

## فرمول های ریاضی دهم رشته علوم تجربی

اگر  $U$  مجموعه مرجع باشد و  $A \subset U$ ، آنگاه  $U-A$  متمم  $A$  می باشد و با  $A'$  نمایش داده می شود، به عبارت دیگر  $A'$  شامل عضوهایی از  $U$  می باشد که عضوی از  $A$  نیستند.

نکته: به هر دو مجموعه ای که هیچ عضو مشترکی نداشته باشند، دو مجموعه ی جدا از هم یا مجزا گفته می شود.

در حالت کلی اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه متناهی دلخواه باشند؛

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

دنباله ای که در آن هر جمله به جز جمله اول با اضافه شدن عددی ثابت به جمله قبل از خودش به دست می آید، یک دنباله حسابی نامیده می شود و به آن عدد ثابت، قدر نسبت دنباله می گویند.

جمله  $n$ ام یک دنباله حسابی با جمله اول  $a$  و قدر نسبت  $d$  به شکل  $t_n = a + (n-1)d$  می باشد.

**واسطه حسابی:** اگر بین دو عدد  $a$  و  $b$ ، یک یا چند عدد دیگر را طوری قرار دهیم که یک دنباله حسابی ایجاد شود، می گوئیم بین دو عدد  $a$  و  $b$ ، یک یا چند واسطه حسابی قرار داده ایم.

نکته: برای محاسبه قدر نسبت، هنگامی که بین دو عدد  $a$  و  $b$  و  $n$  واسطه حسابی درج می کنیم، از فرمول زیر استفاده می کنیم؛

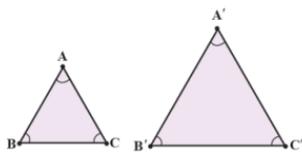
$$d = \frac{b-a}{n+1}$$

**دنباله هندسی:** دنباله ای است که در آن هر جمله (به جز جمله اول) از ضرب جمله قبل از خودش در عددی ثابت به دست می آید. این عدد ثابت را قدر نسبت دنباله می نامیم. جمله  $n$ ام یک دنباله هندسی به صورت  $t_n = ar^{n-1}$  می باشد. ( $a$  جمله اول و  $r$  قدرنسبت است)

**واسطه هندسی:** اگر بین دو عدد  $a$  و  $b$ ، یک یا چند عدد دیگر را طوری قرار دهیم که یک دنباله هندسی ایجاد شود، می گوئیم بین دو عدد  $a$  و  $b$ ، یک یا چند واسطه هندسی قرار داده ایم.

نکته: برای محاسبه قدر نسبت، هنگامی که بین دو عدد  $a$  و  $b$  و  $n$  واسطه هندسی درج می کنیم، از فرمول زیر استفاده می کنیم؛

$$r = \sqrt[n+1]{\frac{b}{a}}$$



$$\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$$

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{A'C'}$$

$$\hat{A} = \hat{A}', \hat{C} = \hat{C}', \hat{B} = \hat{B}'$$

**تشابه:** می دانیم دو شکل را متشابه گویند هرگاه ضلع ها به یک نسبت تغییر کرده باشند و اندازه زوایا تغییر نکرده باشد.

(۱) هرگاه دو زاویه از مثلثی با دو زاویه از مثلث دیگر برابر باشد، آن دو مثلث متشابه اند.

(۲) در مثلث های قائم الزاویه، اگر دو مثلث به غیر از زاویه قائمه، یک زاویه برابر دیگر داشته باشند، متشابه اند.

در مثلث قائم الزاویه ABC برای زاویه معین و حاده A، نسبت های مثلثاتی این زاویه را به شکل زیر تعریف می کنیم؛

$$\tan A = \frac{\text{طول ضلع مقابل به زاویه A}}{\text{طول ضلع مجاور به زاویه A}} = \frac{BC}{AB}$$

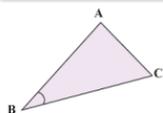
$$\cos A = \frac{AB}{AC} = \frac{\text{طول ضلع مجاور به زاویه A}}{\text{طول ضلع مایل (فرضی)}}$$

$$\cot A = \frac{\text{طول ضلع مجاور به زاویه A}}{\text{طول ضلع مقابل به زاویه A}} = \frac{AB}{BC}$$

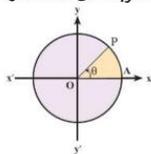
$$\sin A = \frac{BC}{AC} = \frac{\text{طول ضلع مقابل به زاویه A}}{\text{طول ضلع مایل (فرضی)}}$$

**نکته:** در هر مثلث قائم الزاویه،  $\cot A = \frac{\cos A}{\sin A}$  و  $\tan A = \frac{\sin A}{\cos A}$

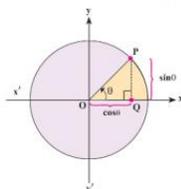
**نکته:** هرگاه در یک مثلث اندازه طول دو ضلع و زاویه بین آن ها را داشته باشیم، مساحت مثلث از رابطه مقابل به دست می آید؛  $\text{مساحت } \triangle ABC = \frac{1}{2} \times AB \times BC \times \sin B$



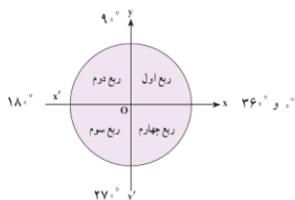
**دایره مثلثاتی:** دایره ای به مرکز مبدا مختصات و شعاع ۱ که برای نمایش زاویه ها به کار گرفته می شود، دایره مثلثاتی نامیده می شود. برای نمایش یک زاویه روی این دایره، از نقطه P شروع به حرکت می کنیم، برای نمایش زوایای مثبت در خلاف جهت حرکت عقربه های ساعت و زوایای منفی در جهت حرکت عقربه های ساعت و به اندازه زاویه خواسته شده حرکت می کنیم. به عنوان مثال زاویه AOP در شکل زیر یک زاویه مثبت است.



فاصله Q تا مبدا برابر است با کسینوس theta و فاصله نقطه P تا پای عمود (یعنی نقطه Q) با سینوس theta برابر است. بنابراین محور xها را محور کسینوس ها و محور yها را محور سینوس ها می نامیم.



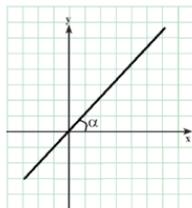
**نکته:** دو محور عمود بر هم ناحیه را به ۴ قسمت تقسیم می کند که به



شکل مقابل تقسیم بندی می شوند. زوایای ۰، ۹۰، ۱۸۰، ۲۷۰ و ۳۶۰ زوایای

مرزی محسوب می شوند و جزو هیچ کدام از نواحی نیستند.

**نکته:** برای هر زاویه دلخواه  $\theta$ ؛  $-1 \leq \sin \theta \leq 1$  و  $-1 \leq \cos \theta \leq 1$



**نکته:** برای محاسبه شیب یک خط، می توان از  $\tan$  زاویه ای که خط با محور افقی می سازد استفاده کرد. یعنی:

به عبارت دیگر:  $\tan \alpha = \text{شیب خط}$

**نکته:** برای هر زاویه مانند  $\theta$  می توان ثابت کرد:

1)  $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$

2)  $\tan^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$  ( $\cos \alpha \neq 0$ )

3)  $1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$  ( $\sin \alpha \neq 0$ )

**نکته:** روابط بین  $\theta$  و  $-\theta$ :

$\sin(-\theta) = -\sin \theta$

$\cos(-\theta) = \cos \theta$

$\tan(-\theta) = -\tan \theta$

$\cot(-\theta) = -\cot \theta$

$a > 0$	n زوج	a دارای دو ریشه $n$ ام $\sqrt[n]{a}$ و $-\sqrt[n]{a}$ است.	۱۶ دارای دو ریشه چهارم $\sqrt[4]{16} = 2$ و $-\sqrt[4]{16} = -2$ است.
	n فرد	a دارای یک ریشه $n$ ام $\sqrt[n]{a}$ است.	۳۲ دارای یک ریشه پنجم $\sqrt[5]{32} = 2$ است.
$a < 0$	n زوج	a دارای ریشه $n$ ام نیست.	۱۶- دارای ریشه چهارم نیست.
	n فرد	a دارای یک ریشه $n$ ام $\sqrt[n]{a}$ است.	۳۲- دارای یک ریشه پنجم $\sqrt[5]{-32} = -2$ است.

قانون	مثال
$a > 0 \Rightarrow \sqrt[n]{a} > 0$	$\sqrt[3]{0.01} > 0$
$a < 0 \Rightarrow \sqrt[n]{a} < 0$	$\sqrt[3]{-0.01} < 0$
$\left. \begin{array}{l} 0 < a < 1 \\ m > n \end{array} \right\} \Rightarrow \sqrt[n]{a} < \sqrt[m]{a}$	$\sqrt[3]{0.125} < \sqrt[5]{0.125}$
$\left. \begin{array}{l} a > 1 \\ m > n \end{array} \right\} \Rightarrow \sqrt[n]{a} > \sqrt[m]{a}$	$\sqrt[3]{1.01} > \sqrt[5]{1.01}$
$\left. \begin{array}{l} -1 < a < 0 \\ m > n \end{array} \right\} \Rightarrow \sqrt[n]{a} > \sqrt[m]{a}$	$\sqrt[3]{-0.125} > \sqrt[5]{-0.125}$
$\left. \begin{array}{l} a < -1 \\ m > n \end{array} \right\} \Rightarrow \sqrt[n]{a} < \sqrt[m]{a}$	$\sqrt[3]{-1.01} < \sqrt[5]{-1.01}$
$\left. \begin{array}{l} a = \pm 1 \\ m > n \end{array} \right\} \Rightarrow \sqrt[n]{a} = \sqrt[m]{a}$	$\sqrt[3]{-1} = \sqrt[5]{-1} = -1$ و $\sqrt[3]{1} = \sqrt[5]{1} = 1$

قانون	مثال
$1^n = 1$	$1^{100} = 1$
$0^n = 0 \quad (n \in \mathbb{N})$	$0^{100} = 0$
$a^0 = 1 \quad (a \neq 0)$	$100^0 = 1$
$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad (a \neq 0)$	$2^{-100} = \frac{1}{2^{100}}$
$a^n \times a^m = a^{n+m}$	$2^5 \times 2^4 = 2^{10}$
$a^n \times b^n = (ab)^n$	$2^5 \times 3^5 = 6^5$
$a^n \div a^m = a^{n-m} \quad (a \neq 0)$	$2^{10} \div 2^5 = 2^5$
$a^n \div b^n = \left(\frac{a}{b}\right)^n \quad (b \neq 0)$	$2^{10} \div 3^{10} = \left(\frac{2}{3}\right)^{10}$
$a^n + b^n \neq (a+b)^n$	$2^2 + 3^2 \neq 5^2$
$\underbrace{a^n + a^n + \dots + a^n}_{\text{بـ } a} = a \times a^n = a^{n+1}$	$2^2 + 2^2 + 2^2 = 2 \times 2^2 = 2^3$
$(a^n)^m = a^{nm}$	$(2^5)^4 = 2^{5 \times 4} = 2^{20}$
$(a^n)^m \neq a^{n^m}$	$(2^2)^3 = 2^6 \neq 2^{2^3} = 2^8$

قانون	مثال
$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a} \quad (a > 0)$	$81^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{81} = \sqrt[4]{3^4} = 3$
$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} \quad (a > 0)$	$81^{\frac{5}{4}} = \sqrt[4]{81^5} = \sqrt[4]{3^{20}} = 3^5, \quad 4^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{4^{\frac{2}{3}}} = \frac{1}{\sqrt[3]{4^2}} = \frac{1}{\sqrt[3]{16}} = \frac{1}{2^{\frac{4}{3}}}$
$\frac{m}{1} = 1$	$\frac{3}{1} = 1$
$a^{\frac{kp}{n}} = a^{\frac{p}{n}} \quad (a > 0, k \neq 0)$	$3^{\frac{12}{5}} = 3^{\frac{12 \times 1}{5}} = 3^{\frac{12}{5}}$
$k^{\frac{n}{n}} \sqrt[k]{a^{kp}} = \sqrt[n]{a^p} \quad (k \neq 0)$	$2^{\frac{2}{2}} \sqrt[2]{4^{33}} = 2^1 \sqrt[2]{4^{1 \times 2} \times 4^{1 \times 32}} = \sqrt[2]{4^{33}} = (\sqrt{4})^{33} = 2^{33} = 8$
$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$	$\sqrt[5]{\sqrt{5}} = \sqrt[10]{5}, \quad \sqrt[3]{\sqrt[5]{5}} = \sqrt[15]{5}$
$\sqrt[p]{\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}}} = \sqrt[mnp]{a}$	$\sqrt[3]{\sqrt[5]{\sqrt[10]{1024^3}}} = \sqrt[3]{\sqrt[5]{(1024^3)^{\frac{1}{10}}}} = \sqrt[3]{\sqrt[5]{(2^{10})^{\frac{3}{10}}}} = \sqrt[3]{\sqrt[5]{2^3}} = \sqrt[15]{2^3} = 2$

همچنین تمامی روابطی که در پایه نهم برای ضرب و تقسیم ریشه دوم و سوم خواندیم، برای ریشه nام نیز صدق می کنند.

$$\sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} = \begin{cases} \sqrt[n]{ab} & a, b > 0 \text{ و } n \text{ زوج} \\ \sqrt[n]{ab} & a, b \text{ دلخواه و } n \text{ یک عدد طبیعی فرد} \end{cases}$$

**نکته:** برای هر عدد طبیعی  $n \geq 2$ ، توان  $\frac{1}{n}$  عدد مثبت  $a$  را اینگونه تعریف می کنیم؛

باید به این نکته توجه کرد که اگر  $a < 0$  باشد، توان  $\frac{1}{n}$  آن تعریف نمیشود. به عنوان مثال عبارتی مانند  $(-2)^{\frac{1}{3}}$  تعریف نمی شود.

برای اعداد طبیعی  $n$  و  $m$ ، توان کسری و غیر صحیح  $\frac{m}{n}$  عدد مثبت  $a$  را اینگونه تعریف می کنیم؛

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$	<b>اتحاد مزدوج :</b>	$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$	<b>اتحاد مربع دو جمله ای :</b>
$(a+x)(a+y) = a^2 + (x+y)a + xy$	<b>اتحاد جمله مشترک :</b>	$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$	<b>اتحاد مربع سه جمله ای :</b>
$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$	<b>اتحاد مکعب تفاضل :</b>	$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$	<b>اتحاد مکعب مجموع :</b>
$(a-b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$		$(a+b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$	<b>اتحاد مجموع و تفاضل مکعبات دو جمله :</b>

**نکته:** عبارت  $(x-1)(x+1)=x^2-1$  را در نظر بگیرید، هر یک از عبارت های  $(x-1)$  و  $(x+1)$  یک شمارنده  $x^2-1$  محسوب می شوند. همچنین  $x^2-1$  یک مضرب این دو عبارت محسوب می شود.

مضرب های هر عبارت جبری و یا یک چند جمله ای، از ضرب آن عبارت در عددهای صحیح و یا عبارت های جبری دیگر (و یا همزمان هر دو) به دست می آیند؛

**نکته:** یک عبارت گویا به ازای مقادیری از متغیر که مخرج آن را صفر می کند، تعریف نمی شود. به عنوان مثال عبارت  $\frac{x^2+3x}{x-2}$  به ازای  $x=2$  تعریف نمی شود چون مخرج آن صفر می شود.

برای گویا کردن مخرج های گنگ با توجه به صورت سوال صورت و مخرج عبارت را یا در مزدوج مخرج و یا در بخش دوم اتحاد مجموع و تفاضل مکعبات و یا ... ضرب می کنیم به گونه ای که عبارت های گنگ (رادیکالی) از مخرج حذف شوند.

اگر در مخرج یک عبارت دو جمله ای با ریشه دو داشتیم، صورت و مخرج را در مزدوج مخرج ضرب می کنیم.

اگر در مخرج یک عبارت دو جمله ای با ریشه سه داشتیم، صورت و مخرج را در بخش دوم اتحاد مجموع و تفاضل مکعبات ضرب می کنیم.

شکل کلی یک معادله درجه دوم به شکل  $ax^2 + bx + c = 0$  می باشد. در این معادله  $a \neq 0$  و  $a$  و  $b$  و  $c$  اعداد حقیقی هستند.

### روش های حل معادله درجه دوم:

- **تجزیه:** می دانیم تجزیه یک عبارت یعنی تبدیل کردن آن به حاصل ضرب حداقل ۲ عبارت است. سپس به کمک این نکته که اگر ضرب چند عبارت صفر باشد، حداقل یکی از آن ها صفر است، جواب های معادله را می یابیم.

- **ریشه گیری:** اگر  $a$  یک عدد حقیقی نامنفی (بزرگتر یا مساوی صفر) باشد، ریشه های معادله درجه دوم  $x^2=a$  عبارتند از:  $x = \sqrt{a}$  .  $x = -\sqrt{a}$

- **مربع کامل:** برای حل معادلات درجه دوم به این روش، در برخی معادلات به اضافه یا کم کردن یک مقدار مشخص به دو طرف معادله، یک طرف را به مربع کامل تبدیل می کنیم و سپس با تجزیه آن، ادامه حل را مانند روش ریشه گیری انجام می دهیم.

اگر یک معادله درجه دوم به فرم  $ax^2 + bx + c = 0$  داشته باشیم، می توان  $\Delta$  (دلتا) را به شکل زیر تعریف کرد و سپس به کمک آن جواب های معادله درجه دوم را پیدا کرد.

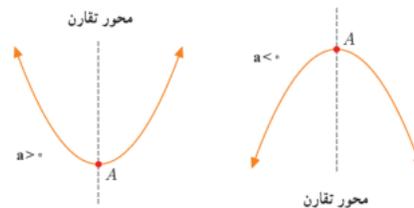
$$\Delta = b^2 - 4ac \quad \rightarrow \quad x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

اگر  $\Delta > 0$  باشد، معادله دو جواب دارد.  $\Delta = 0$  معادله یک ریشه مضاعف دارد و اگر  $\Delta < 0$  معادله جواب ندارد.

نمودار هر معادله به شکل  $y = ax^2 + bx + c$  را که در آن  $a$  و  $b$  و  $c$  اعداد حقیقی هستند و  $a \neq 0$ ، یک سهمی می گوییم که به یکی از دو شکل زیر است؛

**نکته:** در معادله یک سهمی، اگر ضریب  $x^2$  عددی مثبت باشد، دهانه سهمی روبه بالا و اگر عددی منفی باشد، دهانه سهمی رو به پایین می باشد.

**نکته:** میزان باز یا بسته بودن دهانه ی یک سهمی به ضریب  $x^2$  ( $a$ ) بستگی دارد. اگر  $a > 1$  باشد، دهانه سهمی بسته تر و اگر  $0 < a < 1$  باشد، دهانه سهمی بازتر می شود.



**نکته:** خط تقارن یک سهمی، عمود منصف خط واصل دو نقطه از سهمی است که ارتفاع (عرض) یکسان دارند.

**نکته:** برای سهمی به معادله  $y = ax^2 + bx + c$  داریم:  $x = -\frac{b}{2a}$  و معادله محور تقارن سهمی:  $x = -\frac{b}{2a}$  = راس سهمی

**نکته:** برای پیدا کردن محل برخورد سهمی با محور عرض ها،  $x$  را مساوی صفر قرار داده و  $y$  را پیدا می کنیم و برای پیدا کردن محل برخورد سهمی با محور طول ها،  $y$  را مساوی صفر قرار داده و  $x$  را پیدا می کنیم

**تعیین علامت چند جمله ای درجه اول:**

$x$	$x < -\frac{b}{a}$	$-\frac{b}{a}$	$x > -\frac{b}{a}$
$y = ax + b$	مخالف علامت $a$	◦	موافق علامت $a$

برای تعیین علامت یک چندجمله ای درجه اول به شکل  $y = ax + b$  از

جدول مقابل استفاده می کنیم.

برای تعیین علامت یک چندجمله ای درجه دوم به شکل  $P(x) = ax^2 + bx + c$ ، ابتدا ریشه های معادله  $P(x) = 0$  را به دست می آوریم  $(x_1, x_2)$ ، سپس طبق جدول زیر عمل می کنیم؛

$x$	$x_1$	$x_2$
$P(x)$	موافق علامت $a$	مخالف علامت $a$

(الف) اگر دو ریشه متمایز داشت:

$x$	$x_1$
$P(x)$	موافق علامت $a$

(ب) اگر یک ریشه مضاعف داشت:

$x$	برای هر $x \in \mathbb{R}$
$P(x)$	+

(ج) اگر ریشه نداشت:

**نامعادله درجه دوم:** نامعادله درجه دوم  $ax^2 + bx + c < 0$  را در نظر بگیرید. برای حل این نامعادله می توان به دو روش عمل کرد،

۱- تعیین علامت ۲- روش هندسی

**نکته:** برای حل به کمک هر کدام از روش ها لازم است همه ی عبارت ها را به یک طرف تساوی منتقل کنیم و طرف دیگر تساوی را برابر صفر قرار دهیم.

**نکته:** یک عبارت درجه دوم هموار مثبت است اگر:  $a > 0$  و  $\Delta < 0$  و همواره منفی است اگر:  $a < 0$  و  $\Delta < 0$

**نامعادلات قدرمطلق:** فرض کنیم  $a$  یک عدد حقیقی مثبت و  $u$  یک عبارت جبری باشد. در این صورت:

۱- اگر  $|u| \leq a$  سپس  $-a \leq u \leq a$

۲- اگر  $|u| \geq a$  سپس  $u \geq a$  یا  $u \leq -a$

**انتقال توابع:** اگر نمودار تابع  $f(x)$  را داشته باشیم،

- برای رسم نمودار  $f(x)+a$ ، نمودار  $f(x)$  را به اندازه  $a$  واحد به بالا منتقل می کنیم.
- برای رسم نمودار  $f(x)-a$ ، نمودار  $f(x)$  را به اندازه  $a$  واحد به پایین منتقل می کنیم.
- برای رسم نمودار  $f(x+a)$ ، نمودار  $f(x)$  را به اندازه  $a$  واحد به چپ منتقل می کنیم.
- برای رسم نمودار  $f(x-a)$ ، نمودار  $f(x)$  را به اندازه  $a$  واحد به راست منتقل می کنیم.

برای به دست آوردن تعداد شمارنده های یک عدد طبیعی، ابتدا لازم است عدد را به شمارنده های اول آن تجزیه کنیم؛

$$504 = 2^3 \times 3^2 \times 7$$

سپس توان های شمارنده های اول را با یک جمع می کنیم و در هم ضرب می کنیم .

برای به دست آوردن شمارنده های زوج، همه توان ها را با یک جمع می کنیم، به جز توان ۲!

**فاکتوریل:** اگر  $n$  یک عدد طبیعی باشد، حاصل ضرب اعداد طبیعی و متوالی از ۱ تا  $n$  را  $n!$  فاکتوریل می خوانیم و با نماد  $n!$  نشان می دهیم. مطابق این تعریف:

$$n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 2 \times 1$$

**نکته:** طبق قرار داد  $0! = 1$  می باشد.

$$n(n-1)(n-2) \dots (n-k) = \frac{n!}{(n-k)!} \quad \text{نکته: می توان ثابت کرد:}$$

طبق اصل ضرب تعداد جایگشت های  $n$  شیء متمایز در کنار هم برابر است با  $n!$ .

**نکته:** اگر  $n$  شیء داشته باشیم که  $n_1$  تا از آن ها از یک نوع،  $n_2$  تا از نوع دوم، ... و  $n_k$  تا از آن ها از نوع  $k$ ام باشند، تعداد جایگشت های آن ها کنار هم برابر است

$$\frac{n!}{n_1!n_2! \dots n_k!} \quad \text{با:}$$

**توتیپ:** اگر بخواهیم  $r$  شیء از بین  $n$  شیء متمایز انتخاب کنیم، به نحوی که هر انتخاب متمایز از دیگر انتخاب ها باشد (تکرار نداشته باشیم) طبق رابطه زیر عمل

$$p(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!} \quad n \geq r \quad \text{می کنیم؛}$$

به هر جایگشت  $r$  شیء از بین  $n$  شیء متمایز یک **توتیپ**  $r$  تایی از  $n$  شیء متمایز گفته می شود. تعداد ترتیب های  $r$  شیء از بین  $n$  شیء متمایز را با  $p(n, r)$  نمایش می دهند.

**توکمپ:** به هر انتخاب انتخاب  $r$  شیء از  $n$  شیء متمایز که ترتیب انتخاب شدن اشیا در آن اهمیتی نداشته باشد یا به عبارتی به هر زیر مجموعه  $r$  عضوی از یک مجموعه  $n$  عضوی، یک ترکیب  $r$  تایی از  $n$  شیء می گویند.

$$C(n, r) = \binom{n}{r} = \frac{n!}{r! \times (n-r)!} \quad (n \geq r) \quad \text{تعداد ترکیب های } r \text{ تایی از } n \text{ شیء متمایز را با } C(n, r) \text{ یا } \binom{n}{r} \text{ نمایش می دهند که برابر است با:}$$

**نکته:** اگر محل قرار گیری اعضا با ترتیب انتخاب آن ها مهم باشد، از ترتیب استفاده می کنیم، در غیر این صورت از ترکیب استفاده می شود.

**نکته:** با توجه به تعریف ترکیب می توان نشان داد:

$$\begin{aligned} \binom{n}{0} &= 1 \xrightarrow{\text{مثال}} \binom{10}{0} = 1 \\ \binom{n}{1} &= n \xrightarrow{\text{مثال}} \binom{10}{1} = 10 \\ \binom{n}{2} &= \frac{n(n-1)}{2} \xrightarrow{\text{مثال}} \binom{10}{2} = \frac{10 \times 9}{2} = 45 \\ \binom{n}{r} &= \binom{n}{n-r} \xrightarrow{\text{مثال}} \binom{10}{4} = \binom{10}{6} \end{aligned}$$

$$\binom{n-1}{r-1} + \binom{n-1}{r} = \binom{n}{r} \quad \text{رابطه پاسکال:}$$

**نکته:** طبق اصل ضرب تعداد زیر مجموعه های یک مجموعه  $n$  عضوی برابر است با  $2^n$ .

$$\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \dots + \binom{n}{n} = 2^n \quad \text{نکته:}$$

**قوانین دمورگان :** اگر A و B پیشامدهایی در فضای نمونه ای S باشند، داریم :

$$(A \cup B)' = A' \cap B'$$

$$(A \cap B)' = A' \cup B'$$

$$A - B = A \cap B'$$

**قانون تفاضل :** اگر A و B پیشامدهایی در فضای نمونه ای S باشند، داریم :

**نکته :** اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه ای S باشند و  $A \cap B = \emptyset$ ، آنگاه A و B را دو پیشامد **ناسازگار** می نامیم.

**احتمال رخداد یک پیشامد :** اگر S فضای نمونه ای یک آزمایش تصادفی باشد و A یک زیرمجموعه آن، به طوری که A یک پیشامد در فضای S باشد ،

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

احتمال رخداد پیشامد A عبارت است از :

**نکته :** برای هر پیشامد مانند A ، مقدار  $n(A)$  حداقل برابر صفر و حداکثر برابر یک است ، بنابراین احتمال رخ دادن یک پیشامد عددی بین صفر و یک است.

$$n(A') = n(S) - n(A)$$

**نکته :** اگر A و B پیشامدهایی در فضای نمونه ای S باشند، داریم :

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

**نکته :** اگر A و B پیشامدهایی در فضای نمونه ای S باشند ، داریم :

$$P(\emptyset) = 0$$

$$P(S) = 1$$

$$P(A) + P(A') = 1$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$$