

<p style="text-align: right;">(گزینه ۳)</p> $(\sqrt{8} + \sqrt{18})^2 = (\sqrt{4 \times 2} + \sqrt{9 \times 2})^2 = (2\sqrt{2} + 3\sqrt{2})^2 = (5\sqrt{2})^2 = 5^2 \times (\sqrt{2})^2 = 25 \times 2 = 50$	۱
<p style="text-align: right;">(گزینه ۲)</p> $2^{3x-4} = 2^5 \Rightarrow 3x - 4 = 5 \Rightarrow 3x = 9 \Rightarrow x = 3$ $2^{x+1} = 2^{3+1} = 2^4 = 16$	۲
<p style="text-align: right;">(گزینه ۳)</p> <p>در نظر می‌گیریم که ۱۹ تا از اعداد ۵ باشند و x بزرگترین عدد باشد.</p> <p>و بزرگترین عدد حداکثر ۷۵ می‌باشد.</p> $(19 \times 5) + x = 20 \times 8 / 5 \Rightarrow x = 170 - 95 = 75$	۳
<p style="text-align: right;">(گزینه ۲)</p> <p>نتیجه هر بازی سه حالت دارد. (برد و باخت و مساوی) پس تعداد کل حالت‌ها: $3 \times 3 \times 3 = 27$</p> <p>و فقط در یک حالت همه بازی‌ها را خواهد برد. پس احتمال برد هر ۳ بازی $\frac{1}{27}$ می‌باشد.</p>	۴
<p style="text-align: right;">(گزینه ۲)</p> <p>تاس چهار وجهی ۴ وجه دارد که برای هر وجه ۲ حالت وجود دارد. پس داریم 2^4 که برابر است با ۱۶ حالت ولی حالتی که همه وجه‌ها قرمز و حالتی که همه وجه‌ها آبی باشند حذف می‌شود پس کلاً ۱۴ حالت می‌شود</p>	۵
<p style="text-align: right;">(گزینه ۴) با توجه به رابطه فیثاغورس داریم:</p> $x^2 = 2^2 + 2^2 = 4 + 4 = 8 \Rightarrow x = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ $y^2 = 1^2 + 1^2 = 1 + 1 = 2 \Rightarrow y = \sqrt{2}$ $B = -2 + \sqrt{2} \quad \text{و} \quad A = 2 + 2\sqrt{2}$ $\overline{AB} = B - A = -2 + \sqrt{2} - 2 - 2\sqrt{2} = -4 - \sqrt{2}$	۶
<p style="text-align: right;">(گزینه ۳)</p> $\sqrt{7}a - \sqrt{3}b = \sqrt{7}(\sqrt{3} + 1) - \sqrt{3}(\sqrt{7} - 1) = \sqrt{21} + \sqrt{7} - \sqrt{21} + \sqrt{3} = \sqrt{7} + \sqrt{3}$ $c = \sqrt{28} + \sqrt{12} = 2\sqrt{7} + 2\sqrt{3} = 2(\sqrt{7} + \sqrt{3}) \Rightarrow \sqrt{7} + \sqrt{3} = \frac{c}{2}$	۷

(گزینه ۲)

۸

$$\frac{\sqrt{5}^2a + \sqrt{5}^2b}{\sqrt{5}^{a+b}} = \frac{\sqrt{5}^2a}{\sqrt{5}^{a+b}} + \frac{\sqrt{5}^2b}{\sqrt{5}^{a+b}} = \sqrt{5}^{2a-(a+b)} + \sqrt{5}^{2b-(a+b)} = \sqrt{5}^{a-b} + \sqrt{5}^{b-a} = \sqrt{10}$$

(گزینه ۱)

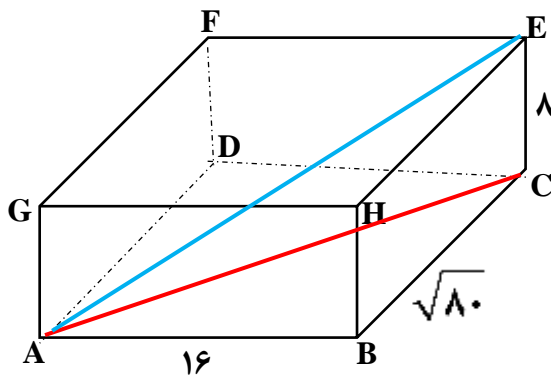
۹

$$\text{میانگین} = \frac{10 + 6 + 17 + 18 + x}{5} = 11/2 \Rightarrow 51 + x = 56 \Rightarrow \boxed{x = 5}$$

$$\text{میانگین} = \frac{x + 3x + 2x - 7 + x^2}{4} = \frac{5 + 15 + 3 + 25}{4} = 12$$

(گزینه ۴)

۱۰

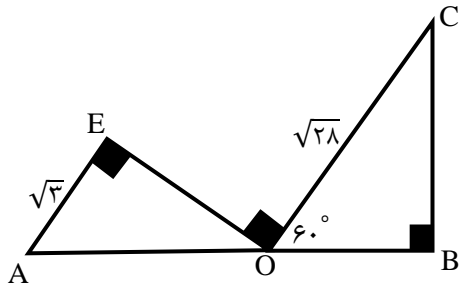


کوتاه ترین مسیر AE می باشد که قطر مکعب مستطیل است، با استفاده از رابطه فیثاغورس ابتدا قطر مستطیل کف را بدست می آوریم: در مثلث قائم الزاویه ABC داریم:

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 \Rightarrow AC^2 = 16^2 + (\sqrt{80})^2 = 256 + 80 = 336$$

$$AE^2 = AC^2 + CE^2 \quad \widehat{C} = 90^\circ \text{ داریم } ACE \text{ الزاویه قائم الزاویه}$$

$$AE^2 = 336 + 8^2 = 336 + 64 = 400 \Rightarrow AE = \sqrt{400} = 20$$

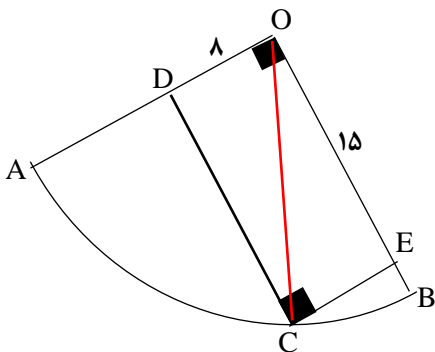


پاره خط AB از دو قسمت AO ، OB تشکیل شده است. در مثلث قائم الزویه OCB ، $C = 30^\circ$ و ضلع روبرو به زاویه 30° درجه نصف وتر است. پس داریم:

$$OB = \frac{1}{2}OC = \frac{1}{2}\sqrt{28} = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{7} = \sqrt{7}$$

و در مثلث قائم الزویه AEO زاویه $AOE = 30^\circ$ است. از این رو داریم: $AE = \frac{1}{2}AO$ در نتیجه $AO = 2\sqrt{3}$ ، در نتیجه:

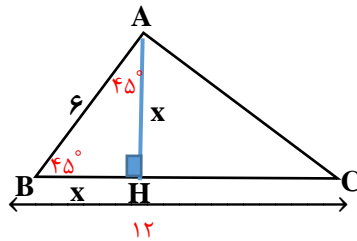
$$AB = AO + OB = 2\sqrt{3} + \sqrt{7}$$



در شکل $OA = OB = OC$ شعاع های دایره هستند . OC قطر مستطیل است.

و از رابطه‌ی فیثاغورس داریم : $8^2 + 15^2 = OC^2 \Rightarrow 64 + 225 = OC^2 \Rightarrow \boxed{OC = 17}$

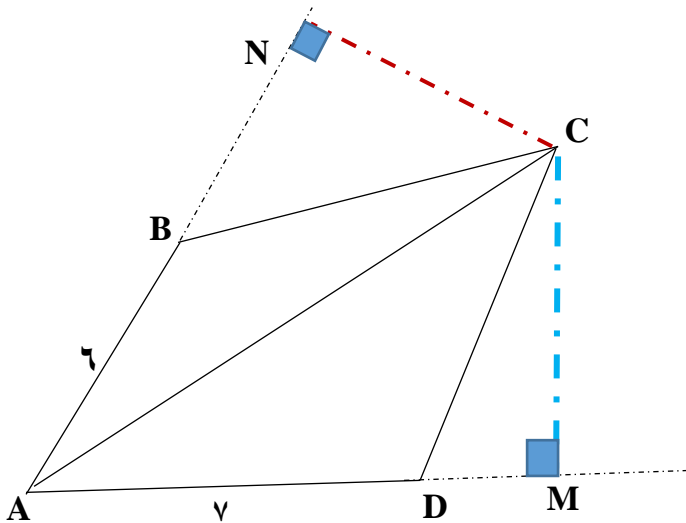
$$\begin{cases} BE = 17 - 15 = 2 \\ AD = 17 - 8 = 9 \end{cases} \Rightarrow BE + AD = 2 + 9 = 11$$



مثلث ABH قائم الزویه متساوی الساقین است پس داریم: $x = AH = BH$

رابطه فیثاغورس در مثلث ABH داریم $x^2 + x^2 = 6^2 \Rightarrow 2x^2 = 36 \Rightarrow x^2 = 18 \Rightarrow x = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$

$$\text{مساحت مثلث } ABC = \frac{AH \times BC}{2} = \frac{3\sqrt{2} \times 12}{2} = 3\sqrt{2} \times 6 = 18\sqrt{2}$$



می دانیم هر نقطه روی نیمساز زاویه از دو ضلع زاویه به یک فاصله است. (اثبات با استفاده از همنهشتی دو مثلث قائم الزویه ACN و ACM در حالت وتر و یک زاویه تند)

$$CM = CN$$

$$\text{مساحت مثلث } ABC = \frac{CN \times AB}{2} = \frac{CN \times 6}{2} = 24 \Rightarrow \boxed{CN = 8} \Rightarrow CM = 8$$

$$\text{مساحت مثلث } ADC = \frac{CM \times AD}{2} = \frac{8 \times 7}{2} = 28 \quad \text{مساحت چهار ضلعی } ABCD = 24 + 28 = 52$$

(گزینه ۲)

۴۰ حالت برای کلاه قرمز وجود دارد و چون عدد ۲۰ دارای ۶ شمارنده است

اگر فردی که شمارنده عدد ۲۰ است کلاهش ۳ حالت دارد پس داریم:

$$\frac{40 + 6 \times 3}{160} = \frac{58}{160} = \frac{29}{80}$$