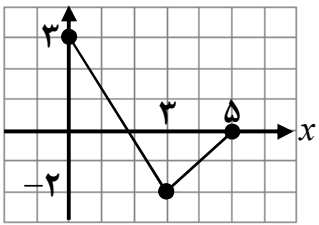
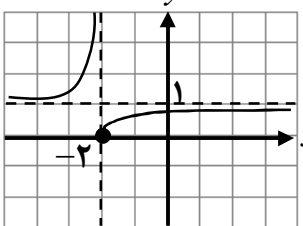


تعداد صفحه: ۲	ساعت شروع:	تاریخ امتحان:	درس: حسابان ۲
مدت امتحان: ۱۳۰ دقیقه	رشته: ریاضی و فیزیک	نام و نام خانوادگی:	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

۱	<p>کوتاه پاسخ دهید.</p> <p>الف) درجه تابع <math>f(x) = x^2(1-x)^5</math> را مشخص کنید.</p> <p>ب) در فاصله <math>[0, 1]</math> از بین دو تابع <math>f(x) = x^2</math> و <math>g(x) = x^3</math>، نمودار کدام تابع پایین تر قرار دارد؟</p> <p>پ) نمودار تابع <math>y = -f(x)</math>، قرینه نمودار تابع <math>y = f(x)</math> نسبت به کدام محور است؟</p> <p>ت) تابع <math>h(x) =  x+2 </math> در چه بازه ای اکیداً صعودی است؟</p>	۱
۲	<p>نمودار تابع <math>f</math> در شکل زیر رسم شده است. نمودار تابع <math>g(x) = f(3-x)</math> را رسم کرده و دامنه آن را تعیین کنید.</p> 	۱
۳	<p>مقادیر <math>a</math> و <math>b</math> را طوری تعیین کنید که چند جمله ای <math>P(x) = x^3 + ax^2 + bx + 1</math> بر <math>(x-2)</math> و <math>(x+1)</math> بخش پذیر باشد.</p>	۱
۴	<p>اگر <math>\log(x+1) \leq \log(2x-3)</math>، حدود <math>x</math> را به دست آورید.</p>	۰/۵
۵	<p>دوره تناوب، مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع <math>y = -3\cos(\pi x) + 1</math> را مشخص کنید.</p>	۱/۵
۶	<p>کدام یک از جملات زیر درست و کدام یک نادرست است؟</p> <p>الف) تابع تانژانت در بازه <math>(\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4})</math> اکیداً صعودی است.</p> <p>ب) نقاطی به فرم <math>x = k\pi + \frac{\pi}{4}</math>، <math>(k \in Z)</math> در دامنه تابع تانژانت قرار دارند.</p>	۰/۵
۷	<p>معادله مثلثاتی <math>\sin 3x = \sin 2x</math> را حل کنید.</p>	۱
۸	<p>با توجه به نمودار تابع <math>f</math> که در شکل زیر آورده شده است، به سوالات پاسخ دهید.</p>  <p>الف) <math>\lim_{x \rightarrow (-2)^-} f(x)</math>      ب) <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)</math></p>	۰/۵
۹	<p>حدهای زیر را محاسبه کنید.</p> <p>الف) <math>\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - 1}{(x-1)^2}</math>      ب) <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} (-2x^3 + x - 1)</math>      پ) <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 + 1}{2x^3 - 4x}</math></p>	۱/۷۵

تعداد صفحه: ۲	ساعت شروع:	تاریخ امتحان:	درس: حسابان ۲
مدت امتحان: ۱۳۰ دقیقه	رشته: ریاضی و فیزیک	نام و نام خانوادگی:	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه

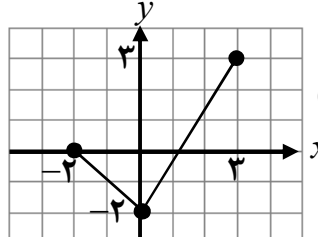
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

۰/۷۵	مجانِب های قائم و افقی نمودار تابع $y = \frac{x+3}{2-x}$ را بنویسید.	۱۰
۰/۷۵	با توجه به نمودار داده شده، گزینه مناسب را انتخاب کنید. (i) در کدام نقطه مماس افقی بر نمودار رسم می شود؟ الف) B ب) E (ii) شیب خط مماس در نقطه F چه علامتی دارد؟ الف) مثبت ب) منفی (iii) شیب خط مماس بر نمودار، در نقطه D نسبت به نقطه B چگونه است؟ الف) بیشتر ب) کمتر	۱۱
۲	مشتق پذیری تابع $f(x) =  x^2 - 4 $ را در $x = 2$ بررسی کنید.	۱۲
۲/۲۵	مشتق توابع زیر را به دست آورید. الف) $f(x) = (2x^3 + \sqrt[3]{x} - 1)^4$ ب) $g(x) = \cos\left(\frac{x}{x^2 + 1}\right)$	۱۳
۱	آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع $f(x) = 2x^2 + 5x + 1$ در نقطه $x = 2$ چند برابر آهنگ تغییر لحظه‌ای آن در $x = -1$ است؟	۱۴
۱/۷۵	مقادیر اکسترم های نسبی و مطلق تابع $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + x^2$ را در بازه $[-2, 3]$ به دست آورید.	۱۵
۱/۵	ابتدا جهت تقعر تابع $y = \frac{x+1}{x-1}$ را مشخص کرده، سپس وجود نقطه عطف آن را بررسی کنید.	۱۶
۱/۲۵	جدول رفتار و نمودار تابع $y = x^3 + 3x^2 + 1$ را رسم کنید.	۱۷
۲۰	موفق و سربلند باشید.	جمع نمره

مدت امتحان: ۱۳۰ دقیقه	ساعت شروع:	رشته: ریاضی و فیزیک	درس: حسابان ۲
تاریخ امتحان		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱	الف) ۷ (۰/۲۵) (کار در کلاس صفحه ۱۱) پ) محور طول ها (۰/۲۵) (نکته صفحه ۷) ب) $g(x) = x^3$ (۰/۲۵) (کار در کلاس صفحه ۱۴) ت) $(-2, +\infty)$ (۰/۲۵) (کار در کلاس صفحه ۱۷)	۱
---	---	---

۲	تمرین ۲، قسمت ث، صفحه ۱۲ $D_g = [-2, 3]$ (۰/۵)  (۰/۵)	۱
---	--	---

۳	تمرین ۷ صفحه ۲۲ $a = -\frac{3}{2}$ (۰/۲۵) $b = -\frac{3}{2}$ (۰/۲۵) $4a + 2b = -9$ (۰/۲۵) $a - b = 0$ (۰/۲۵)	۱
---	--	---

۴	قسمت ۴ کار در کلاس صفحه ۱۸ $x + 1 \leq 2x - 3$ (۰/۲۵) $\Rightarrow x \geq 4$ (۰/۲۵)	۰/۵
---	--	-----

۵	مشابه مثال صفحه ۲۷ $T = \frac{2\pi}{\pi} = 2$ (۰/۵), $\max =  -3  + 1 = 4$ (۰/۵), $\min = - -3  + 1 = -2$ (۰/۵)	۱/۵
---	--	-----

۶	الف) درست (۰/۲۵) (قسمت پ کار در کلاس صفحه ۳۱) ب) نادرست (۰/۲۵) (نکته بالای صفحه ۳۲)	۰/۵
---	---	-----

۷	مثال دوم صفحه ۳۹ $3x = 2k\pi + 2x$ (۰/۲۵) $\Rightarrow x = 2k\pi$ ( $k \in Z$ ) (۰/۲۵) $3x = (2k+1)\pi - 2x$ (۰/۲۵) $\Rightarrow x = \frac{(2k+1)\pi}{5}$ ( $k \in Z$ ) (۰/۲۵)	۱
---	--	---

۸	الف) $+\infty$ (۰/۲۵) ب) ۱ (۰/۲۵) (مشابه کار در کلاس صفحه ۵۰)	۰/۵
---	---	-----

۹	قسمت پ کار در کلاس صفحه ۵۳ الف) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)^2} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x+1}{x-1} = +\infty$ (۰/۲۵) ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 \left(-2 + \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^3}\right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (-2x^3) = +\infty$ (۰/۲۵) پ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3}{2x^3} = \frac{1}{2}$ (۰/۲۵) (مشابه تمرین ۳ صفحه ۶۹)	۱/۷۵
---	--	------

۱۰	م. قائم: $x = 2$ (۰/۲۵) م. افقی: $y = -1$ (۰/۲۵) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x+3}{2-x} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x}{-x} = -1$ (۰/۲۵) (مشابه تمرین ۴ صفحه ۶۹)	۰/۷۵
----	---	------

۱۱	الف) مثبت (۰/۲۵) ii) الف (مثبت) (۰/۲۵) iii) ب (کمتر) (۰/۲۵) (مشابه تمرین ۳ و ۲ صفحه ۸۱)	۰/۷۵
----	---	------

۱۲	مشابه مثال صفحه ۸۶ $f'_+(2) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{ x^2 - 4  - 0}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(x-2)(x+2)}{x-2} = 4$ (۰/۲۵)	۲
----	---	---

« ادامه پاسخ ها در صفحه دوم »

مدت امتحان: ۱۳۰ دقیقه	ساعت شروع:	رشته: ریاضی و فیزیک	درس: حسابان ۲
تاریخ امتحان		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

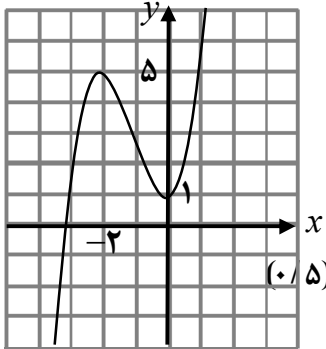
ادامه ۱۲	$f'_-(2) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x^2 - 4)}{x - 2} \quad (0/25) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x-2)(x+2)}{x-2} = -4 \quad (0/25) \Rightarrow f'_+(2) \neq f'_-(2) \quad (0/25)$ <p>تابع در این نقطه مشتق پذیر نیست. (۰/۲۵)</p>	
-------------	--	--

۱۳	<p>(محاسبه تابع مشتق برخی توابع از صفحه ۹۲ تا صفحه ۹۸)</p> $f'(x) = \underbrace{4}_{(0/25)} \underbrace{(2x^2 + \sqrt{x} - 1)^2}_{(0/25)} \underbrace{\left(6x^2 + \frac{1}{3\sqrt{x^2}}\right)}_{(0/5)}$ <p>ب) <math>g'(x) = -\sin\left(\frac{x}{x^2+1}\right) \quad (0/5) \times \frac{(0/25)(x^2+1) - 2x^2 \quad (0/25)}{(x^2+1)^2 \quad (0/25)}</math></p>	
----	--	--

۱۴	<p>(آهنگ متوسط و لحظه ای تغییر از صفحه ۱۰۲ تا صفحه ۱۱۰)</p> $f'(x) = 4x + 5 \quad (0/25) \Rightarrow f'(-1) = 1 \quad (0/25)$ <p>۱۳ برابر (۰/۲۵). زیرا:</p> $f'(2) = 13 \quad (0/25)$	
----	---	--

۱۵	<p>مینیمم مطلق <math>f(0) = 0 \quad (0/25)</math>, <math>f(-2) = \frac{4}{3} \quad (0/25)</math></p> <p>ماکزیمم مطلق <math>f(3) = 18 \quad (0/25)</math></p> <p>(مشابه مثال صفحه ۱۲۳)</p> <table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr> <td><math>x</math></td> <td><math>-2</math></td> <td><math>0</math></td> </tr> <tr> <td><math>f'</math></td> <td><math>+</math></td> <td><math>-</math></td> </tr> <tr> <td><math>f</math></td> <td><math>\nearrow \frac{4}{3}</math></td> <td><math>\searrow 0</math></td> </tr> </table> <p>مینیمم نسبی <math>f(0) = 0 \quad (0/25)</math></p>	$x$	$-2$	$0$	$f'$	$+$	$-$	$f$	$\nearrow \frac{4}{3}$	$\searrow 0$	
$x$	$-2$	$0$									
$f'$	$+$	$-$									
$f$	$\nearrow \frac{4}{3}$	$\searrow 0$									

۱۶	<p>(قسمت ب تمرین ۲ صفحه ۱۳۶)</p> $y' = \frac{-2}{(x-1)^2} \quad (0/25), \quad y'' = \frac{4}{(x-1)^3} \quad (0/25)$ <p><math>x-1=0 \Rightarrow x=1</math></p> <p>در بازه <math>(1, +\infty)</math> تقعر رو به بالا (۰/۲۵)</p> <p>در بازه <math>(-\infty, 1)</math> تقعر رو به پایین (۰/۲۵)</p> <table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr> <td><math>x</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>1</math></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>f''</math></td> <td><math>-</math></td> <td><math>+</math></td> <td></td> </tr> <tr> <td><math>f</math></td> <td><math>\nearrow</math></td> <td><math>\searrow</math></td> <td><math>\nearrow</math></td> </tr> </table> <p>نقطه عطف ندارد. (۰/۲۵)</p>	$x$	$-\infty$	$1$	$+\infty$	$f''$	$-$	$+$		$f$	$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$	
$x$	$-\infty$	$1$	$+\infty$											
$f''$	$-$	$+$												
$f$	$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$											

۱۷	$y' = 3x^2 + 6x \quad (0/25) \xrightarrow{y'=0} x=0, x=-2$ <table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr> <td><math>x</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>-2</math></td> <td><math>0</math></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>f'</math></td> <td><math>+</math></td> <td><math>0</math></td> <td><math>-</math></td> <td><math>+</math></td> </tr> <tr> <td><math>f</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>\nearrow 5</math></td> <td><math>\searrow 1</math></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> </table> <p>مینیمم <math>1</math>      ماکزیمم <math>5</math></p> <p>(مشابه قسمت ب تمرین ۱ صفحه ۱۴۴)</p> 	$x$	$-\infty$	$-2$	$0$	$+\infty$	$f'$	$+$	$0$	$-$	$+$	$f$	$-\infty$	$\nearrow 5$	$\searrow 1$	$+\infty$	
$x$	$-\infty$	$-2$	$0$	$+\infty$													
$f'$	$+$	$0$	$-$	$+$													
$f$	$-\infty$	$\nearrow 5$	$\searrow 1$	$+\infty$													