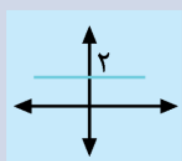
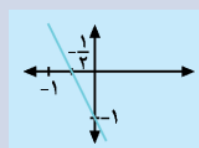
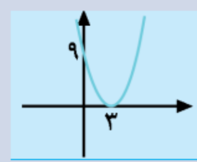
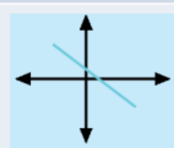
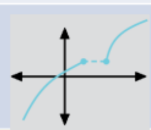
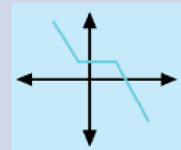
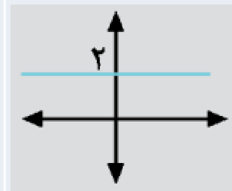
فرمول های ریاضی دوازدهم رشته تجربی

هر تابع به صورت $f(x)=a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1}+\dots+a_0$ که در آن ضرایب (a_i ها) از جنس اعداد حقیقی و توان‌ها از جنس اعداد حسابی‌اند و $a_n \neq 0$

دامنه این توابع $\mathbb{R}$ است و بزرگترین توان در آن‌ها، درجه‌شان را مشخص می‌کند. مثلا $y=4$ یک چندجمله‌ای از درجه صفر و $y=\sqrt{2}x^3-1$ یک چند جمله از درجه ۳ است.

درجه تابع	۰	۱	۲
نام تابع	ثابت	خطی	درجه ۲
ضابطه کلی	$f(x)=b\ ;\ b\in\mathbb{R}$	$f(x)=ax+b\ ;\ a\neq 0$	$f(x)=ax^2+bx+c\ ;\ a\neq 0$
مثال			

نوع تابع	تعریف فارسی	تعریف ریاضی	مثال
اکیداً صعودی	با افزایش x، مقدار y افزایش می‌یابد.	$x_2>x_1 \Leftrightarrow f(x_2)>f(x_1)$	
اکیداً نزولی	با افزایش x، مقدار y کاهش می‌یابد.	$x_2>x_1 \Leftrightarrow f(x_2)<f(x_1)$	
صعودی	با افزایش x، مقدار y زیاد می‌شود یا ثابت می‌ماند.	$x_2>x_1 \Leftrightarrow f(x_2)\geq f(x_1)$	

مثال	تعریف ریاضی	تعریف فارسی	نوع تابع
	$x_2 > x_1 \Leftrightarrow f(x_2) \le f(x_1)$	با افزایش x، مقدار y کم می‌شود یا ثابت می‌ماند.	نزولی
	به ازای هر $x_1, x_2 \in D_f$ داریم: $f(x_1) = f(x_2)$	همواره مقدار yثابت است.	ثابت (هم صعودی هم نزولی)

ترکیب دو تابع f و g

$$gof(x) = g(f(x)) \quad \text{و} \quad fog(x) = f(g(x))$$

نکته: حواست باشه تو محاسباتت باید به‌جای حرف o، پرانتز بذاری. مثلا $fogoh(3)$ یعنی $f(g(h(3)))$. محاسباتت رو از داخل شروع کن. تو همین مثال، اول $h(3)$ رو حساب کن ا مثلا میشه k بعد $g(k)$ رو حساب کن ا مثلا میشه m در آخر هم $f(m)$ حساب شه ا

دامنه تابع مرکب

$$D_{fog} = \left\{ \overset{(1)}{\boxed{x \in D_g}} \;\middle|\; \overset{(2)}{\boxed{g(x) \in D_f}} \right\} \qquad D_{fog} = \left\{ x \;\middle|\; \overset{(1)}{\boxed{x \in D_g}} \;,\; \overset{(2)}{\boxed{g(x) \in D_f}} \right\}$$

اگر وارون f خود یک تابع باشد، آنگاه می‌گوییم f وارون‌پذیر است و این اتفاق زمانی می‌افتد که f یک به یک باشد.

وارون کردن f از روی زوج مرتب

کافی است جای مولفه‌های اول و دوم را عوض کنید.

نتیجه: اگر $A(a,b)$ روی f باشدآنگاه $A'(b,a)$ روی f^{-1} است و بالعکس.

نکته: $D_f = R_{f^{-1}}$ و $R_f = D_{f^{-1}}$

نکته: هر جا لازم بود $D_{f^{-1}}$ را بیابید، می‌توانید R_f را محاسبه کنید، تمام!

نکته: ترکیب دو تابع f و f^{-1} همانی است. یعنی:

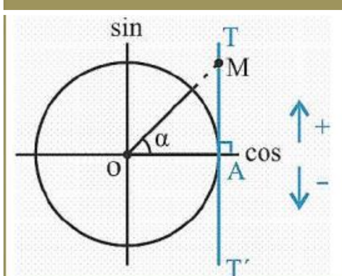
$$1)\quad f^{-1}of(x)=x \quad ; \quad x\in D_f = R_{f^{-1}} \qquad 2)\quad fof^{-1}(x)=x \quad ; \quad x\in D_{f^{-1}} = R_f$$

نکته: پس دقت کنید که درست است که $fof^{-1}(x)$ و $f^{-1}of(x)$ هر دو می‌شوند X، اما حدود X برای این دو لزوماً برابر نیست. برای اولی شد D_f و R_f برای دومی(همون $D_{f^{-1}}$).

تابع f را متناوب می‌گوییم، هرگاه یک عدد حقیقی مثبت مانند T وجود داشته باشه به طوری‌که برای هر $x\in D_f$ داشته باشیم $x\pm T\in D_f$ و $f(x\pm T)=f(x)$.

(یعنی نمودارش هر T واحد یک بار تکرار می‌شود.) کوچکترین عدد مثبت T با این خاصیت را دوره تناوب f می‌نامیم.

توابع $\boxed{y=a\,\text{Sin}\,bx+C}$ و $\boxed{y=a\,\text{Cos}\,bx+C}$ دارای مقدار ماکزیمم $|a|+C$ و مقدار مینیمم $-|a|+C$ و دوره تناوب $T=\frac{2\pi}{|b|}$ است.



در دایره مثلثاتی روبه‌رو، انتهای ضلع متحرک زاویه α را امتداد می‌دهیم تا محور عمودی TAT' را در نقطه M قطع کند. در مثلث قائم‌الزاویه OAM داریم:

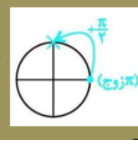
$$\tan\alpha=\frac{MA}{OA}\xrightarrow{oa=1}\boxed{\tan\alpha=MA}$$

نتیجه: محور قائم TAT' ، همان محور tanهاست (موازی Sin). برای به دست آوردن tan یک زاویه دلخواه، کافی است انتهای ضلع متحرک آن زاویه را امتداد دهید تا محور tanها را قطع کند!

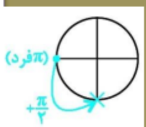
قبل از هر چیزی عرض کنم که $\tan x$ در مقادیری که مخرجش صفر است (یعنی $\cos x = 0$) تعریف نمی‌شود

($x \neq k\pi + \frac{\pi}{2}$ که $k \in \mathbb{Z}$). اگر به k اعداد زوج بدهیم،

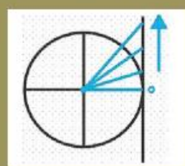
این مقادیر در بالای دایره مثلثاتی قرار می‌گیرند

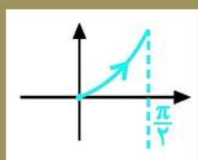


و اگر k فرد باشد، در پایین دایره قرار می‌گیرند.



۱- ناحیه اول : در شروع این ربع مقدار tan صفر می‌شود. هر چه مقدارزاویه بیشتر شود، مقدار tan زاویه هم بیشتر می‌شود تا به $+\infty$ میل کند. نمودارش را ببینید $\Leftarrow$

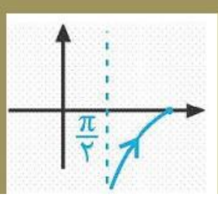


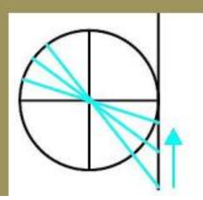


نتیجه : در ربع اول، تابع $\tan x$ یک تابع صعودی است. (البته صعودی اکیدا)

۲- ناحیه دوم : در شروع این بازه، مقدار $\tan x$ ، $-\infty$ است. (منفی بی‌نهایت چون در ربع دوم $\tan x$ منفی است)

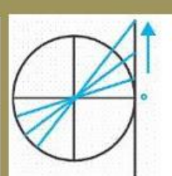
هر چه مقدار کمان بیشتر می‌شود، $\tan x$ این کمان هم زیادتر می‌شود تا اینکه بشود صفر. این هم نمودارش $\Leftarrow$

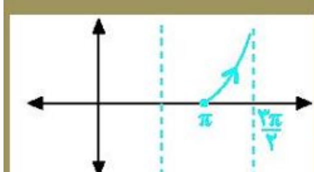




نتیجه: در ربع دوم هم تابع $\tan x$ تابعی صعودی اکید است.

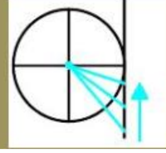
۳- ناحیه سوم: در شروع این بازه مقدار tan ، صفر است و رفته رفته به میل $+\infty$ می‌کند. این هم نمودارش $\Leftarrow$

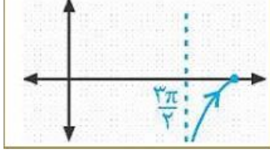




نتیجه: در ربع سوم هم $\tan x$ تابعی صعودی اکید است.

۴- ناحیه چهارم: در شروع این بازه مقدار tan ، $-\infty$ است. رفته رفته زیاد و زیادتر می‌شود تا اینکه به صفر برسد. این هم نمودارش $\Leftarrow$

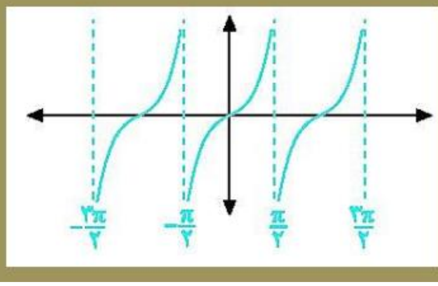




نتیجه: در ربع چهارم هم تابع $\tan x$ صعودی اکید است.

این تابع به ازای هر زاویه دلخواه در دایره (بجز $x=k\pi+\frac{\pi}{۲}$ که $k\in\mathbb{Z}$) تعریف شده است. پس دامنه آن می‌شود $\Leftarrow$ $D=\left\{x\in\mathbb{R}\middle|x\neq k\pi+\frac{\pi}{۲},k\in\mathbb{Z}\right\}$

اگر تکه‌هایی از نمودار $\tan$ را که برایتان رسم کردم، به هم بچسبانید، به نمودار کلی $\tan$ می‌رسید:



در محاسبات فنی‌ای که جلوتر به آن برخورد خواهیم کرد (معادلات مثلثاتی) به ۴ فرمول زیر نیاز داریم:

$$\mathrm{Sin}\,۲\alpha=۲\,\mathrm{Sin}\,\alpha.\mathrm{Cos}\,\alpha \qquad \mathrm{Cos}\,۲\alpha\begin{cases}\longrightarrow=\mathrm{Cos}^۲\alpha-\mathrm{Sin}^۲\alpha\\ \longrightarrow=۲\,\mathrm{Cos}^۲\alpha-۱\\ \longrightarrow=۱-۲\,\mathrm{Sin}^۲\alpha\end{cases}$$

در تقسیم چندجمله‌ای $f(x)$ بر دو جمله‌ای درجه دوم $ax+b$ ، باقی‌مانده تقسیم می‌شود $f(-\frac{b}{a})$

(در واقع $ax+b$ رو باید مساوی صفر بزاری $ax+b=۰\Rightarrow x=-\frac{b}{a}$. بعد این ریشه رو قرار بدی تو چند جمله‌ای!)

نتیجه: اگر $f(-\frac{b}{a})$ صفر شود، آنگاه $f(x)$ بر $ax+b$ بخش‌پذیر است و بالعکس. از این نتیجه برای تجزیه چندجمله‌ای‌ها استفاده می‌شود.

همسایگی

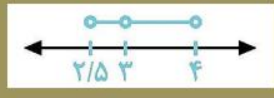
هر بازه باز شامل عدد حقیقی $x_۰$ را یک همسایگی برای آن عدد می‌نامیم ($x_۰$ ابتدا و انتهای بازه نباشد و درون بازه باشد.)

مثال: بازه‌های $(۰,۵)$ و $(۰,۴)$ یک همسایگی برای عدد ۳ می‌باشند. اما مثلا بازه $[۱,۳]$ ، $(۰,۳)$ ، $(۱,۳)$ و $(۱,۲)$ همسایگی عدد ۳ نیستند. چون ۳ داخل این بازه‌ها نیست.

همسایگی محذوف

اگر بازه (a,b) یک همسایگی برای $x_۰$ باشد، مجموعه $(a,b)-\{x_۰\}$ یک همسایگی محذوف $x_۰$ نامیده می‌شود.

مثال: مجموعه $(\frac{۵}{۲},۴)-\{۳\}$ یک همسایگی محذوف ۳ است. ببینید:

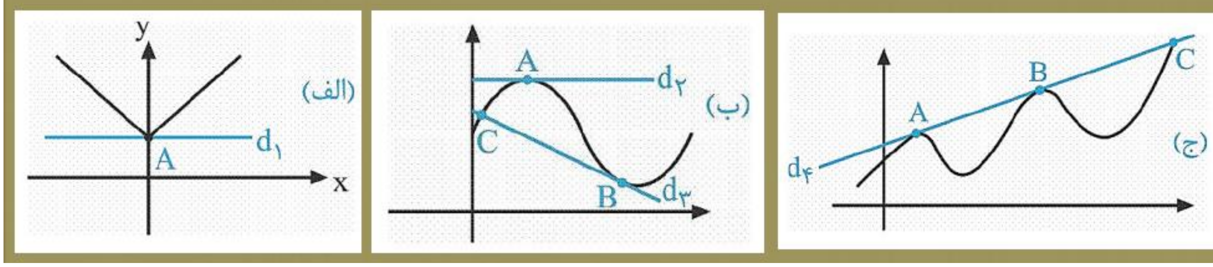


نکته : عدد(غیر صفر) به روی ∞ می‌شود صفر !

هم‌ارزی پرتوان (مهم): اگر $x \to \pm\infty$ ، هر چند جمله‌ای، هم‌ارز (یعنی هم‌ارزش و معادل) جمله‌ای است که بیشترین توان را داراست.

$$-3x^3 - 4x + 1 \sim -3x^3 \qquad 4x^2 - 2x^{10} + 4 \underset{x\to-\infty}{\sim} -2x^{10}$$

به سه شکل زیر دقت کنید. در شکل الف، خط d_1 بر منحنی در **A** مماس نیست. در شکل ب، خط d_2 در **A** و خط d_3 در **B** بر منحنی مماس است. در همین شکل اما، خط d_3 در **C** بـر منحنی مماس نیست، متقاطعندرا در شکل ج، خط d_4 در نقاط **A** و **B** بر منحنی مماس است. اما در **C** مماس نیست، متقاطعندرا



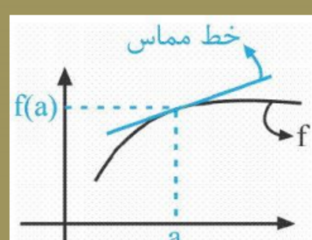
مشتق تابع **f** در نقطه $x = a$ را با نماد $f'(a)$ نمایش می‌دهند، که برابر است با:

$$\boxed{f'(a) = \lim_{h\to 0}\left(\frac{f(a+h)-f(a)}{h}\right)}$$

نکته: زمانی f' در $x = a$ تعریف می‌شود که حد فوق موجود و متناهی باشد.

نکته: مشتق تابع **f** در $x = a$ برابر است با:

<u>شیب خط مماس بر نمودار **f** در نقطه **A**</u>



تعریف دیگر برای مشتق f در $x = a$

می‌شود: $\Leftarrow$ $\boxed{f'(a) = \lim_{x \to a} \dfrac{f(x) - f(a)}{x - a}}$

در صورتی که حد گفته شده موجود و متناهی باشد، مشتق f در a وجود خواهد داشت.

نکته: هیچ تفاوتی بین ۲ تعریف گفته شده وجود ندارد و استفاده از هر کدام، دلخواه است.

نکته: علامت مشتق (یا همان شیب خط مماس) با وضعیت یکنوایی تابع، به این صورت در ارتباط است که اگر در نقطه داده شده، تابع در حال صعود بود، $f' > 0$ ، اگر در حال نزول بود $f' < 0$ و اگر در نوک قله یا قعر نمودار بود، مقدار f' برابر صفر است.

مشتق چپ و راست f در $x = a$

مشتق چپ و راست تابع f در $x = a$ را با نمادهای $f'_-(a)$ و $f'_+(a)$ نمایش می‌دهیم و به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$f'_-(a) = \lim_{x \to a^-} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} \qquad f'_+(a) = \lim_{x \to a^+} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

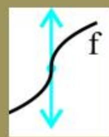
شروط مشتق‌پذیری f در $x = a$

مشتق‌پذیری f در $x = a$ ، ۲ شرط لازم دارد:

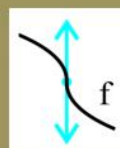
۱- f در $x = a$ پیوسته باشد.

۲- شیب نیم‌مماس‌های چپ و راست برابر باشند. یعنی $f'_-(a) = f'_+(a)$

اگر **f** در $x=a$ پیوسته باشد و $f'_+(a)$ و $f'_-(a)$ هر دو $+\infty$ یا هر دو $-\infty$ شوند، **f** در **a** مشتق‌پذیر نیست، اما خط مماس در این نقطه موجود است، که به آن مماس قائم می‌گویند.

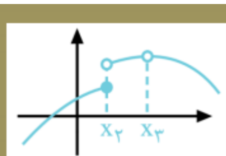


$f'_-(a)=f'_+(a)=+\infty$ (مثبت شد چون صعودی است)

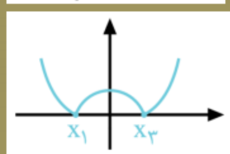


$f'_-(a)=f'_+(a)=-\infty$ (منفی شد چون نزولی است)

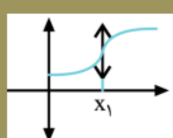
در نمودار یک تابع، نقاطی که تابع در آن‌ها مشتق‌ناپذیر است عبارتند از:



۱- نقاط ناپیوستگی؛ مثلا نقاط x_2 و x_3 در نمودار مقابل ⇐



۲- نقاط تیزی (زاویه‌دار) ؛ مثلا x_1 و x_3 در نمودار مقابل ⇐



۳- نقاطی که در آن‌ها مماس قائم تولید می‌شود؛ مثلا x_1 در دو نمودار مقابل ⇐

تابع **f** روی بازه (a,b) مشتق‌پذیر است هرگاه در هر نقطه این بازه مشتق‌پذیر باشد. همچنین تابع **f** روی بازه $[a,b]$ مشتق‌پذیر است هرگاه در بازه (a,b) مشتق‌پذیر باشد، در **a** مشتق راست و در **b** مشتق چپ داشته باشد.

نکته (کار در کلاس) تابع **f** روی $[a,b)$ $((a,b])$ مشتق‌پذیر است هرگاه در (a,b) مشتق‌پذیر باشد و در **a** مشتق راست (در **b** مشتق چپ) داشته باشد.

برای تابع مشتق‌پذیر f داریم:

الف) در یک بازه از دامنه f اگر مقدار f' موجود و مثبت باشد، آنگاه f در آن بازه اکیدا صعودی است.

ب) در یک بازه از دامنه f اگر مقدار f' موجود و منفی باشد، آنگاه f در آن بازه اکیدا نزولی است.

پ) در یک بازه از دامنه f اگر مقدار f' موجود و برابر صفر باشد، آنگاه f در آن بازه تابعی ثابت است.

قضیه فرما: اگر تابع f در نقطه‌ای به طول c اکسترمم نسبی داشته باشد و $f'(c)$ موجود باشد، آنگاه $f'(c)=0$ است.

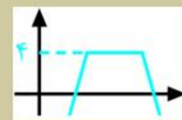
نتیجه: هر نقطه‌ی اکسترمم نسبی f، حتما بحرانی نیز هست، اما هر نقطه‌ی بحرانی، اکسترمم نسبی نیست.

ماکزیمم مطلق: با فرض $c \in D_f$ ، نقطه $(c,f(c))$ یک نقطه $\max$ مطلق برای تابع f است، هرگاه عرض این نقطه از عرض تمام نقاط دامنه f بیشتر یا مساوی باشد. مقدار $\max$ مطلق همان مقدار عرض این نقطه، یعنی $f(c)$ است.

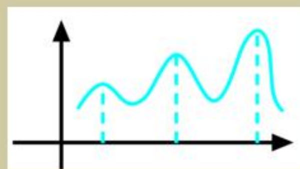
مینیمم مطلق: با فرض $c \in D_f$ ، نقطه $(c,f(c))$ یک نقطه $\min$ مطلق برای تابع f است، هرگاه عرض این نقطه از عرض تمام نقاط دامنه f کمتر یا مساوی باشد. مقدار $\min$ مطلق همان مقدار عرض این نقطه یعنی $f(c)$ است.

نکته: وجود همسایگی برای این که یک نقطه اکسترمم مطلق شود، نه شرط لازم است نه کافی! یعنی اصلا وجود همسایگی این جا مهم نیست! برخلاف اکسترمم‌های نسبی که وجود همسایگی واسشون شرط لازم بودن.

نکته: یک تابع می‌تواند در بی‌نهایت نقطه دارای اکسترمم مطلق باشد، اما مقدار آن‌ها یکتاست.

مانند 

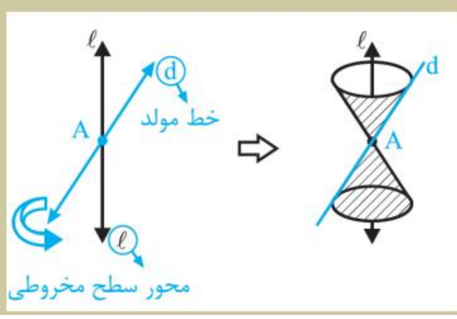
که بی‌شمار نقطه max مطلقند و مقدار آن‌ها ۴ است. اما یک تابع می‌تواند بی‌شمار نقطه اکسترمم نسبی با مقادیر مختلف داشته باشد. مانند



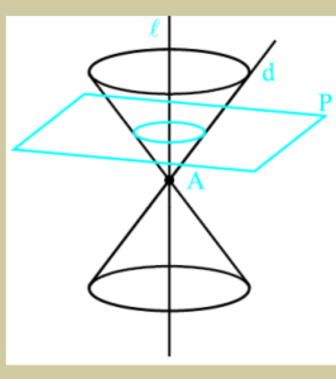
قضیه: فرض کنید f در $[a,b]$ پیوسته باشد. در این صورت در این بازه هم max مطلق دارد هم مطلق.

دو خط d و ℓ در نقطه‌ای مانند A متقاطعند. اگر d را حول دوران کامل دهیم، شکل حاصل یک سطح مخروطی است.

(انگار دو تا نون بستنی قیفی رو از نوک (A) بهم چسبوندیم!)

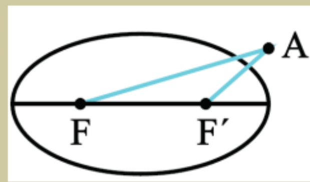


وقتی یک سطح مخروطی توسط یک صفحه برش داده می‌شود، معمولا سطح مقطع، یک منحنی است. از آن‌جا که این منحنی‌ها، حاصل تقاطع یک صفحه با یک سطح مخروطی هستند، مقاطع مخروطی نامیده می‌شوند. بسته به میزان انحراف صفحه برش دهنده نسبت به محور سطح مخروطی، حالات زیر پدید می‌آید:

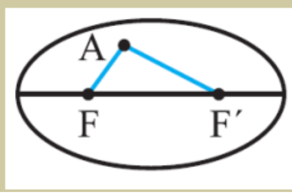


الف) اگر صفحه P بر محور سطح مخروطی عمود باشد و از رأس آن A عبور نکند، شکل حاصل یک دایره خواهد بود.

حواستان باشد، اگر نقطه دلخواه **A** بیرون بیضی باشد، مجموع فواصل آن از نقاط F و F' بیشتر از ℓ خواهد شد $\Leftarrow$ $\Rightarrow AF+AF'>\ell$

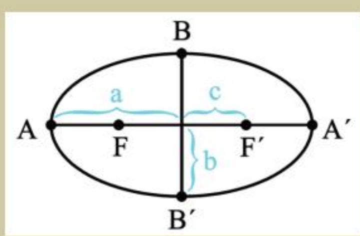


و اگر **A** درون بیضی باشد، مجموع فواصل آن از F و F' ، کمتر از ℓ خواهد شد. $\Rightarrow AF+AF'<\ell$



نکته: اگر قطر بزرگ بیضی افقی باشد، آن بیضی را بیضی افقی () و اگر قطر بزرگ عمودی باشد، بیضی را بیضی قائم () می‌نامیم.

نکته: فاصله کانونی بیضی برابر ۲c ($|FF'|=۲c$)، طول قطر بزرگ بیضی برابر ۲a ($|AA'|=۲a$) و طول قطر کوچک بیضی برابر ۲b ($|BB'|=۲b$) است.



ارتباط بین **a** و **b** و **c**: در هر بیضی داریم: $\boxed{a^۲=b^۲+c^۲}$

فرض کنید مختصات مرکز بیضی $O\Big|_{\beta}^{\alpha}$ است. اگر عرض نقاط A ، A' ، F و F' بشود β و طول نقاط B و B' بشود α ، بیضی افقی است. اما اگر طول نقاط A ، A' ، F و F' بشود α و عرض نقاط B و B' بشود β ، بیضی قائم است.

مقدار $\frac{c}{a}$ را خروج از مرکز بیضی می‌گویند و آن را با **e** نشان می‌دهند. چون در بیضی $a>c$ ($a^۲=b^۲+c^۲$)، پس $۰<e<۱$. هر چه نسبت $\frac{c}{a}$ به ۱ نزدیک‌تر باشد، بیضی کشیده‌تر و هر چه مقدار $\frac{c}{a}$ به صفر نزدیک‌تر باشد، شکل بیضی تپل‌تر و به دایره نزدیک‌تر می‌شود.

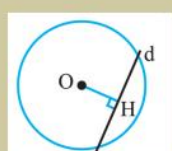
معادله استاندارد یک دایره به مرکز $O\Big|_{\beta}^{\alpha}$ و شعاع **r** به صورت $(x-\alpha)^2+(y-\beta)^2=r^2$ است.

نکته: حواستان باشد که مجموعه جواب نامعادله $(x-\alpha)^2+(y-\beta)^2<r^2$

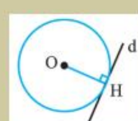
($(x-\alpha)^2+(y-\beta)^2>r^2$) نقاطی از صفحه را مشخص می‌کنند که درون (بیرون) دایره به مرکز $O\Big|_{\beta}^{\alpha}$ و شعاع **r** می‌باشند.

اگر به کمک اتحاد اول، دستی به سر و گوش معادله استاندارد دایره بکشیم، با اندکی ساده‌سازی به معادله‌ای به فرم $x^2+y^2+ax+by+c=0$ می‌رسیم که به آن معادله گسترده دایره می‌گوییم. در این فرم، مختصات مرکز دایره $O(-\frac{a}{2},-\frac{b}{2})$ و شعاع آن برابر $r=\sqrt{\alpha^2+\beta^2-c}$ می‌شود.

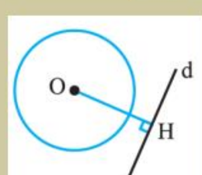
دایره $C(o,r)$ را در نظر بگیرید. فاصله خط داده شده از مرکز آن را می‌یابیم (**OH**) و اندازه آن را با شعاع دایره مقایسه می‌کنیم. ۳ حالت ممکن است رخ دهد:



حالت ۱: اگر $OH<r$ ، خط **d** و دایره $C(o,r)$ در دو نقطه متقاطعند.



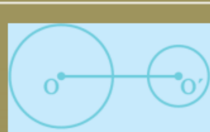
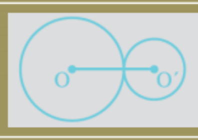
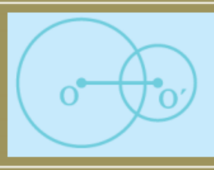
حالت ۲: اگر $OH=r$ ، خط **d** و دایره $C(o,r)$ بر هم مماسند.



توجه: خط مماس بر دایره در نقطه تماس بر شعاع دایره عمود است.

حالت ۳: اگر $OH>r$ ، خط **d** و دایره $C(o,r)$ متقاطع نیستند.

دو دایره $C(o,r)$ و $C'(o',r')$ را با فرض $r > r'$ در نظر بگیرید. خطی که مرکز دو دایره را به هم وصل می‌کند، خط المرکزین نامیده می‌شود که در این جا آن را با **d** نشان می‌دهیم. اوضاع نسبی دو دایره در جدول زیر نشان داده شده!

۱- دو دایره بیرون هم (متخارج)	$d > r + r'$	
۲- دو دایره مماس بیرون	$d = r + r'$	
۳- دو دایره متقاطع	$r - r' < d < r + r'$	
۴- دو دایره مماس درون	$d = r - r'$	
۵- دو دایره متداخل	$d < r - r'$	
۶- دو دایره هم مرکز	$d = 0$	

۴- پیشامدها و اعمال روی آن‌ها: فرض کنید **A** و **B** دو پیشامد از فضای نمونه‌ای باشند، داریم:

الف) اجتماع دو پیشامد: پیشامد $A \cup B$ وقتی رخ می‌دهد که حداقل یکی از پیشامدهای **A** یا **B** رخ دهد.

ب) اشتراک دو پیشامد: پیشامد $A \cap B$ وقتی رخ می‌دهد که هر دو پیشامد **A** و **B** رخ دهند.

پ) تفاضل دو پیشامد: پیشامد $A - B$ وقتی رخ می‌دهد که پیشامد **A** رخ دهد، ولی پیشامد **B** رخ ندهد.

ت) متمم یک پیشامد: پیشامد A' (یا A°) وقتی رخ می‌دهد که پیشامد **A** رخ ندهد $\Leftarrow$ $\boxed{p(A') = 1 - p(A)}$

۵- رابطه محاسبه احتمال وقوع یک پیشامد: $p(A)=\frac{n(A)}{n(S)}$

۶- رابطه محاسبه احتمال اجتماع دو پیشامد A و B: $p(A\cup B)=p(A)+p(B)-p(A\cap B)$

۷- پیشامدهای ناسازگار: دو پیشامد A و B را ناسازگار می‌گوییم، هرگاه A و B نتوانند با هم رخ دهند، به بیان دیگر $A\cap B=\varnothing$ ، در این صورت داریم: $\boxed{p(A\cup B)=p(A)+p(B)}$

۸- تعمیم پیشامدهای ناسازگار: پیشامدهای $A_۱, A_۲, ..., A_n$ را دو به دو ناسازگار می‌گوییم، هرگاه هیچ دوتایی از آن‌ها نتوانند با هم رخ دهند. در این صورت داریم:

$$\boxed{p(A_۱\cup A_۲\cup ...\cup A_n)=p(A_۱)+p(A_۲)+...+p(A_n)}$$

۹- احتمال شرطی: منظور از «احتمال A به شرط B» که آن را با $p(A|B)$ نمایش می‌دهیم، احتمال وقوع پیشامد A است به شرط آن که بدانیم B رخ داده و داریم:

$$p(A|B)=\frac{p(A\cap B)}{p(B)};(p(B)\neq ۰)$$

۱۰- پیشامدهای مستقل: دو پیشامد A و B از هم مستقل‌اند، هرگاه وقوع هر یک بر احتمال وقوع دیگری بی تاثیر باشد. مستقل بودن دو پیشامد A و B، معادل است با این‌که:

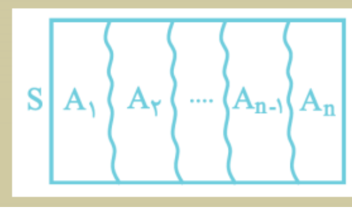
$$p(A\cap B)=p(A)\cdot p(B)$$

فرض کنیم $A_۱, A_۲, \ldots, A_n$ زیرمجموعه‌هایی ناتهی از مجموعه S باشند، به گونه‌ای که اجتماع همه آن‌ها برابر S، و اشتراک هر دوتای آن‌ها برابر $\varnothing$ باشد، در این صورت می‌گوییم این مجموعه‌ها، یک افراز روی S درست کرده‌اند. به عبارتی داریم:

۱) $A_۱ \cup A_۲ \cup \ldots \cup A_n = S \Rightarrow \bigcup_{i=۱}^{n} A_i = S$

۲) $A_۱ \cap A_۲ = \varnothing \;,\; A_۲ \cap A_۳ = \varnothing \;,\ldots,\; A_{n-۱} \cap A_n = \varnothing \Rightarrow$

$A_i \cap A_j = \varnothing \;,\; \underset{i \neq j}{۱ \leq i, j \leq n}$



حال اگر فرض کنیم در حالت کلی $A_۱, A_۲, \ldots, A_n$ پیشامدهایی باشند که بر روی فضای نمونه‌ای S یک افراز تشکیل داده باشند و B یک پیشامد دلخواه باشد، رابطه زیر حاصل خواهد شد که به آن قانون احتمال کل می‌گوییم:

$$\boxed{p(B) = \sum_{i=۱}^{n} p(A_i)p(B|A_i)}$$