیب خط و  $h$  عرض از مبدأ ( محل برخورد خط با محور عرض ها ) نامیده می شود .

**نوشتن معادله خط :**

الف) با داشتن شیب و نقطه  $(x_1, y_1)$  از خط می توان معادله خط را به صورت مقابل نوشت :  $y = m(x - x_1) + y_1$

ب) با داشتن دو نقطه  $(x_1, y_1)$  و  $(x_2, y_2)$  از خط ، می توان شیب خط را به صورت مقابل حساب کرد :  $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

سپس با فرمول قبل و انتخاب یکی از این نقاط ، معادله خط را نوشت .

**رسم تابع خطی** : دو مقدار دلخواه برای  $x$  در نظر گرفته و دو مقدار برای  $y$  می یابیم . در این صورت مختصات دو نقطه از تابع بدست می آید که با مشخص کردن آنها در دستگاه مختصات و وصل کردن و امتداد دادن خط رسم می شود .

**تابع درجه دوم ( سهمی )** : هر تابع که پس از ساده شدن به صورت  $y = ax^2 + bx + c$  باشد را تابع درجه دوم می نامند . ( $a \neq 0$ )

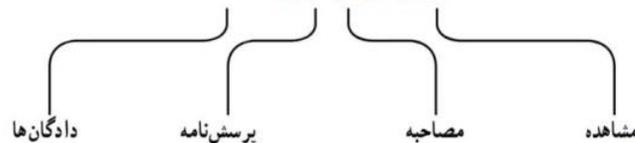
**رسم تابع درجه دوم** : سهمی  $y = ax^2 + bx + c$  همواره به صورت  $\bigwedge$  یا  $\bigvee$  است .

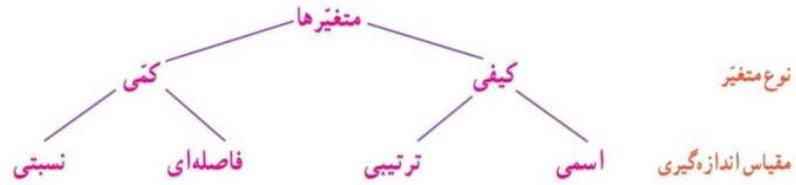
رأس سهمی : اگر مقدار  $x_0 = \frac{-b}{2a}$  را یافته و درون تابع قرار دهیم نقطه  $(x_0, y_0)$  بدست آمده را رأس سهمی می نامند که در واقع

در شکل  $\bigvee$  مختصات پایین ترین نقطه و در شکل  $\bigwedge$  مختصات بالاترین نقطه است .

برای رسم سهمی ابتدا  $x_0$  دو مقدار  $x$  در طرفین آن در نظر گرفته و با جایگذاری در تابع مقدار  $y$  آنها را می یابیم سپس با داشتن این سه نقطه تابع را رسم می کنیم .

### روش های گردآوری داده ها





**انحراف معیار** : این شاخص میزان انحرافات داده ها از میانگین را نشان می دهد و با علامت « زیگما » نمایش داده می شود .

$$\sigma = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}}$$

۱. تقریباً ۹۹/۹ درصد داده ها بین سه برابر انحراف معیار از میانگین قرار دارند :  $(\bar{X} - 3\sigma, \bar{X} + 3\sigma)$
۲. تقریباً ۹۶ درصد داده ها بین دو برابر انحراف معیار از میانگین قرار دارند :  $(\bar{X} - 2\sigma, \bar{X} + 2\sigma)$
۳. تقریباً ۶۸ درصد داده ها بین یک برابر انحراف معیار از میانگین قرار دارند :  $(\bar{X} - \sigma, \bar{X} + \sigma)$