



مشاوره تحصیلی هیوا

تخصصی ترین سایت مشاوره کشور

مشاوره تخصصی ثبت نام مدارس ، برنامه ریزی درسی و آمادگی
برای امتحانات مدارس

برای ورود به صفحه مشاوره مدارس کلیک کنید

برای ورود به صفحه نمونه سوالات امتحانی کلیک کنید

تماس با مشاور تحصیلی مدارس

۹۰۹۹۰۷۱۷۸۹



تماس از تلفن ثابت

دانش آموز گرامه:

این قسمت را فقط در صورتی ببینید که قصد مقایسه‌ی پاسخ خود با پاسخ‌های صحیح را دارید!

۱- به پاسخ هر قسمت توجه کنید:

- وقتی تکرار ارقام مجاز است، برای یکان چهار انتخاب ۰، ۴، ۶ و ۸ و چون در رقم اول سمت چپ صفر بکار نمی‌رود، این جایگاه پنج انتخاب داشته و بقیه‌ی رقم‌ها هر کدام ۶ انتخاب دارند:

$$5 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 4 = 20 \times 6^4$$

- اگر تکرار ارقام مجاز نباشد، چون رقم صفر هم می‌تواند در یکان قرار گیرد، لازم است دو حالت در نظر بگیریم: «صفر در یکان باشد» یا «صفر در یکان نباشد»

الف) اگر صفر در یکان قرار گیرد، یکان ۱ انتخاب داشته و سایر تعداد حالات سایر رقم‌ها تعیین می‌شود:

$$5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 1 = 5!$$

ب) اگر صفر در یکان قرار نگیرد، یکان سه انتخاب ۴، ۶ و ۸ داشته و رقم صفر نمی‌تواند در سمت چپ بکار رود:

$$4 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 3 = 12 \times 4!$$

بنابراین طبق اصل شمارش جمع:

$$5! + 12 \times 4! = 5 \times 4! + 12 \times 4! = (5 + 12) \times 4! = 17 \times 4!$$

۲- در رقم سمت چپ (هزارگان) عددهای ۴، ۶ و ۸ می‌توانند قرار گیرند.

• اگر تکرار ارقام مجاز باشد:

۱) در صورتی که رقم هزارگان ۴ باشد، رقم صدگان فقط می‌تواند ۸ باشد و رقم‌های یکان را دلخواه قرار می‌دهیم:

$$1 \times 1 \times 6 \times 6 = 36$$

البته در این حالت خود عدد ۴۸۰۰ نیز شمرده شده که باید کم شود. پس تعداد حالت‌ها $36 - 1 = 35$ است.

۲) اگر رقم هزارگان ۶ یا ۸ باشد، سایر ارقام هر عددی می‌توانند انتخاب شوند:

$$2 \times 6 \times 6 \times 6 = 432$$

بنابراین طبق اصل شمارش جمع، تعداد جواب‌ها $432 + 35 = 467$ است.

• اگر تکرار ارقام مجاز نباشد:

۱) اگر رقم هزارگان ۴ قرار گیرد، رقم صدگان فقط می‌تواند ۸ باشد و دو رقم دیگر به دلخواه انتخاب خواهند شد:

$$1 \times 1 \times 4 \times 3 = 12$$

۲) اگر رقم هزارگان ۶ یا ۸ قرار گیرد، رقم‌های دیگر به دلخواه انتخاب خواهند شد:

$$2 \times 5 \times 4 \times 3 = 120$$

بنابراین طبق اصل شمارش جمع، تعداد جواب‌ها در این حالت $12 + 120 = 132$ است.

۳- توجه کنید که تمام عددهای از صفر تا ۹ به جز ۵ می‌توانند به عنوان رقم بکار روند و تکرار هم مجاز است. فقط باید توجه داشت که رقم صفر در سمت چپ بکار نمی‌رود:

$$8 \times 9 \times 9 \times 9 = 8 \times 9^3$$

۴- طبق اطلاعات داده شده، معادله‌ای نوشته و آن را حل می‌کنیم:

$$P(5; x) = xP(5; x-1) \rightarrow \frac{5!}{(5-x)!} = x \frac{5!}{(5-(x-1))!} \rightarrow \frac{5!}{(5-x)!} = x \frac{5!}{(6-x)!}$$

توجه کنید: عدد $6-x$ یک واحد از عدد $5-x$ بیشتر است و بنابراین $(6-x)! = (6-x) \times (5-x)!$ است:

$$\frac{5!}{(5-x)!} = x \frac{5!}{(6-x) \times (5-x)!} \rightarrow 1 = \frac{x}{6-x} \rightarrow x = 6-x \Rightarrow x = 3$$

۵- وقتی انتخاب‌های تکراری وجود دارد، همیشه ابتدا بدون توجه به تکرارها، تعداد حالت‌ها را نوشته و سپس با تقسیم، تکرارها حذف می‌شوند؛ چون صفر در سمت چپ بکار نمی‌رود، تعداد هشت رقمی‌ها:

$$5 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 5 \times 7!$$

اکنون با توجه به تکنیک جایگشت‌های با تکرار، چون سه تا ۰ و دو تا ۱ داریم:

$$\frac{5 \times 7!}{3! \times 2!} = \frac{5 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3!}{3 \times 2 \times 2} = \frac{5 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4}{2} = 5 \times 7 \times 6 \times 5 \times 2 = 2100$$

۶- بهترین روش: کلمه‌ی داده شده دارای ۸ حرف است و ۲ حرف p و r انتخاب شده‌اند. از بین ۶ حرف باقی‌مانده ۴ حرف به تعداد روش‌های:

$$\binom{6}{4} = 15$$

انتخاب کرده و اکنون این ۴ حرف با دو حرف قبلی p و r تعداد ۶ حرف تشکیل داده و تعداد کلمات در هر حالت برابر ۶! است. در نتیجه طبق اصل ضرب، تعداد کل حالات برابر است با:

$$15 \times 6!$$

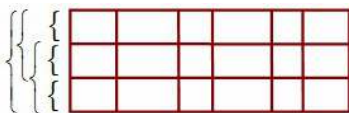
۷- ابتدا از هر رنگ یک مهره انتخاب می‌کنیم:

$$\binom{5}{1} \times \binom{4}{1} = 20$$

دو مهره‌ی انتخاب شده رنگ‌های متفاوت داشته و به $2! = 2$ حالت کنار هم قرار می‌گیرند. بنابراین طبق اصل ضرب در کل تعداد حالت‌ها برابر است با:

$$20 \times 2 = 40$$

۸- به شکل مقابل نگاه کنید:



برای ضلع عمودی تعداد $1+2+3=6$ انتخاب وجود دارد!

به صورت مشابه، با توجه به قسمت‌بندی افقی، برای ضلع افقی نیز

$$6+5+4+3+2+1=21$$

انتخاب وجود دارد. در نتیجه طبق اصل شمارش ضرب:

$$6 \times 21 = 126$$

۹- طبق فرمول‌های مربوطه می‌نویسیم:

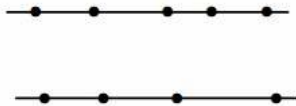
$$12 \times \frac{n(n-1)}{2} = \frac{n!}{(n-3)!}$$

با جایگذاری مناسب، کسرهای ساده شده و معادله را حل می‌کنیم:

$$6 \times n(n-1) = \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)!}{(n-3)!} \rightarrow 6 \times n(n-1) = n(n-1)(n-2)$$

$$\rightarrow 6 = n-2 \Rightarrow n = 8$$

۱۰- به شکل مقابل نگاه کنید:



مثلث‌های خواسته شده را به دو روش می‌توان ساخت:

(۱) دو رأس از نقاط بالا و یک رأس از نقاط پایین انتخاب شود:

$$\binom{5}{2} \times \binom{4}{1} = 10 \times 4 = 40$$

یا:

(۲) یک رأس از نقاط بالا و دو رأس از نقاط پایین انتخاب شود:

$$\binom{5}{1} \times \binom{4}{2} = 5 \times 6 = 30$$

طبق اصل شمارش جمع، تعداد کل مثلث‌ها برابر $40 + 30 = 70$ است.

۱۱- طبق قاعده طناب‌پیچ: سه کتاب ریاضی به یک کتاب تبدیل شده و به همراه ۴ کتاب ادبی، تشکیل ۵ کتاب داده و دارای:

$$5!$$

جایگشت است. اما سه کتاب ریاضی در کنار هم دارای ۳! جایگشت هستند و در نتیجه در کل تعداد:

$$5! \times 3! = 120 \times 6 = 720$$

حالت مختلف وجود دارد!

۱۲- باز هم قاعده‌ی طناب‌پیچ:

$$3! \times 3! \times 2! \times 2! = 144$$

۱۳- رقم‌های یکان و سمت چپ هر کدام یک انتخاب داشته و سایر ارقام دلخواه و غیر تکراری هستند:

$$1 \times 8 \times 7 \times 6 \times 1 = 336$$

۱۴- باید هر دو مهره سفید یا هر دو مهره سیاه باشند که طبق اصل شمارش جمع:

هیوا تخصصیات مشاوره کشور

$$\binom{5}{2} + \binom{6}{2} = 10 + 15 = 25$$

۱۵- یک نفر از قبل انتخاب شده و بنابراین باید ۲ نفر را از بین ۱۱ نفر باقی مانده انتخاب کرد:

$$\binom{11}{2} = \frac{11 \times 10}{2} = 55$$

