



آزمون ۱۲ از ۱۲



شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان  
سازمان سنجش آموزش کشور

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.  
امام خمینی (ره)

ویژه پیاپی یازدهم

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی  
سنجش یازدهم - جامع نوبت دوم  
(۱۴۰۲/۰۲/۱۵)

ریاضی و فیزیک (یازدهم)

کارنامه آزمون، عصر روز برگزاری آن از طریق سایت اینترنتی زیر قابل مشاهده می‌باشد:

[www.sanjeshserv.ir](http://www.sanjeshserv.ir)

مدیران، مشاوران و دبیران محترم دبیرستان‌ها و مراکز آموزشی

به منظور فراهم نمودن زمینه ارتباط مستقیم مدیران، مشاوران و دبیران محترم دبیرستان‌ها و مراکز آموزشی همکار در امر آزمون‌های آزمایشی سنجش و بهره‌مندی از نظرات ارزشمند شما عزیزان در خصوص این آزمون‌ها، آدرس پست الکترونیکی [test@sanjeshserv.com](mailto:test@sanjeshserv.com) معرفی می‌گردد. از شما عزیزان دعوت می‌شود، دیدگاه‌های ارزشمند خود را از طریق آدرس فوق با مدیر تولیدات علمی و آموزشی این مجموعه در میان بگذارید.



کانال تلگرام آزمون‌های آزمایشی سنجش @sanjesheducationgroup

ریاضیات

۱. گزینه ۲ درست است.

$$P(A \cap B') = P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) \Rightarrow 0,2 = 0,6 - P(A \cap B) \Rightarrow P(A \cap B) = 0,4$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B) = 0,6 + 0,7 - 0,4 \rightarrow P(A \cup B) = 0,9$$

$$P(A' \cap B') = P((A \cup B)') = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0,9 = 0,1$$

۲. گزینه ۴ درست است.

$$[(B' \cap (A' \cup B')) \cap ((A \cap B)' \cap (A \cup B))]$$

قانون جذب = B'

قانون توزیع پذیری

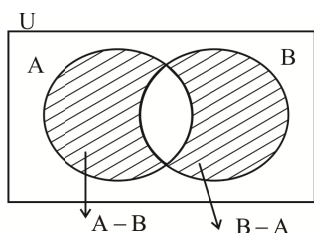
$$= B' \cap [((A \cap B)' \cap A) \cup ((A \cap B)' \cap B)]$$

$$= B' \cap [A - (A \cap B)] \cup [B - (A \cap B)]$$

$$= B' \cap [(A - B) \cup (B - A)]$$

$$= [(A - B) \cup (B - A)] - B = A - B \xrightarrow{\text{متمم}} (A \cap B)' = A' \cup B$$

مطابق نمودار ون



۳. گزینه ۳ درست است.

پیشامد بخش پذیر بر ۳  $A = 3$  و پیشامد بخش پذیر بر ۵  $B = 5$

$$P(A' \cap B') = 1 - P(A \cup B) = 1 - P(A) - P(B) + P(A \cap B)$$

$$P(A) = \frac{\binom{100}{3} - \binom{50}{3}}{50} = \frac{17}{50}, \quad P(B) = \frac{\binom{100}{5} - \binom{50}{5}}{50} = \frac{10}{50}, \quad P(A \cap B) = \frac{\binom{100}{3 \times 5} - \binom{50}{3 \times 5}}{50} = \frac{3}{50}$$

$$P(A' \cap B') = 1 - \frac{17}{50} - \frac{10}{50} + \frac{3}{50} = \frac{26}{50} = 0,52$$

۴. گزینه ۱ درست است.

$$\binom{6}{4} = 15 \text{ تایی برابر است با: } 15$$

تعداد کل نمونه‌های ۴ تایی برابر است با: ۱۵

$$\{1, 2, 3, 4\} \{0, 2, 3, 5\} \{0, 1, 4, 5\}$$

تعداد این نمونه‌ها ۳ و بنابراین احتمال مشاهده نمونه‌های ۴ عضوی با میانگین ۲/۵ برابر  $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{15}$  است.

۵. گزینه ۱ درست است.

چون  $(A \cap B) \subseteq A$  و  $(A \cap B) \subseteq B$  بنابراین مجموعه‌های  $A$  و  $B$  هر کدام به تنهایی حداقل به تعداد اعضای

$A \cap B$  عضو دارند:

$$n(A \times B) = 54 \Rightarrow n(A) \times n(B) = 54 \times 1 = 27 \times 2 = 18 \times 3 = 9 \times 6$$

تنها حالت قابل قبول آن است که یکی از دو مجموعه  $A$  و  $B$  دارای ۹ و دیگری دارای ۶ عضو باشد:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$n(A \cup B) = 9 + 6 - 4 = 11$$

۶. گزینه ۲ درست است.

$$P(A) = 1/5 P(A') \xrightarrow{P(A')=1-P(A)} P(A) = 1/5(1-P(A)) \rightarrow \boxed{P(A) = 0/6}$$

$$P(A - B) = 0/4 \rightarrow P(A) - P(A \cap B) = 0/4 \rightarrow 0/6 - P(A \cap B) = 0/4 \rightarrow \boxed{P(A \cap B) = 0/2}$$

$$\underbrace{P(A - B)}_{0/4} + P(B - A) = 0/7 \Rightarrow P(B - A) = 0/3 \rightarrow P(B) - \underbrace{P(A \cap B)}_{0/2} = 0/3 \rightarrow \boxed{P(B) = 0/5}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0/6 + 0/5 - 0/2 = 0/9 \Rightarrow 90\%$$

۷. گزینه ۴ درست است.

$$\sigma = 12 \times \frac{\sigma}{\bar{x}} \rightarrow \bar{x} = 12, \quad \bar{x} = \frac{\sum(f_i \times x_i)}{N}$$

$$12 = \frac{(4 \times 10) + (x \times 11) + (5 \times 12) + (10 \times 13) + (3 \times 14)}{4 + x + 5 + 10 + 3} \Rightarrow x = 8$$

چون تعداد کل داده‌ها برابر ۳۰ است، بنابراین:

$$Q_2 = \frac{x_{15} + x_{16}}{2} = \frac{12 + 12}{2} = 12$$

$$\left. \begin{array}{l} Q_1 = x_8 = 11 \\ Q_3 = x_{23} = 13 \end{array} \right\} \Rightarrow IQR = |Q_3 - Q_1| = 2$$

$$\frac{Q_2}{IQR} = \frac{12}{2} = 6$$

۸. گزینه ۳ درست است.

در ظرف  $A$  جدید  $\frac{5}{10}$  مهره‌های سفید مربوط به ظرف  $A$  قدیم است،  $\frac{2}{10}$  مهره‌های سفید مربوط به ظرف  $B$  و  $\frac{3}{10}$  مهره‌های سفید متعلق به جعبه  $C$  است، بنابراین:

$$P(\text{مهره سفید}) = \frac{5}{10} \times 1 + \frac{2}{10} \times 0 + \frac{3}{10} \times \frac{3}{5} = \frac{34}{50} = 0/68$$

۹. گزینه ۳ درست است.

می‌دانیم:  $p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$ ، بنابراین:

$$[p \wedge (q \vee \sim p)] \Rightarrow q \equiv [(p \wedge q) \vee \underbrace{(p \wedge \sim q)}_F] \Rightarrow q$$

$$\equiv [(p \wedge q) \vee F] \Rightarrow q \equiv (p \wedge q) \Rightarrow q \equiv (\sim(p \wedge q)) \vee q$$

$$\equiv (\sim p \vee \sim q) \vee q \equiv \sim p \vee \underbrace{(\sim q \vee q)}_T \equiv \sim p \vee T \equiv T$$

۱۰. گزینه ۱ درست است.

برای یک نمونه تصادفی به اندازه  $n$  و میانگین  $\bar{x}$  از جامعه‌ای با میانگین  $\mu$  و انحراف معیار  $\sigma$  با اطمینان بیش از ۹۵٪:

$$\underbrace{\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}}_{a=30 \text{ کران پایین}} \leq \mu \leq \underbrace{\bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}}_{b=? \text{ کران بالا}}$$

$$\bar{x} = \frac{1}{2}(a + b) \rightarrow 45 = \frac{1}{2}(30 + b) \rightarrow b = 60$$

$$b - a = \frac{4\sigma}{\sqrt{n}} \rightarrow 60 - 30 = \frac{4\sigma}{\sqrt{n}} \rightarrow \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 7.5$$

انحراف معیار جامعه  $\sigma$   $\rightarrow$  انحراف معیار میانگین  $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 7.5$

۱۱. گزینه ۴ درست است.

در روش سیستماتیک (سامانمند) گفته شده در سؤال در داخل هر گروه  $\frac{1189}{29} = 41$  عضو وجود دارد و چون ۱۲۸ به فرم عمومی  $41K + 5$  است، بنابراین سایر اعضای انتخاب شده هم به همین فرم باید مضرب ۴۱ به علاوه ۵ باشند. در بین گزینه‌ها فقط ۴۵۷ به صورت بالا نیست.

۱۲. گزینه ۴ درست است.

مضرب‌های ۳ در مجموعه A فقط دو عدد ۳ و ۶ هستند که آن‌ها را جداگانه در دو مجموعه  $\{3\}$  و  $\{6\}$  قرار می‌دهیم و به این ترتیب دوبخش افرازی ایجاد می‌شود که هر یک از اعداد ۱، ۲، ۴، ۵، ۷ می‌توانند در یکی از این دو بخش حضور داشته باشند، یعنی ۲ انتخاب برای هر یک از این ۵ عضو، بنابراین تعداد کل حالات افراز با این شرایط  $2^5 = 32$  حالت است.

۱۳. گزینه ۲ درست است.

$$P(x) + P(y) + P(z) + P(t) = 1$$

مطابق تعریف احتمال غیر هم شانس:

$$P(x), P(x) + \frac{1}{14}, P(x) + \frac{1}{7}, P(x) + \frac{3}{14}$$

دنباله حسابی مورد نظر:

$$4P(x) + \frac{3}{7} = 1 \rightarrow \boxed{P(x) = \frac{1}{7}}$$

$$P(\{x, t\}) = P(x) + P(t) = \frac{1}{7} + \left(\frac{1}{7} + \frac{3}{14}\right) = \frac{7}{14} = 0.5$$

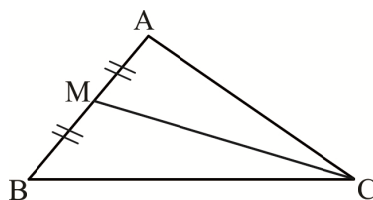
۱۴. گزینه ۱ درست است.

مطابق قضیه میانه‌ها:

$$AC^2 + BC^2 = 2CM^2 + \frac{1}{2}AB^2$$

$$6^2 + 8^2 = 2CM^2 + \frac{1}{2} \times 4^2$$

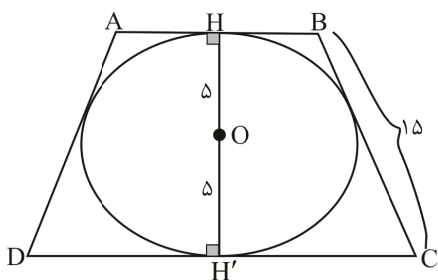
$$CM^2 = 46 \quad CM = \sqrt{46}$$



۱۵. گزینه ۴ درست است.

دورنقّه متساوی‌الساقین ABCD محیطی است. بنابراین:

$$\text{مجموع دو قاعده} = AB + CD = 15 + 15 = 30$$

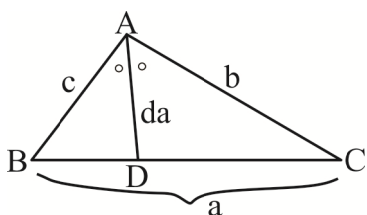


$$S_{\Delta} = \frac{1}{2}(AB + CD) \times \overline{HH'}$$

$$= \frac{1}{2}(30) \times 2(5) = 150$$

۱۶. گزینه ۲ درست است.

مطابق اثبات تمرین ۵ صفحه ۷۶ کتاب درسی هندسه ۲:



$$d_a = \frac{2bc \cos \frac{A}{2}}{b + c}$$

$$10 = \frac{2AC \times 14 \times \frac{1}{2}}{AC + 14}$$

$$\boxed{AC = 35}$$

۱۷. گزینه ۲ درست است.

مطابق شکل، فاصله مراکز دو دایره محاطی داخلی و خارجی در یک مثلث متساوی الاضلاع برابر مجموع شعاع‌های دو دایره محاطی داخلی و خارجی است:

$$OO' = r + r_{BC}$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$

$$OH \quad O'H$$

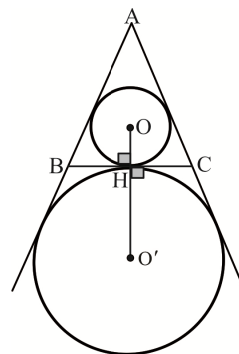
$$S_{\Delta} = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} (6)^2 = 9\sqrt{3}$$

$$P = \frac{3 \times 6}{2} = 9$$

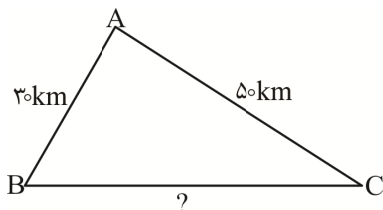
$$r = \frac{S}{P} = \frac{9\sqrt{3}}{9} = \sqrt{3}$$

$$r_{BC} = \frac{S}{P - BC} = \frac{9\sqrt{3}}{9 - 6} = 3\sqrt{3}$$

$$OO' = \sqrt{3} + 3\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$$



۱۸. گزینه ۴ درست است.



$$AB = 60 \frac{\text{km}}{h} \times 0.5h = 30 \text{ km}$$

$$AC = 100 \frac{\text{km}}{h} \times 0.5h = 50 \text{ km}$$

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos 120^\circ$$

مطابق قضیه کسینوس‌ها:

$$BC^2 = 900 + 2500 - 2 \times 30 \times 50 \left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$BC^2 = 4900 \rightarrow \boxed{BC = 70 \text{ km}}$$

۱۹. گزینه ۴ درست است.

مطابق اثبات تمرین ۵ صفحه ۲۹ کتاب هندسه ۲:

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c}$$

که در آن  $r_a$  و  $r_b$  و  $r_c$  شعاع‌های ۳ دایره محاطی خارجی مثلث و  $r$  شعاع دایره محاطی داخلی آن است:

$$r = 4, r_a = 12, r_b = 14 \rightarrow \frac{1}{4} = \frac{1}{12} + \frac{1}{14} + \frac{1}{r_c} \Rightarrow \boxed{r_c = 10\frac{1}{5}}$$

$$P = \frac{42}{2} = 21 \text{ نصف محیط مثلث}$$

$$r = \frac{S_{\Delta}}{P} \rightarrow 4 = \frac{S_{\Delta}}{21} \rightarrow S_{\Delta} = 84$$

$$r_a = \frac{s}{p-a} \rightarrow 12 = \frac{84}{21-a} \rightarrow \boxed{a = 14}$$

$$r_b = \frac{s}{p-b} \rightarrow 14 = \frac{84}{21-b} \rightarrow \boxed{b = 15}$$

$$r_c = \frac{s}{p-c} \rightarrow 10\frac{1}{5} = \frac{84}{21-c} \rightarrow \boxed{c = 13}$$

۲۰. گزینه ۳ درست است.

باتوجه به مسئله هم‌پیرامونی (هم‌محیطی) کافی است رأس  $B$  را نسبت به محور  $AC$  بازتاب دهیم. میزان افزایش مساحت

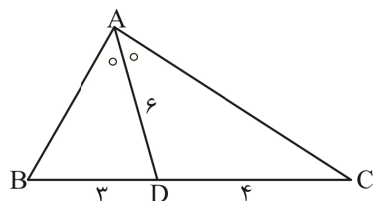
۲ برابر مساحت مثلث  $ABC$  است:

$$\Delta S = 2S_{\Delta ABC} = 2\left(\frac{1}{2} AB \times BC \times \sin 135^\circ\right)$$

$$= AB \times BC \times \sin 135^\circ$$

$$= 30 \times 40 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 1200 \text{ m}^2$$

۲۱. گزینه ۲ درست است.



$$AD^2 = AB \times AC - BD \times DC$$

$$36 = AB \times AC - 3 \times 4$$

$$\boxed{AB \times AC = 48} \quad (1)$$

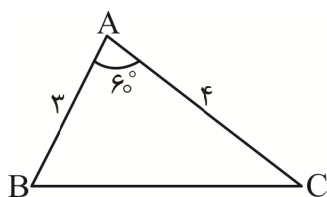
$$AD \text{ نیمساز} \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC} \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{3}{4} \quad (2)$$

$$(1) \text{ و } (2) \Rightarrow AB = 6, AC = 8$$

$$\Delta ABC \text{ محیط} = 6 + 7 + 8 = 21$$

۲۲. گزینه ۱ درست است.

قضیه کسینوس‌ها:



$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A$$

$$BC^2 = 9 + 16 - 2 \times 3 \times 4 \left(\frac{1}{2}\right)$$

$$BC = \sqrt{13}$$

قضیه سینوس‌ها:

$$\frac{BC}{\sin A} = 2R \rightarrow \frac{\sqrt{13}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 2R \rightarrow R = \sqrt{\frac{13}{3}}$$

شعاع دایره محیطی مثلث ABC

$$S = \pi R^2 = 3 \times \left(\sqrt{\frac{13}{3}}\right)^2 = 13$$

۲۳. گزینه ۲ درست است.

اعداد ۸, ۱۵, ۱۷ فیثاغورسی‌اند بنابراین، مثلث قائم‌الزاویه است:

$$S = \frac{8 \times 15}{2} = 60$$

$$P = \frac{8 + 15 + 17}{2} = 20$$

$$r = \frac{S}{P} = \frac{60}{20} = 3 \Rightarrow \text{محیط دایره محاطی داخلی مثلث} = 2\pi r = 2 \times 3 \times 3 = 18$$

$$R = \frac{S}{P - 17} = \frac{60}{20 - 17} = 20$$

$$\text{محیط دایره محاطی خارجی نظیر بزرگترین ضلع} = 2\pi R = 2 \times 3 \times 20 = 120$$

$$120 - 18 = 102 = \text{اختلاف مورد نظر سؤال}$$

۲۴. گزینه ۴ درست است.

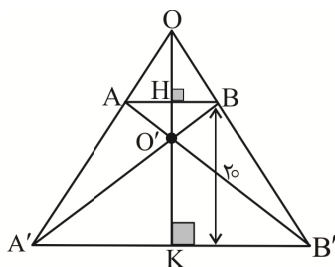
$$2P = 13 + 14 + 15 = 42 \rightarrow P = 21$$

$$S = \sqrt{21(21-13)(21-14)(21-15)} \Rightarrow S = 84$$

$$S' = K^2 \cdot S \rightarrow S' = \left(\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)^2 \times 84 = 112$$

۲۵. گزینه ۲ درست است.

بر اساس شکل زیر، نقطه O مرکز تجانس مستقیم و نقطه O' مرکز تجانس معکوس است. فاصله OO' جواب مسئله است:



$$\Delta OAB \sim \Delta O'A'B' : \frac{OH}{OK} = \frac{10}{15} \Rightarrow \frac{OH}{OH+20} = \frac{2}{3} \Rightarrow \boxed{OH = 40}$$

$$\Delta OAB \sim \Delta O'A'B' : \frac{O'H}{O'K} = \frac{AB}{A'B'} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{O'H}{20 - O'H} = \frac{2}{3} \Rightarrow \boxed{O'H = 8}$$

$$OO' = OH + O'H = 40 + 8 = 48$$

۲۶. گزینه ۱ درست است.

مطابق روابط طولی در دایره:  $CD \times CE = CB \times CA \xrightarrow{AB=BC} 2 \times 9 = AB \times 2AB \Rightarrow \boxed{AB = 3}$

$$MT^2 = MA \times MB$$

$$4 = MA \times (3 + MA)$$

$$MA^2 + 3MA - 4 = 0 \begin{cases} \rightarrow \boxed{MA = 1} \\ \rightarrow \text{غ ق ق ق } MA = -4 \end{cases}$$

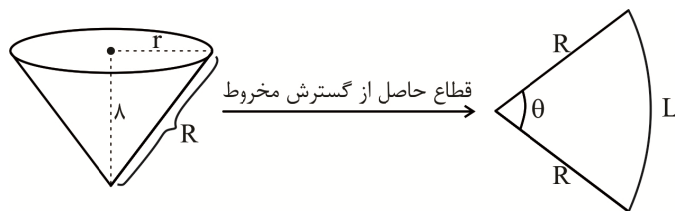
۲۷. گزینه ۲ درست است.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = 3 \\ 2x_1 - 3x_2 = 16 \end{cases} \Rightarrow x_1 = 5, x_2 = -2$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} \rightarrow 5 \times (-2) = \frac{-2m+1}{1} \rightarrow \boxed{m = \frac{11}{2}}$$

$$x_1^3 + x_2^3 + 3 \cdot m = 5^3 + (-2)^3 + 3 \cdot \left(\frac{11}{2}\right) = 282$$

۲۸. گزینه ۴ درست است.



$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot h \rightarrow 288 = \frac{1}{3} \times 3 \times r^2 \times h \rightarrow \boxed{r = 6}$$

$$r^2 + h^2 = R^2 \xrightarrow{r=6} 6^2 + h^2 = R^2 \rightarrow \boxed{R = 10}$$

$$L = 2\pi r = 2 \times 3 \times 6 = 36$$

$$\text{محیط قطاع} = 2R + L = (2 \times 10) + 36 = 56$$

$$L = R \cdot \theta \rightarrow 36 = 10 \times \theta \rightarrow \theta = 3.6$$

بر حسب رادیان

$$S = \frac{1}{2} R^2 \cdot \theta = \frac{1}{2} \times 100 \times 3.6 = 180$$

$$\text{اختلاف مورد نظر سؤال} = 180 - 56 = 124$$

۲۹. گزینه ۱ درست است.

$$f(1) = g(1) = 4 \rightarrow 4 = 2 + 2^{b-a} \rightarrow b - a = 1 \quad (1)$$

$$f^{-1}(10) = -1 \rightarrow f(-1) = 10 \rightarrow 10 = 2 + 2^{b+a} \rightarrow b + a = 3 \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow a = 1, b = 2 \Rightarrow \boxed{f(x) = 2 + 2^{x-1}}$$

$$f^{-1} \text{ محاسبه: } x = 2 + 2^{x-1} \rightarrow 2^{x-1} = x - 2 \xrightarrow[\text{لگاریتم}]{\text{از طرفین}} 2 - y = \log_2(x-2)$$



$$\rightarrow y = 2 - \log_3^{(x-2)} \rightarrow \boxed{f^{-1}(x) = 2 - \log_3^{(x-2)}} \Rightarrow x - 2 > 0 \Rightarrow \boxed{x > 2} \quad (3)$$

$$f^{-1}(x) + 2 \geq 0 \rightarrow 2 - \log_3^{(x-2)} + 2 \geq 0 \rightarrow \log_3^{(x-2)} \leq 4 \Rightarrow x - 2 \leq 3^4 \rightarrow \boxed{x \leq 18} \quad (4)$$

مجموعه جواب نامعادله شامل ۱۶ عدد طبیعی است.  $(3), (4) \Rightarrow 2 < x \leq 18$

۳۰. گزینه ۳ درست است.

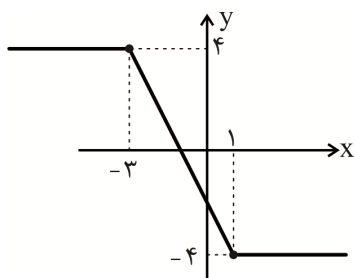
$$f^{-1}(x) = \frac{-x}{2} - 1, D_{f^{-1}} = [-4, 4] = R_f$$

می‌دانیم:

از طرفی چون نمودار  $f^{-1}$  یک خط و نزولی اکید است:

$$R_{f^{-1}} = D_f = [-3, 1]$$

بنابراین نمودار  $f$  به صورت زیر است. (نمودار آبخاری یا  $Z$  مانند)



$$\Rightarrow f(x) = |x - 1| - |x + 3|$$

$$\begin{array}{cc} \downarrow & \downarrow \\ m = -1 & n = 3 \end{array}$$

$$\underbrace{\hspace{10em}}_{\downarrow} = 3n - 2m = 11$$

عبارت مورد نظر سؤال =  $3n - 2m = 11$

۳۱. گزینه ۲ درست است.

$$x \rightarrow 3^+ : f(x) = \frac{3(x-3)}{\sqrt{2x+3} - x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{3(x-3)}{\sqrt{2x+3} - x} \times \frac{\sqrt{2x+3} + x}{\sqrt{2x+3} + x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{3(x-3) \times 6}{-(x-3)(x+1)} = -4/5 = R$$

$$x \rightarrow 3^- : f(x) = \frac{-2(x-3)}{\sqrt{2x+3} - x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{-2(x-3)}{\sqrt{2x+3} - x} \times \frac{\sqrt{2x+3} + x}{\sqrt{2x+3} + x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{-2(x-3) \times 6}{-(x-3)(x+1)} = 3 = L$$

$$L - 4R = 3 - 4(-4/5) = 21$$

۳۲. گزینه ۴ درست است.

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(\sqrt{x}-1)(2\sqrt{x}-1)}{a(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} = \frac{1}{2a}$$

$$f(1) = 2b - 1$$

از طرفی، اگر  $0 < x < 1$  باشد آنگاه  $\sqrt{x} > x$  و در نتیجه  $x - \sqrt{x} < 0$  است:

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^3 - 1}{x - \sqrt{x}} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(x-1)(x^2 + x + 1)}{-(x - \sqrt{x})} \times \frac{x + \sqrt{x}}{x + \sqrt{x}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{3(x-1) \times 2}{-x(x-1)} = -6$$

شرایط پیوستگی:  $\frac{1}{2a} = -6 = 2b - 1 \rightarrow a = \frac{-1}{12}, b = \frac{-5}{2}$

عبارت مورد نظر سؤال  $= 16(3a - b) = 16(-\frac{1}{4} + \frac{5}{2}) = 16(\frac{9}{4}) = 36$

۳۳. گزینه ۱ درست است.

ابتدا  $x - 2$  را به  $X$  تبدیل می‌کنیم (با جاگذاری  $x \rightarrow X + 2$ ):

$$(f^{-1} \circ g^{-1})(x) = \frac{4(x+2)+1}{2(x+2)-1} \Rightarrow (f^{-1} \circ g^{-1})(x) = \frac{4x+9}{2x+3}$$

از طرفی می‌دانیم  $f^{-1} \circ g^{-1} = (g \circ f)^{-1}$ ، بنابراین:

$$(g \circ f)^{-1}(x) = \frac{4x+9}{2x+3} \Rightarrow (g \circ f)(x) = \frac{9-3x}{2x-4}$$

نکته: وارون تابع هموگرافیک  $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$  با شرط  $ad \neq bc$  به صورت  $f^{-1}(x) = \frac{-dx+b}{cx-a}$  است.

$$g(f(x)) = \frac{9-3x}{2x-4} \Rightarrow g\left(\frac{x-1}{3x+4}\right) = \frac{9-3x}{2x-4}$$

$= -2$   
 $\swarrow$   
 $x = -1$

$$g(-2) = \frac{9-3(-1)}{2(-1)-4} = \frac{12}{-6} = -2$$

۳۴. گزینه ۲ درست است.

با مخرج مشترک گرفتن از طرف اول معادله شروع می‌کنیم:

$$\frac{\sqrt{x^2-2x} + \sqrt{x^2+2x} - \sqrt{x^2-2x} + \sqrt{x^2+2x}}{(\sqrt{x^2-2x} - \sqrt{x^2+2x})(\sqrt{x^2-2x} + \sqrt{x^2+2x})} = \frac{x+5}{\sqrt{x^2+2x}}$$

$$\frac{2\sqrt{x^2+2x}}{x^2-2x-x^2-2x} = \frac{x+5}{\sqrt{x^2+2x}}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{x^2+2x}}{-2x} = \frac{x+5}{\sqrt{x^2+2x}} \xrightarrow{\text{طرفین - وسطین}} x^2+2x = -2x^2-10x$$

$$\Rightarrow 3x^2 + 12x = 0 \begin{cases} \rightarrow x = 0 \text{ ق ق غ} \\ \rightarrow x = -4 \text{ ق ق} \end{cases}$$

۳۵. گزینه ۲ درست است.

$$(\Delta, \gamma) \in f \circ g \Rightarrow \begin{cases} f(g(\Delta)) = \gamma \\ f(m) = \gamma \end{cases} \rightarrow g(\Delta) = m \quad \boxed{4 = m} \quad (1)$$

$$(\delta, 3) \in \text{gof} \Rightarrow \begin{cases} g(f(\delta)) = 3 \\ g(\epsilon) = 3 \end{cases} \Rightarrow f(\delta) = \epsilon \quad \boxed{n = \delta} \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow m + n = 4 + \delta = 9$$

۳۶. گزینه ۱ درست است.

$$\max(f(x)) = 2 \rightarrow a = 2$$

$$\text{نقطه A} \Rightarrow x - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{\Delta\pi}{6} \Rightarrow A\left(\frac{\Delta\pi}{6}, 2\right)$$

$$\text{نقطه B} \Rightarrow x - \frac{\pi}{3} = 3\pi \Rightarrow x = \frac{10\pi}{3} \Rightarrow B\left(\frac{10\pi}{3}, 0\right)$$

$$m_{AB} \text{ شیب خط} = \frac{2-0}{\frac{\Delta\pi}{6} - \frac{10\pi}{3}} = \frac{-4}{\Delta\pi} \Rightarrow y - 0 = \frac{-4}{\Delta\pi} \left(x - \frac{10\pi}{3}\right)$$

$$\boxed{y = \frac{-4}{\Delta\pi}x + \frac{8}{3}}$$

$$\text{عرض از مبدأ} = \frac{8}{3}$$

۳۷. گزینه ۲ درست است.

$$1 - \cos \alpha = 3 \sin \alpha \rightarrow 2 \sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) = 3\left(2 \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right)$$

$$\xrightarrow{\alpha \neq 2k\pi} \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) = 3 \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) \rightarrow \boxed{\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) = 3}$$

$$1 + \tan^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{1}{\cos^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \rightarrow 1 + (3)^2 = \frac{1}{\cos^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)}$$

$$\cos^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{1}{10} \rightarrow \cos \alpha = 2 \cos^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) - 1 = 2\left(\frac{1}{10}\right) - 1 = \frac{-4}{5}$$

$$\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = 2\left(\frac{-4}{5}\right)^2 - 1 = \frac{7}{25}$$

$$\cos 4\alpha = 2 \cos^2(2\alpha) - 1 = 2\left(\frac{7}{25}\right)^2 - 1 = \frac{98}{625} - \frac{625}{625} = \frac{-527}{625} = -0,8432$$

$$\text{راه دوم: } 1 - \cos \alpha = 3 \sin \alpha \xrightarrow{\text{به توان دو}} 1 - 2 \cos \alpha + \cos^2 \alpha = 9 \sin^2 \alpha$$

$$\Rightarrow 1 - 2 \cos \alpha + \cos^2 \alpha = 9(1 - \cos^2 \alpha) \rightarrow 10 \cos^2 \alpha - 2 \cos \alpha - 8 = 0$$

$$\begin{cases} \cos \alpha = 1 \text{ غ ق} \\ \text{یا} \\ \cos \alpha = -\frac{4}{5} \text{ ق ق} \end{cases}$$

$$\cos 2\alpha = 2 \cos^2(\alpha) - 1 = 2\left(-\frac{4}{5}\right)^2 - 1 = \frac{32}{25} - \frac{25}{25} = \frac{7}{25}$$

$$\cos 4\alpha = 2 \cos^2(2\alpha) - 1 = 2\left(\frac{7}{25}\right)^2 - 1 = -\frac{11}{25}$$

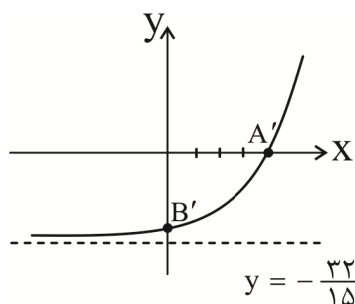
۳۸. گزینه ۱ درست است.

$$y = 2x + 4 \text{ نقاط برخورد خط با محورهای مختصات} \begin{cases} A(0, 4) \rightarrow 4 = \log_2^b \rightarrow b = 2^4 \rightarrow \boxed{b = 16} \\ B(-2, 0) \rightarrow 0 = \log_2(-2a + 16) \rightarrow -2a + 16 = 1 \rightarrow \boxed{a = \frac{15}{2}} \end{cases}$$

$$f(x) = \log_2^{\left(\frac{15}{2}x + 16\right)} \xrightarrow{\text{محاسبه } f^{-1}} x = \log_2^{\left(\frac{15}{2}x + 16\right)}$$

$$\rightarrow 2^x = \frac{15}{2}y + 16 \xrightarrow{\times 2} 2^{x+1} = 15y + 32 \rightarrow y = \frac{1}{15}(2^{x+1} - 32) \rightarrow \boxed{f^{-1}(x) = \frac{1}{15}(2^{x+1} - 32)}$$

نقاط شاخص نمودار  $A'(4, 0)$   $B'(0, -2)$



۳۹. گزینه ۲ درست است.

با یک دنباله حسابی سر و کار داریم که جمله اول آن  $a_1 = 5000$  و قدر نسبت آن  $d = 3000$  است:

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$$

$$\frac{n}{2}(2 \times 5000 + (n-1)3000) \geq 2 \times 10^9$$

$$\frac{n}{2}(7000 + 3000n) \geq 2 \times 10^9$$

$$\frac{n}{2}(7 + 3n) \geq 2 \times 10^6$$

$$n(3n + 7) \geq 4 \times 10^6$$

$$\boxed{n \geq 1154}$$

۴۰. گزینه ۴ درست است.

$$m = m_0 \left(1 - \frac{1}{25}\right)^{\frac{t}{15}} \rightarrow 6 = 480 \left(\frac{24}{25}\right)^{\frac{t}{15}}$$

جرم اولیه جرم باقیمانده

$$\frac{1}{80} = \left(\frac{24}{25}\right)^{\frac{t}{15}} \rightarrow \log \frac{1}{80} = \frac{t}{15} \times \log \frac{24}{25}$$

$$\frac{t}{15} = \frac{\log \frac{1}{80}}{\log \frac{24}{25}} \rightarrow \frac{t}{15} = \frac{\log 1 - \log 80}{\log 24 - \log 25} = \frac{-\log 10 \times 2^3}{\log 3 \times 2^3 - \log \frac{100}{4}}$$

$$\frac{t}{15} = \frac{-\log 10 - 3 \log 2}{\log 3 + 3 \log 2 - \log 100 + 2 \log 2} \Rightarrow \frac{t}{15} = \frac{-\log 10 - 3 \log 2}{\log 3 - \log 100 + 5 \log 2}$$

$$\frac{t}{15} = \frac{-1 - 3(0.3)}{0.48 - 2 + 5(0.3)} \rightarrow \frac{t}{15} = \frac{-1.9}{-0.02} \Rightarrow \boxed{t = 1425} \text{ روز}$$

### فیزیک (۲)

۴۱. گزینه ۲ درست است.

حالت اولیه:  $q$                        $q$                        $F_1 = 64N$   
 حالت جدید:  $q-x$                        $q+x$                        $F_2 = 64 - 49 = 15N$

$$\frac{15}{64} \leftarrow F = K \frac{q-x}{q} \cdot \frac{q+x}{q} \rightarrow \frac{q+x}{q}$$

$r^2 \rightarrow (r)^2$

$$\Rightarrow \frac{q^2 - x^2}{q^2} = \frac{15}{64} \Rightarrow 16q^2 - 16x^2 = 15q^2$$

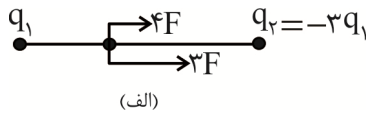
$$\Rightarrow x = \frac{1}{4}q \xrightarrow[\times 100]{\text{تبدیل به درصد}} x = 25\%q$$

۴۲. گزینه ۳ درست است.

ابتدا نیروی وارده از طرف  $q_2$  را برحسب نیروی وارده از طرف  $q_1$  بیان می‌کنیم:

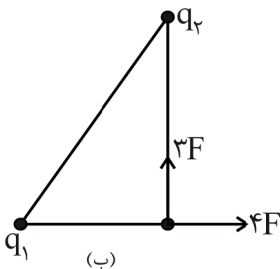
$$\frac{3}{4} \leftarrow F = K \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} \rightarrow \text{برابر } 3 \rightarrow \begin{cases} F_1 = 4F \\ F_2 = 3F \end{cases}$$

$r^2 \rightarrow (r)^2$



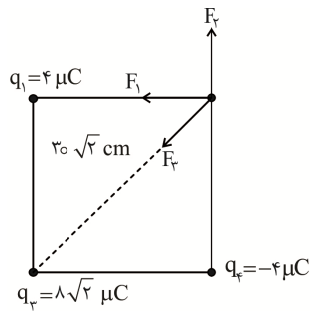
$$\Rightarrow \text{خالص } F_1 = 7F = 14 \Rightarrow \boxed{F = 2N}$$

$$\Rightarrow \text{خالص } F_2 = \sqrt{(3F)^2 + (4F)^2} \Rightarrow \text{خالص } F_2 = 5F \Rightarrow \text{خالص } F_2 = 5 \times 2 = 10N$$



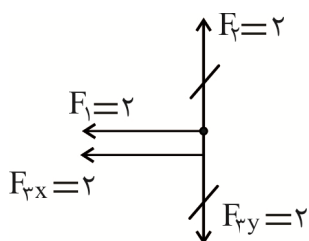
۴۳. گزینه ۱ درست است.

در مسائلی که بارها برحسب  $\mu C$  و فاصله‌ها برحسب  $cm$  است، می‌توان قانون کولن را به صورت  $F = 90 \frac{q_1 q_2}{r^2}$  نوشت.



$$F_1 = F_2 = 90 \times \frac{4 \times 5}{(30)^2} = 2 \text{ N}$$

$$F_3 = 90 \times \frac{8\sqrt{2} \times 5}{(30\sqrt{2})^2} = 2\sqrt{2} \text{ N}$$



نکته مفید در حل مسأله آن است که می‌توانیم نیروی مایل  $F_3$  را با دو نیروی هم‌اندازه  $2$  نیوتنی جایگزین کنیم:

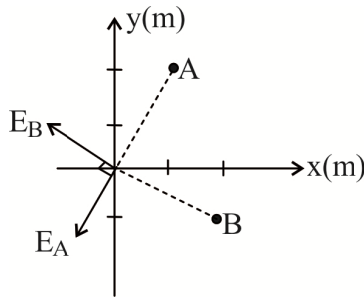
$$\Rightarrow F = 2 + 2 = 4 \text{ N}$$

$$F_3 \text{ با حذف: } F = 2\sqrt{2} \approx 2.8 \text{ N}$$

که به معنای  $1/2 \text{ N}$  کاهش نیروی خالص وارد بر  $q_4$  است.

۴۴. گزینه ۴ درست است.

فاصله هر دو بار تا مبدأ مختصات  $\sqrt{5} \text{ m}$  بوده و با کمی دقت متوجه می‌شوید زاویه بین میدان‌ها  $90^\circ$  است.



$$E_A = 9 \times 10^9 \times \frac{5 \times 10^{-9}}{(\sqrt{5})^2} \Rightarrow E_A = 9 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

$$E_B = 9 \times 10^9 \times \frac{10 \times 10^{-9}}{(\sqrt{5})^2} \Rightarrow E_B = 18 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

$$\text{خالص } E = \sqrt{9^2 + 18^2} = 9\sqrt{1+4} = 9\sqrt{5} \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

۴۵. گزینه ۳ درست است.

برای حداقل شدن میدان خالص در مبدأ مختصات، کافی است میدان خالص حاصل از بارهای  $q_1$  و  $q_2$  در مبدأ مختصات صفر شده و تنها میدان بار  $q_3$  باقی بماند. بارهای  $q_1$  و  $q_2$  همنام بوده و برای صفر شدن میدان خالص در مبدأ مختصات کافی است نسبت بارها، توان  $2$  نسبت فاصله‌ها باشد تا میدان الکتریکی آن‌ها در مبدأ مختصات هم‌اندازه گردد:

$$E = K \frac{q}{r^2} \leftarrow 1 \text{ برابر} \Rightarrow r_2 = 2r_1 \Rightarrow 12 = 2r_1 \Rightarrow r_1 = 6 \text{ m}$$

پس کافی است  $q_1$  را  $2 \text{ m}$  به مبدأ مختصات نزدیک کنیم.

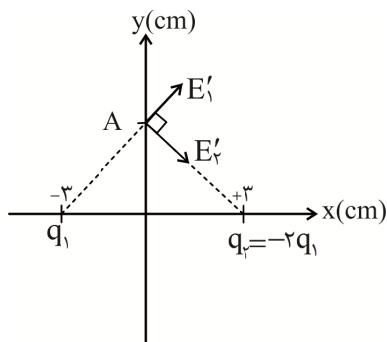
۴۶. گزینه ۳ درست است.

فاصله دو بار تا مبدأ مختصات یکسان بوده و لذا میدان حاصل از بار  $q_2$ ،  $2$  برابر میدان بار  $q_1$  است.

$$\text{مبدأ مختصات: } \begin{cases} E_1 = E \\ E_2 = 2E \end{cases} \Rightarrow \text{خالص } E = 3E = 6 \times 10^3 \Rightarrow E_1 = E = 2 \times 10^3 \frac{\text{N}}{\text{C}}, E_2 = 2E = 4 \times 10^3 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

فاصله دو بار تا نقطه  $A$ ،  $3\sqrt{2} \text{ cm}$  یعنی  $\sqrt{2}$  برابر بوده و لذا میدان الکتریکی

آن‌ها  $\frac{1}{2}$  برابر میدان آن‌ها در مبدأ مختصات است.



$$E_1' = \frac{1}{2} E_1 = 10^3 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

$$E_2' = \frac{1}{2} E_2 = 2 \times 10^3 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

$$E = \sqrt{(E'_1)^2 + (E'_2)^2} = 10^3 \sqrt{1+2^2} = \sqrt{5} \times 10^3 \frac{N}{C}$$

۴۷. گزینه ۱ درست است.

معلق بودن بار الکتریکی در حالت اولیه نشان می‌دهد نیروی الکتریکی وارد بر آن با وزن ذره برابر است، در حالت دوم فاصله ۲۵٪ افزایش می‌یابد:

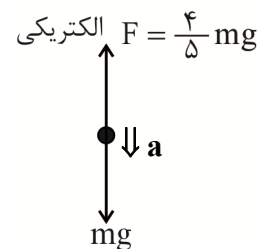
$$d_2 = d_1 + \frac{1}{4}d_1 = \frac{5}{4}d_1 \quad E = \frac{V}{d} \quad \begin{array}{l} \text{ثابت} \\ \nearrow \text{برابر } \frac{4}{5} \\ \searrow \text{برابر } \frac{5}{4} \end{array}$$

پس میدان الکتریکی و در نتیجه نیروی الکتریکی  $\frac{1}{5}$  کاهش یافته و به همین اندازه نیروی خالص ایجاد می‌شود:

$$F = mg \Rightarrow \text{خالص } F = 0, \quad a = 0$$

$$F = \frac{4}{5}mg$$

$$F = ma \Rightarrow mg - \frac{4}{5}mg = ma \Rightarrow a = \frac{1}{5}g = \frac{1}{5} \times 10 = 2 \frac{m}{s^2}$$



۴۸. گزینه ۲ درست است.

نیروهای وارد بر ذره را تعیین می‌کنیم:

$$\left. \begin{array}{l} F_E = Eq = 8 \times 10^2 \times 10 \times 10^{-6} = 8 \times 10^{-3} \text{ N} \\ W = mg = 2 \times 10^{-3} \times 10 = 20 \times 10^{-3} \text{ N} \end{array} \right\} \rightarrow \text{ذره رو به پایین حرکت می‌کند.}$$

بهتر است از قضیه کار و انرژی بهره بگیریم:

$$W_t = \left\{ \begin{array}{l} W_E + W_{mg} \\ K_f - K_i \end{array} \right\} \Rightarrow W_E + W_{mg} = K_f$$

$$8 \times 10^{-3} \times \frac{3}{4} \times \cos 180^\circ + 20 \times 10^{-3} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{2} \times 2 \times 10^{-3} \times v^2$$

$$-6 + 15 = v^2 \Rightarrow v^2 = 9 \Rightarrow v = 3 \frac{m}{s}$$

۴۹. گزینه ۴ درست است.

بار منفی تمایلی ندارد در جهت میدان الکتریکی حرکت کند و برای چنین حرکتی می‌بایست کار انجام شود که قطعاً به افزایش انرژی پتانسیل الکتریکی بار منجر شده و  $\Delta U$  ها مثبت هستند. از طرفی در بخش دوم جابه‌جایی، تراکم خطوط میدان بیشتر بوده و لذا کار انجام شده و تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی بیشتر است.

$$\Rightarrow \Delta U_1 < \Delta U_2$$

۵۰. گزینه ۱ درست است.

با ترکیب روابط خازن، رابطه جدیدی برای میدان الکتریکی قابل استخراج است.

$$E = \frac{V}{d} \quad \left. \begin{array}{l} v = \frac{q}{C} \\ C = \epsilon_0 \frac{A}{d} \end{array} \right\} \rightarrow E = \frac{q}{\epsilon_0 \cdot A} \Rightarrow A = \frac{q}{\epsilon_0 \cdot E} = \frac{72 \times 10^{-9}}{9 \times 10^{-12} \times 32 \times 10^3} = \frac{1}{4} m^2$$

$$\text{مربع } A = a^2 \Rightarrow a = \frac{1}{2}m = 50 \text{ cm}$$

۵۱. گزینه ۳ درست است.

کافی است تغییر انرژی خازن را محاسبه کنیم:

$$U_1 = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2} \times 100 \times 10^{-6} \times (20)^2 = 20 \text{ mJ}$$

با جدا شدن خازن از باتری، بار الکتریکی آن ثابت می‌ماند:

$$C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} \Rightarrow U = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} \rightarrow \text{ثابت}$$

$\frac{1}{3}$  برابر  $\frac{1}{3}$   $\rightarrow$   $\frac{1}{3}$  برابر  $\frac{1}{3}$

$$\Rightarrow U_2 = 3U_1 = 60 \text{ mJ} \Rightarrow W = \Delta U = 40 \text{ mJ}$$

۵۲. گزینه ۳ درست است.

با نصف کردن سیم، حجم آن نصف شده است. در ادامه طول سیم ۲ برابر طول اولیه شده که در این شرایط سطح مقطع سیم

$$V = A \times l \rightarrow \text{برابر } 2$$

$\frac{1}{4}$  برابر  $\frac{1}{4}$   $\rightarrow$   $\frac{1}{2}$  برابر  $\frac{1}{2}$

$$R = \rho \frac{l}{A} \Rightarrow R_2 = 8R_1$$

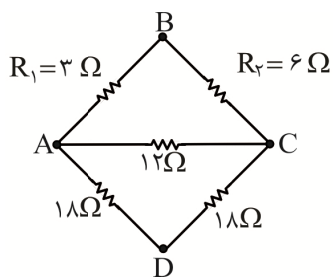
$$\Rightarrow R_2 = 80 \Omega$$

$$\Delta R = R_2 \cdot \alpha \cdot \Delta \theta = 80 \times 5 \times 10^{-3} \times 10^2 = 40 \Omega$$

$$R \text{ نهایی} = 80 + 40 = 120 \Omega$$

۵۳. گزینه ۱ درست است.

برای محاسبه مقاومت معادل در هر حالت، فرض کنید باتری را بین آن دو نقطه متصل کرده‌ایم.



$$R_{AC} = (3+6) \parallel (12) \parallel (18+18) \Rightarrow R_{AC} = 4/5 \Omega$$

$$R_{BC} = 6 \parallel \{3 + [12 \parallel (18+18)]\} = 4 \Omega \Rightarrow \Delta R = 0/5 \Omega$$

۵۴. گزینه ۲ درست است.

در واقع ولت‌سنج ولتاژ دو سر باتری ۲ را نشان می‌دهد:

$$V_2 = \epsilon_2 - r_2 I \Rightarrow 0 = \epsilon_2 - 2 \times I \Rightarrow I = \frac{\epsilon_2}{2}$$

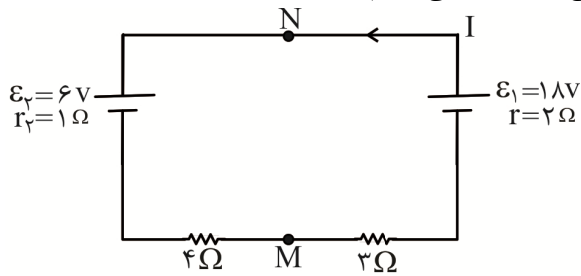
از طرفی می‌دانیم جریان کل از تقسیم ولتاژ کل به مقاومت کل نیز قابل محاسبه است:

$$I \text{ کل} = \frac{\epsilon_2}{2} = \frac{20 - 5 + \epsilon_2}{8} \Rightarrow 4\epsilon_2 = 15 + \epsilon_2 \Rightarrow 3\epsilon_2 = 15 \Rightarrow \epsilon_2 = 5 \text{ V}$$



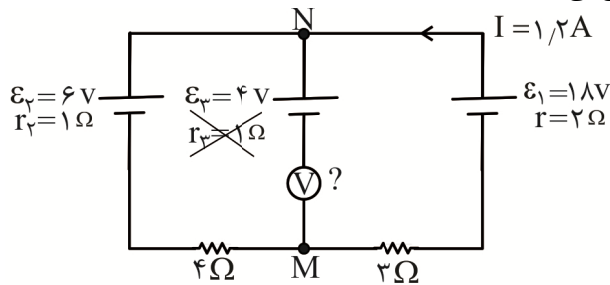
۵۵. گزینه ۳ درست است.

جریانی وارد شاخه میانی نشده و در تحلیل مدار اصلی، شاخه میانی را در نظر نمی‌گیریم:



$$I_{\text{کل}} = \frac{V_{\text{کل}}}{R_{\text{کل}}} = \frac{18 - 6}{10} = 1,2 \text{ A}$$

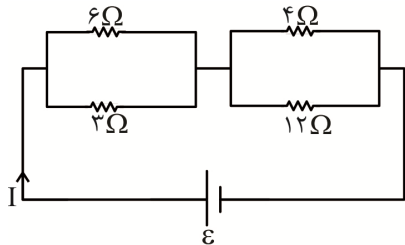
جریانی از شاخه میانی عبور نکرده و مقاومت درونی شاخه میانی بی‌تأثیر است.



$$V_N - V_M = \left\{ \begin{array}{l} \textcircled{V} + 4 \\ 18 - (2 + 3) \times 1,2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \textcircled{V} + 4 = 12 \\ \textcircled{V} = 8 \text{ V} \end{array} \right.$$

۵۶. گزینه ۴ درست است.

عدد آمپرسنج از تفاضل جریان شاخه  $(5 + 1 = 6\Omega)$  و  $3\Omega$  تعیین می‌شود.



$$I_{\text{کل}} = \frac{V_{\text{کل}}}{R_{\text{کل}}}$$

$$I_{\text{کل}} = \frac{\varepsilon}{2 + 3} = \frac{\varepsilon}{5}$$

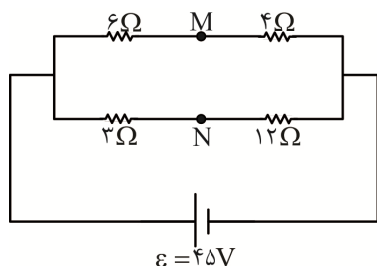
جریان کل به نسبت عکس مقاومت‌ها در هر شاخه موازی تقسیم می‌شود:

$$\left. \begin{array}{l} I_{6\Omega} = \frac{1}{3} \times I_{\text{کل}} \\ I_{3\Omega} = \frac{2}{3} \times I_{\text{کل}} \end{array} \right\} \Rightarrow \textcircled{A} = \frac{1}{3} I_{\text{کل}} = \frac{1}{3} \times \frac{\varepsilon}{5}$$

$$\text{فرض: } \textcircled{A} = 3 \text{ A} = \frac{\varepsilon}{15} \Rightarrow \varepsilon = 45 \text{ V}$$

در حالت دوم، از ولت‌سنج ایده‌آل جریانی عبور نکرده و لذا اتصال مقاومت‌ها همانند مدار زیر می‌شود:

نیروی محرکه باتری در هر شاخه به نسبت مقاومت‌ها بین آن‌ها تقسیم می‌شود:

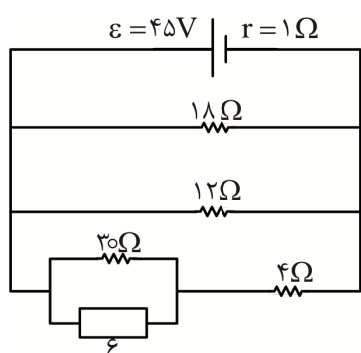


$$V_{6\Omega} = \frac{6}{6 + 4} \times 45 = 27 \text{ V}$$

$$V_{3\Omega} = \frac{3}{3 + 12} \times 45 = 9 \text{ V}$$

$$\textcircled{V} = |V_M - V_N| = 27 - 9 = 18 \text{ V}$$

۵۷. گزینه ۲ درست است.



دو سر مقاومت  $10\Omega$  با سیم به هم متصل بوده و لذا دو سر آن هم پتانسیل است و جریانی از آن عبور نکرده و قابل حذف است.

$$R = 18 \parallel 12 \parallel 9 = 4\Omega$$

$$I_{\text{کل}} = \frac{V_{\text{کل}}}{R_{\text{کل}}} = \frac{45}{4+1} = 9A$$

این جریان در اتصال موازی به نسبت عکس مقاومت‌ها تقسیم می‌شود:

کمترین سهم جریان به مقاومت  $18\Omega$  رسیده و سهم جریان مقاومت  $12\Omega$ ،  $1/5$  برابر آن و سهم جریان شاخه  $9\Omega$ ،  $2$  برابر آن است:

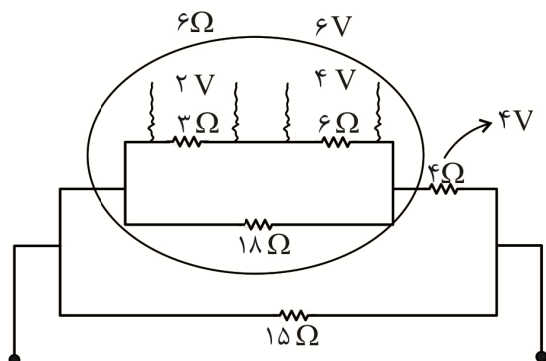
$$I_{9\Omega} = \frac{2}{1+1/5+2} \times 9 = 4A$$

در شاخه  $9\Omega$  این جریان به نسبت عکس مقاومت‌ها بین  $30\Omega$  (۱ سهم) و  $4\Omega$  (۵ سهم) تقسیم می‌شود:

$$I_{30\Omega} = \frac{1}{1+5} \times 4 = \frac{2}{3}A$$

۵۸. گزینه ۳ درست است.

مدار به صورت ساده شده زیر قابل رسم است:



در اتصال سری ولتاژ به نسبت مقاومت‌ها بین آن‌ها تقسیم می‌شود، پس وقتی سهم ولتاژ مقاومت  $3$  اهمی برابر  $2$  ولت باشد، سهم ولتاژ مقاومت  $6$  اهمی،  $2$  برابر آن یعنی  $4$  ولت است. پس در مجموع ولتاژ دو سر مجموعه موازی  $18$  اهمی و  $9$  اهمی که معادل  $6$  اهم است، برابر  $6$  ولت می‌شود. این قسمت مدار با مقاومت  $4$  اهمی سری بوده و لذا سهم ولتاژ مقاومت  $4$  اهمی،  $\frac{2}{3}$  سهم ولتاژ مجموعه  $6$  اهمی یعنی برابر  $4$  ولت می‌شود. پس کل ولتاژ شاخه بالایی برابر  $10$  ولت است که به دلیل ویژگی اتصال موازی، همین ولتاژ دو سر مقاومت  $15$  اهمی هم قرار می‌گیرد.

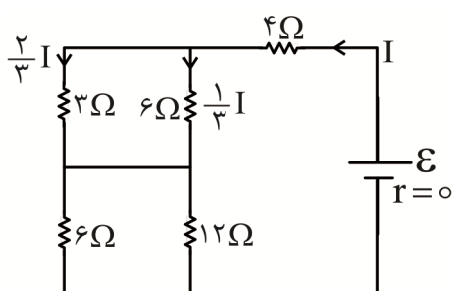
۵۹. گزینه ۴ درست است.

با افزایش نور تابیده شده به مقاومت LDR، مقاومت آن کاهش می‌یابد. این مقاومت با مقاومت  $R$  موازی بوده و مجموعه آن‌ها به باتری متصل هستند. با کاهش مقاومت LDR، مقاومت معادل اتصال موازی آن با مقاومت  $R$  کاهش می‌یابد. از آنجا که نیروی محرکه به نسبت مقاومت‌ها بین مقاومت درونی و مدار خارجی تقسیم می‌شود، با کاهش مقاومت خارجی متصل به باتری، سهم ولتاژ آن نیز کاهش یافته و ولت‌سنج عدد کوچک‌تری را نشان می‌دهد.

از طرفی همین ولتاژ کاهش یافته دو سر مقاومت  $R$  نیز قرار گرفته و عبور جریان کوچک‌تری را از آن موجب می‌گردد.

۶۰. گزینه ۴ درست است.

جریان کل در اتصال موازی مقاومت‌های  $3$  اهمی و  $6$  اهمی به نسبت عکس مقاومت‌ها بین آن‌ها تقسیم می‌شود:

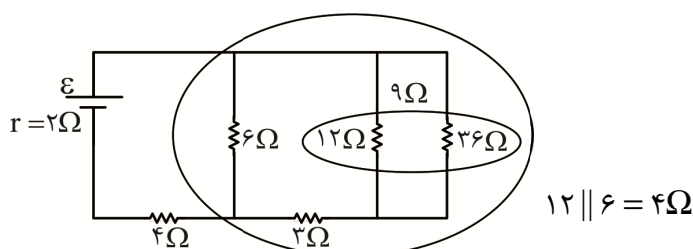


$$P_{4\Omega} = 4 \times I^2$$

$$P_{3\Omega} = 3 \times \left(\frac{2}{3}I\right)^2 = \frac{4}{3}I^2$$

$$\frac{P_{4\Omega}}{P_{3\Omega}} = \frac{\left(\frac{4}{1}\right)}{\left(\frac{4}{3}\right)} = 3$$

۶۱. گزینه ۱ درست است.



سهم ولتاژ مجموعه  $4\Omega$  و مقاومت  $4\Omega$  سری با آن برابر است ولی چون مقاومت  $4\Omega$  از مقاومت  $6\Omega$  کوچک تر است. طبق

رابطه  $P = \frac{V^2}{R}$ ، توان بیشتر به مقاومت  $4\Omega$  می رسد.

سهم ولتاژ مقاومت  $4$  اهمی برابر  $12$  ولت بوده و لذا جریان آن که همان جریان کل مدار است برابر  $3$  آمپر می شود (طبق قانون اهم). این جریان به نسبت عکس مقاومت ها بین مقاومت  $6$  اهمی (۲ سهم) و شاخه با مقاومت کل  $12$  اهم (۱ سهم) تقسیم می شود:

$$I_{3\Omega} = 12\Omega \text{ شاخه } I = \frac{1}{3} \times 3A = 1A$$

$$P = RI^2 = 3 \times (1)^2 = 3 \text{ w}$$

۶۲. گزینه ۳ درست است.

ثابت می شود اگر بین مقاومت های کل متصل به باتری در دو حالت و مقاومت درونی رابطه  $R_1 \cdot R_2 = r^2$  برقرار باشد، توان خروجی باتری ثابت می ماند:

$$\left. \begin{array}{l} \text{کلید باز} \Rightarrow R_1 = 2 + R \\ \text{کلید بسته} \Rightarrow R_2 = R \end{array} \right\} \Rightarrow R_1 \cdot R_2 = r^2 \Rightarrow (2 + R) \times 2 = 4^2 \Rightarrow 2 + R = 8 \Rightarrow R = 6\Omega$$

۶۳. گزینه ۱ درست است.

الف: نادرست است؛ زیرا در معرض میدان خارجی دو قطبی هایی در خلاف جهت میدان در آن ها ایجاد می شود.  
ب: نادرست است؛ زیرا قدرت مغناطیسی هر دو قطبی مغناطیسی در مواد فرو مغناطیس بیشتر است و به همین علت در آن ها حوزه های مغناطیسی تشکیل می شود.

پ: نادرست است؛ زیرا تنها از مواد فرو مغناطیس سخت در ساخت آهنرباهای دائمی استفاده می شود.

ت: درست است؛ زیرا همگی جزو مواد پارامغناطیس محسوب می شوند.

۶۴. گزینه ۱ درست است.

بار الکترون منفی است و می توان از دست چپ برای قاعده دست راست کمک گرفت. برای آنکه نیروی وارد بر ذره در جهت نشان داده شده باشد، باید میدان خالص در محل نقطه  $M$ ، درون سو باشد. چون میدان سیم حامل جریان  $I_1$  در محل آن برون سو است، باید جهت جریان  $I_2$  روبه بالا با اندازه ای بزرگ تر از  $I_1$  باشد تا میدان مغناطیسی خالص درون سو گردد.

۶۵. گزینه ۴ درست است.

$$\text{مساحت} = \pi r^2 \Rightarrow 3 \times r^2 = 48 \Rightarrow r = 4 \text{ cm}$$

$$B = \frac{\mu_0}{r} \times \frac{I}{r} \times N \Rightarrow 30 \times 10^{-4} = \frac{12 \times 10^{-7}}{2} \times \frac{1}{4 \times 10^{-2}} \times N$$

محاسبات  $\Rightarrow N = 2000$

۶۶. گزینه ۳ درست است.

با توجه به فرض تست مشخص است که هریک دور سیم، به اندازه قطر خود از طول سیموله را به خود اختصاص می دهد:

$$n = \frac{1}{\text{قطر}} = \frac{1}{4 \times 10^{-3}} = \frac{1000}{4} = 250$$

$$B = \mu_0 \cdot n \cdot I \Rightarrow 12 \times 10^{-4} = 4 \times 10^{-3} \times 250 \times I \Rightarrow 10^{-4} = 10^{-5} \times I \Rightarrow I = 2A$$

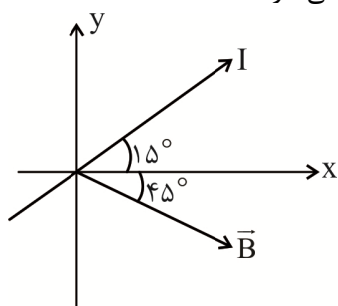
۶۷. گزینه ۱ درست است.

هر ذره به طرف نیرویی که به آن وارد می شود، منحرف می گردد. پس با توجه به جهت نیروی وارد بر هر ذره و قاعده دست راست، مشخص می شود که بار ذره ۱ مثبت، ذره ۲ خنثی و ذره های ۳ و ۴ دارای بار منفی هستند. از طرفی، توجه کنید میزان انحراف ذره ۴ از ذره ۳ بیشتر است که نشان می دهد بار ذره ۴ از ذره ۳ منفی تر (و از نظر جبری کوچک تر) است.

$$\left. \begin{array}{l} q_1 > 0 \\ q_2 = 0 \\ q_4 < q_3 < 0 \end{array} \right\} \Rightarrow q_1 > q_2 > q_3 > q_4$$

۶۸. گزینه ۴ درست است.

با کمی دقت مشخص است که میدان مغناطیسی با جهت مثبت محور X زاویه ۴۵ درجه می سازد.



$$\text{زاویه بین سیم و میدان} = 15^\circ + 45^\circ = 60^\circ$$

$$|B| = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2} \text{ T}$$

$$l = 50 \text{ cm} = \frac{1}{2} \text{ m}$$

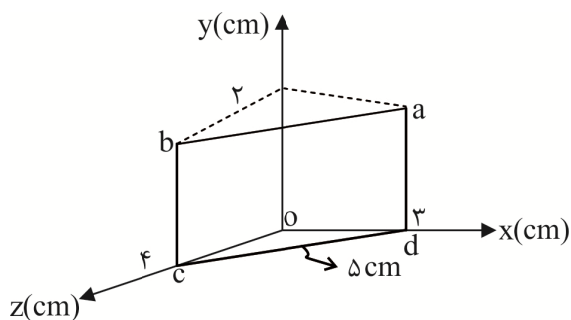
$$F = B \cdot I \cdot l \cdot \sin 60^\circ = 2\sqrt{2} \times 2 \times \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow F = \sqrt{6} \text{ N}$$

۶۹. گزینه ۳ درست است.

ابتدا مؤلفه های از مساحت قاب که در صفحه  $yoz$  است، به مساحت  $4 \times 2 = 8 \text{ cm}^2$  بر میدان مغناطیسی عمود است و در

حالت دوم، کل مساحت قاب یعنی  $2 \times 5 = 10 \text{ cm}^2$  بر میدان

مغناطیسی عمود است.



$$\Delta A = 10 - 8 = 2 \text{ cm}^2 = 2 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$\Delta \phi = B \times \Delta A = 5 \times 2 \times 10^{-4} = 10^{-3} \text{ wb}$$

$$|\bar{I}| = \frac{N}{R} \cdot \frac{\Delta \phi}{\Delta t} = \frac{1}{2.5} \times \frac{10^{-3}}{0.1} = 4 \times 10^{-3} \text{ A} \Rightarrow |\bar{I}| = 4 \text{ mA}$$

۷۰. گزینه ۳ درست است.

$$\left. \begin{array}{l} \alpha_1 = 0 \Rightarrow \cos \alpha_1 = +1 \\ \alpha_2 = 180^\circ \Rightarrow \cos \alpha_2 = -1 \end{array} \right\} \Rightarrow |\Delta \cos \alpha| = 2$$

$$\Delta \phi = B.A.\Delta \cos \alpha = 2 \times 10^{-4} \times 10 \times 10^{-4} \times 2 = 4 \times 10^{-6} \text{ wb}$$

$$|q| = \frac{N}{R} . \Delta \phi = \frac{20}{50} \times 4 \times 10^{-6} \Rightarrow |q| = 16 \times 10^{-6} \text{ C} = 16 \mu\text{C}$$

۷۱. گزینه ۴ درست است.

در شکل الف، جریان رو به پایین در حال کاهش است و لذا میدان برون سوی عبوری از حلقه ناشی از جریان سیم نیز کاهش می یابد. پس باید جریانی پادساعتگرد در حلقه القا شود تا میدان حاصل از آن درون حلقه همانند سیم برون سو گردیده تا طبق قانون لنز با تغییرات شار مغناطیسی یعنی کاهش آن مخالفت گردیده باشد.

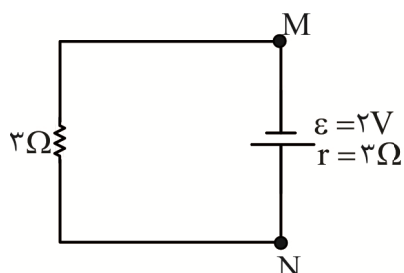
در شکل ب، میدان ناشی از جریان القایی با میدان حاصل از آهنربا هم جهت است و این نشان میدهد که آهنربا در حال دور شدن و میدان آن در محل حلقه رو به کاهش است تا طبق قانون لنز، میدان ناشی از جریان القایی می خواهد با تغییرات شار عبوری از حلقه یعنی کاهش آن مخالفت نماید.

۷۲. گزینه ۲ درست است.

$$\text{میله } \ell = 20 \text{ cm} = 0.2 \text{ m}$$

$$\text{در میله } \mathcal{E} = B.L.V = 0.5 \times 0.2 \times 20 = 2 \text{ V}$$

با حرکت میله به طرف راست، شار برون سوی عبوری از قاب افزایش می یابد و لذا باید جریان القایی روی میله رو به پایین باشد تا میدان حاصل از آن در محل قاب درون سو گردد و مطابق قانون لنز با تغییرات شار عبوری از قاب مخالفت گردد. لذا می توان مدار را همانند شکل زیر در نظر گرفت. توجه کنید میله را همانند باتری نگریسته و مقاومت میله همچون مقاومت داخلی باتری رفتار می کند:

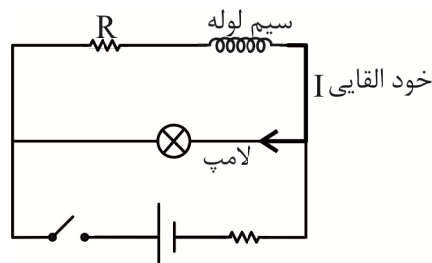


$$I = \frac{\text{کل } V}{\text{کل } R} = \frac{2}{2+3} = 0.4 \text{ A}$$

$$V_N > V_M$$

۷۳. گزینه ۴ درست است.

با باز شدن کلید، جریان عبوری و در نتیجه شار مغناطیسی عبوری از حلقه های سیملوله ناگهان به صفر رسیده و طبق قانون لنز، ولتاژ خودالقایی شدیدی دو سر سیملوله قرار می گیرد که باعث می شود جریانی از آن و در ادامه از لامپ عبور کند و برای لحظاتی لامپ به شدت پر نور می شود. ولی به تدریج و با از بین رفتن اثر خودالقایی، این جریان از بین رفته و نور لامپ کاهش یافته و نهایتاً خاموش می گردد.



۷۴. گزینه ۲ درست است.

از روش نسبت کمک می گیریم:

$$\text{فرض: } I_2 = I_1 - \frac{75}{100} I_1 = \frac{25}{100} I_1 = \frac{1}{4} I_1$$

$$U = \frac{1}{2} L I^2 \rightarrow \left(\frac{1}{4}\right)^2 \Rightarrow U_2 = \frac{1}{16} U_1$$

ثابت

$$\Rightarrow |\Delta U| = \frac{15}{16} U_1 = 150$$

$$\Rightarrow U_1 = 160 \mu\text{J}$$

$$U_1 = \frac{1}{2} L I_1^2 \Rightarrow 160 \times 10^{-6} = \frac{1}{2} \times 2 \times 10^{-3} \times I^2$$

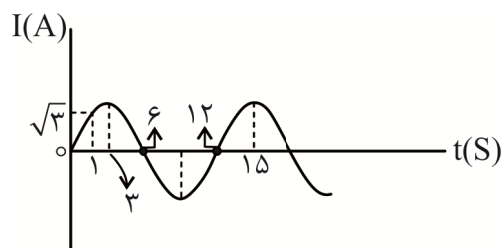
$$I^2 = 16 \times 10^{-2} \Rightarrow I = 0.4 \text{ A}$$

۷۵. گزینه ۲ درست است.

$$\text{شکل} \Rightarrow T + \frac{T}{4} = 15 \text{ s} \Rightarrow \frac{5T}{4} = 15 \Rightarrow T = 12 \text{ s}$$

$$I = I_{\max} \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} t\right) \Rightarrow \sqrt{3} = I_{\max} \times \sin\left(\frac{2\pi}{12} \times 1\right)$$

$$\Rightarrow \sqrt{3} = I_{\max} \times \underbrace{\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)}_{0.5} \Rightarrow I_{\max} = 2\sqrt{3} \text{ A}$$



$$V = R \cdot I \Rightarrow \varepsilon_{\max} = R \times I_{\max} = 2 \times 2\sqrt{3} = 4\sqrt{3} \text{ V}$$

### شیمی (۲)

۷۶. گزینه ۲ درست است.

شمار الکترون‌های ظرفیتی برخی عنصرهای واسطه بیشتر از ۷ است و در عنصرهای دسته S شبه‌فلز وجود ندارد و در دوره اول جدول نیز عنصر شبه‌فلز وجود ندارد.

۷۷. گزینه ۴ درست است.

در هالوژن‌ها با افزایش شعاع اتمی، فعالیت شیمیایی کاهش می‌یابد.

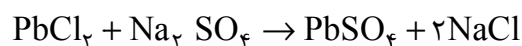
۷۸. گزینه ۳ درست است.

به جز عنصر با عدد اتمی ۲۸، سایر عنصرها آرایش الکترونی  $3d^{10}$  دارند.

۷۹. گزینه ۴ درست است.

یون Cr در  $\text{CrO}$  شامل ۴ الکترون در  $3d$  و  $\text{Fe}^{3+}$  شامل ۵ الکترون است.

۸۰. گزینه ۱ درست است.



۸۱. گزینه ۴ درست است.

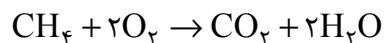
$\text{Ca}$  و  $\text{Zn}$ ،  $\text{Al}$ ،  $\text{Mg}$  فعال‌تر از آهن است.

۸۲. گزینه ۳ درست است.

این عنصر یک عنصر واسطه است و آرایش الکترونی آن به صورت  $[\text{Ar}] 3d^5 4s^1$  است.

۸۳. گزینه ۴ درست است.

۸۴. گزینه ۱ درست است.



$22.4\text{LCH}_4$	$44\text{gCO}_2$
$x$	$4.4\text{gCO}_2$

$$X = 2.24\text{L CH}_4$$

$$\text{درصد حجمی متان} = \frac{2.24\text{L}}{5\text{L}} \times 100 = 44.8\%$$

۸۵. گزینه ۳ درست است.

$$250\text{ mL} \times \frac{0.02\text{ mol Ag}}{1000\text{ mL}} \times \frac{108\text{ g Ag}}{1\text{ mol Ag}} = 0.54\text{ g Ag}$$

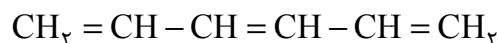
$$\text{بازده درصدی} = \frac{0.4\text{ g}}{0.54\text{ g}} \times 100 = 74\%$$

۸۶. گزینه ۲ درست است.

۸۷. گزینه ۲ درست است.

بوتان  $\text{C}_4\text{H}_{10}$  با جرم مولی  $58\text{ g}$ ، نیز گازی شکل است و هگزان فرارتر از اوکتان است.

۸۸. گزینه ۲ درست است.



۸۹. گزینه ۱ درست است.

$$Q = Q_{\text{روغن}} = Q_{\text{فلز}}$$

$$150 \times x \times (64.8 - 20) = 200 \times 2 \times (80 - 64.8)$$

$$x \approx 0.9$$

۹۰. گزینه ۴ درست است.

۹۱. گزینه ۲ درست است.

$$\text{ظرفیت گرمایی} = 4.2\text{ J.g}^{-1}.\text{K}^{-1} \times 15\text{ mol} \times \frac{18\text{ g}}{1\text{ mol}} = 1134\text{ J/k}$$

۹۲. گزینه ۳ درست است.

ابتدا، گرمای بدن صرف گرم کردن غذای خورده شده و سپس انرژی برای هضم این غذا مصرف می‌شود و سپس با سوزاندن آن انرژی در بدن آزاد می‌شود.

۹۳. گزینه ۱ درست است.

$$\Delta H = (\text{مجموع انرژی‌های پیوندهای جدید}) - (\text{مجموع انرژی پیوندهای شکسته شده})$$

$$\Delta H = (4 \times 413 + 514 + 2 \times 467) - (5 \times 413 + 347 + 358 + 467) = -137\text{ KJ}$$

۹۴. گزینه ۳ درست است.

شامل گروه کتون است.

۹۵. گزینه ۴ درست است.

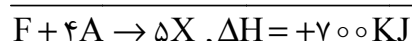
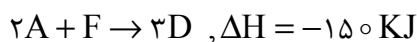
$$Q = mc\Delta\theta$$

$$Q = 1\text{Kg} \times 4,2\text{J.g}^{-1}.\text{K}^{-1} \times 40^\circ\text{C} = 168\text{KJ}$$

۱g جربی	۳۸KJ
x	۱۶۸KJ

$$X = 4,4$$

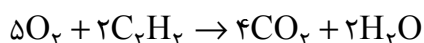
۹۶. گزینه ۱ درست است.



۹۷. گزینه ۲ درست است.

زیرا در متوسط سرعت مصرف و مقدار  $O_2$  آزاد شده در دقیقه اول، متفاوت خواهد بود.

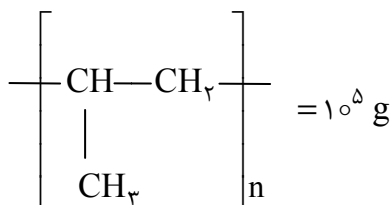
۹۸. گزینه ۱ درست است.



$2 \times 26\text{gC}_2\text{H}_2$	$5 \times 22,4\text{LO}_2$
$\frac{50\text{gC}_2\text{H}_2}{60\text{S}}$	x

$$X \approx 1,8\text{LS}^{-1}$$

۹۹. گزینه ۳ درست است.



$$n = \frac{10^5\text{g}}{42\text{g}} = 2381$$

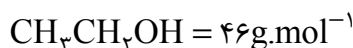
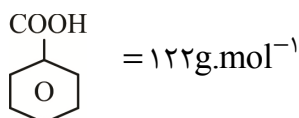
۱۰۰. گزینه ۲ درست است.

در ساختار پلی اتن، هر اتم کربن به طور معمول به دو اتم کربن دیگر متصل است و نایلون نام دیگر پلی اتن نیست.

۱۰۱. گزینه ۴ درست است.

پلی استرین فقط شامل C و H است.

۱۰۲. گزینه ۳ درست است.



$$122 - 46 = 76$$

۱۰۳. گزینه ۲ درست است.

ساده ترین اسید آلی، متانوئیک اسید است.



۱۰۴. گزینه ۳ درست است.

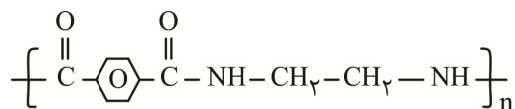
$$C_8H_{17}OH = 130 \text{ g.mol}^{-1}$$

۱۰۰g H <sub>2</sub> O	۰/۰۴۶
۱۰۰۰g H <sub>2</sub> O	x

X = ۰/۴۶g

$$\text{mol } C_8H_{17}OH = \frac{0.46 \text{ g}}{130 \text{ g.mol}^{-1}} \approx 3.5 \times 10^{-3}$$

۱۰۵. گزینه ۴ درست است.



که جرم مولی آن برابر ۱۹۰g است و پلی آمید است.

### زمین شناسی

۱۰۶. گزینه ۱ درست است.

در مرحله بسته شدن، ورقه اقیانوسی از حاشیه به زیر ورقه قاره‌ای مجاور خود فرو رانده می‌شود و با ادامه فرورانش، در نهایت اقیانوس بسته می‌شود.

۱۰۷. گزینه ۳ درست است.

در پایان دوران پالتوزویک (دوره پرمین)، موجودات سیاره زمین، دچار انقراض گروهی شدند.

۱۰۸. گزینه ۲ درست است.

ثانیه km

۱ ۳۰۰۰۰۰

۰/۲ x x = ۶۰۰۰۰km

پس ۱/۲ ثانیه نوری یعنی ۳۶۰۰۰۰ کیلومتر

۱۰۹. گزینه ۱ درست است.

با سرد شدن و تبلور یک ماگما، عناصر با چگالی زیاد مانند نیکل، کروم، پلاتین در بخش زیرین ماگما ته‌نشین می‌شوند.

۱۱۰. گزینه ۴ درست است.

مهاجرت ثانویه نفت در سنگ مخزن نفت‌گیرها ایجاد می‌شود.

۱۱۱. گزینه ۳ درست است.

میکاباها در گروه سیلیکات‌ها قرار دارند، پس دارای بنیان سیلیکاته هستند.

۱۱۲. گزینه ۱ درست است.

رس‌ها تخلخل زیادی دارند ولی قادر به عبور آب نیستند و نفوذپذیری ندارند.

۱۱۳. گزینه ۲ درست است.

شیل‌ها، سنگ‌های دگرگونی و آذرین، آبخوان خوبی تشکیل نمی‌دهند.

۱۱۴. گزینه ۴ درست است.

اگر تنش از نوع کششی باشد، تغییر شکل در سنگ، از نوع گسستگی خواهد بود.

۱۱۵. گزینه ۳ درست است.

مهم‌ترین عامل در تعیین نوع سد و محل احداث آن، شرایط زمین‌شناسی منطقه و مصالح مورد نیاز است.

۱۱۶. گزینه ۲ درست است.

مصرف کم روی، باعث کوتاهی قد و اختلال در سیستم ایمنی شده و از طرفی مصرف بیش از حد فلوئور، ایجاد لکه‌های دندانی می‌کند.

۱۱۷. گزینه ۱ درست است.

آزبست همان پنبه نسوز بوده و در تهیه لنت ترمز کاربرد فراوان دارد، اما کانی مسکوویت معروف به طلق نسوز است.

۱۱۸. گزینه ۴ درست است.

در شکل، موج  $R$  (ریلی) دیده می‌شود که مانند حرکت دریا ذرات را در یک مدار دایره‌ای به ارتعاش در می‌آورد.

۱۱۹. گزینه ۳ درست است.

یکی از پیش‌نشانگرهای لرزه، تغییرات گاز رادون در آب‌های زیرزمینی است.

۱۲۰. گزینه ۲ درست است.

تعیین سن سنگ‌های مناطق مختلف ایران نشان داده است که در مقایسه با سنگ‌های استرالیا، عربستان، سیبری، جوان‌تر است و حدود ۶۰۰ میلیون تا یک میلیارد سال سن دارند.

شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان  
سازمان سنجش آموزش کشور

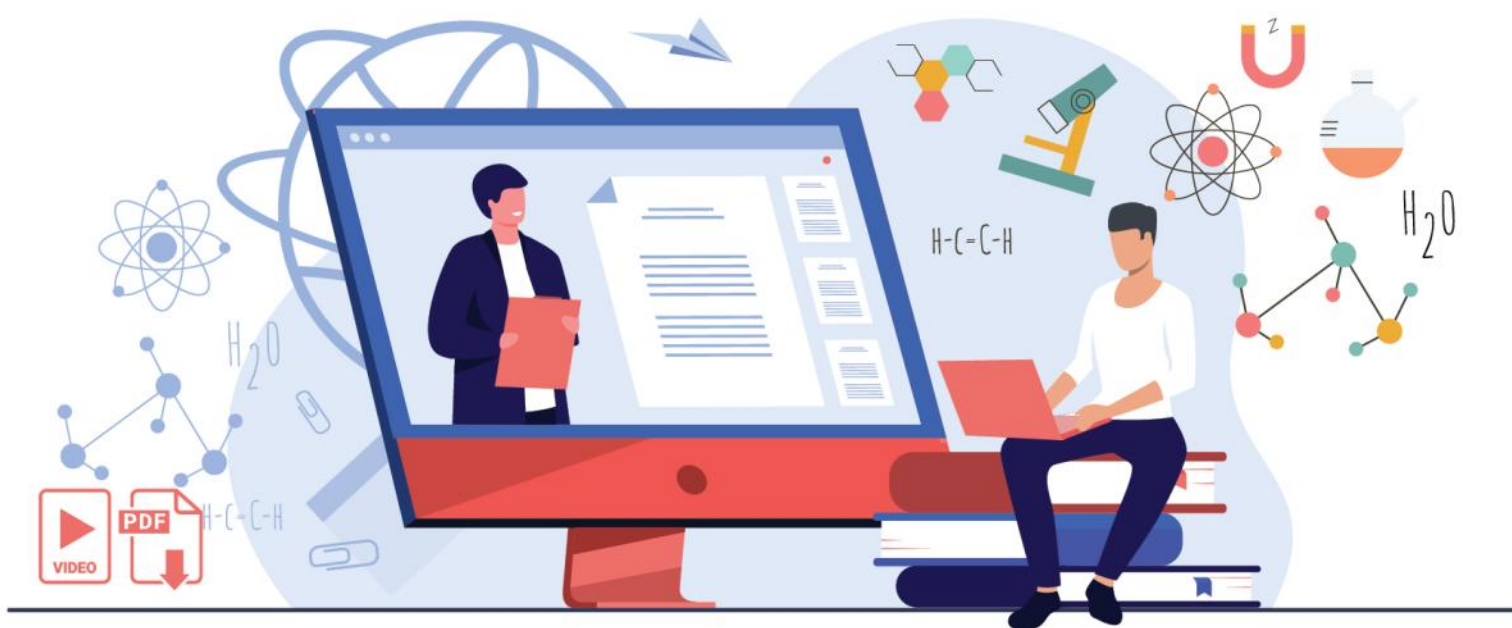


با سنجش آموز، درست پیاموز

آموزش مجازی

# سنجش آموز

ویژه پایه دهم، یازدهم، دوازدهم و داوطلبان کنکور ۱۴۰۲



🌐 sanjeshserv.ir | صدای داوطلب ۰۲۱۴۲۹۶۶

➔ sanjesheducationgroup | @sanjeshserv