



آزمـون ۱۱ از ۱۲



شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان
سازمان سنجش آموزش کشور

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.
امام خمینی (ره)

**پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی
سنجش یازدهم – جامع نوبت اول
(۱۴۰۲/۰۱/۲۵)**

ریاضی و فیزیک (یازدهم)

کارنامه آزمون، عصر روز برگزاری آن از طریق سایت اینترنتی زیر قابل مشاهده می‌باشد:

www.sanjeshserv.ir

مدیران، مشاوران و دبیران محترم دبیرستان‌ها و مراکز آموزشی

به منظور فراهم نمودن زمینه ارتباط مستقیم مدیران، مشاوران و دبیران محترم دبیرستان‌ها و مراکز آموزشی همکار در امر آزمون‌های آزمایشی سنجش و بهره‌مندی از نظرات ارزشمند شما عزیزان در خصوص این آزمون‌ها، آدرس پست الکترونیکی test@sanjeshserv.com معرفی می‌گردد. از شما عزیزان دعوت می‌شود، دیدگاه‌های ارزشمند خود را از طریق آدرس فوق با مدیر تولیدات علمی و آموزشی این مجموعه در میان بگذارید.



کانال تلگرام آزمون‌های آزمایشی سنجش @sanjesheducationgroup

ریاضیات

۱. گزینه ۲ درست است.

ابتدا داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم و داده‌های داخل جعبه (بین چارک اول = Q_1 و چارک سوم = Q_3) را مشخص می‌کنیم:

$$\underbrace{2, 2, 3, \boxed{4}, 7, 7, 8}, \underbrace{10, 11, 11, \boxed{12}, 15, 19, 20}$$

$$Q_1 = 4 \qquad Q_3 = 12$$

$$\text{میانگین کل داده‌ها} = Q_2 = \frac{8 + 10}{2} = 9$$

داده‌های داخل جعبه: ۷, ۷, ۸, ۱۰, ۱۱, ۱۱

$$\bar{x} = \frac{7+7+8+10+11+11}{6} = \frac{54}{6} = 9$$

$$\sigma^2 = \frac{2(7-9)^2 + (8-9)^2 + (10-9)^2 + 2(11-9)^2}{6} = 3$$

$$Q_3 \text{ با } \sigma^2 \text{ مقدار اختلاف} = 9 - 3 = 6$$

۲. گزینه ۴ درست است.

$$AB \text{ فرآوانی مطلق گروه خونی} = x \begin{cases} A \text{ فرآوانی مطلق گروه خونی} = 2x \\ B \text{ فرآوانی مطلق گروه خونی} = 3x \\ O \text{ فرآوانی مطلق گروه خونی} = 4x \end{cases}$$

$$\text{زاویه مربوط به گروه خونی B در نمودار دایره‌ای} = \frac{3x}{x+2x+3x+4x} \times 360^\circ = \frac{3}{10} \times 360 = 108^\circ$$

۳. گزینه ۳ درست است.

$$CV_1 = \frac{\sigma}{\bar{x}} \rightarrow 0,8 = \frac{\sigma}{\bar{x}} \rightarrow \sigma = 0,8\bar{x} \quad (1)$$

$$CV_2 = \frac{\sigma}{\bar{x} + 5} \rightarrow 0,75 = \frac{\sigma}{\bar{x} + 5} \rightarrow \sigma = 0,75\bar{x} + 3,75 \quad (2)$$

$$(1) \text{ و } (2) \Rightarrow 0,8\bar{x} = 0,75\bar{x} + 3,75 \rightarrow \boxed{\bar{x} = 75} \Rightarrow 0,8 = \frac{\sigma}{75}$$

میانگین داده‌های اولیه

$$\Rightarrow \sigma = 60 \rightarrow \sigma^2 = 3600$$

$$\text{نسبت خواسته شده در سؤال} = \frac{\sigma^2}{\bar{x}} = \frac{3600}{75} = 48$$

۴. گزینه ۱ درست است.

با توجه به توضیحات صفحه ۸۹ کتاب درسی آمار و احتمال، فقط مورد «ت» درست است. با وجود داده دورافتاده، «میان» معیار مناسبی برای شاخص گرایش به مرکز است؛ زیرا داده دورافتاده به شدت میانگین را غیرواقعی می‌کند. اگر داده دورافتاده بیشترین مقدار داده‌ها باشد باعث افزایش و در صورتی که کمترین داده موجود باشد باعث کاهش میانگین کل داده‌ها می‌شود. ضمناً چون انحراف معیار و واریانس وابسته به میانگین محاسبه می‌شوند، تحت تأثیر داده دورافتاده قرار می‌گیرند.

۵. گزینه ۲ درست است.

تعداد حالاتی که در ۵ بار پرتاب سکه، ۲ بار «رو» بیاید برابر $\binom{5}{2} = 10$ است که در ۴ حالت از آن‌ها به صورت:

(پ / پ / پ / ر / ر) (پ / پ / ر / ر / پ) (ر / ر / پ / پ / پ) (پ / پ / پ / پ / پ) حالت دو «رو» پشت سر هم هستند:

$$\text{احتمال مورد نظر} = \frac{10-4}{2^5} = \frac{6}{32} \times 100 = 18.75\%$$

۶. گزینه ۳ درست است.

$$P(A' | B) = \frac{P(A' \cap B)}{P(B)} = \frac{P(B - A)}{P(B)} = \frac{P(B) - P(A \cap B)}{P(B)} = 0.25$$

$$\Rightarrow \frac{0.36 - P(A \cap B)}{0.36} = 0.25 \rightarrow \boxed{P(A \cap B) = 0.27}$$

$$P(A | B') = \frac{P(A \cap B')}{P(B')} = \frac{P(A) - P(A \cap B)}{1 - P(B)} = \frac{0.59 - 0.27}{1 - 0.36} = \frac{0.32}{0.64} = 0.5$$

۷. گزینه ۴ درست است.

چون **A** و **B** دو پیشامد مستقل اند:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B) = \frac{2}{5} - P(A) \times P(B)$$

بنابراین کمترین مقدار $P(A \cup B)$ زمانی اتفاق می‌افتد که مقدار $P(A) \times P(B)$ بیشترین باشد و این حاصل ضرب زمانی بیشترین مقدار ممکن را دارد که $P(A) = P(B)$ باشد:

$$P(A) + P(B) = \frac{2}{5} \rightarrow P(A) = P(B) = \frac{1}{5}$$

$$\text{Min}(P(A \cup B)) = \frac{2}{5} - \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} = \frac{9}{25} = 0.36$$

۸. گزینه ۱ درست است.

اگر پیشامد **A** را زرد بودن روی مشاهده شده کارت و پیشامدهای **B** و **C** و **D** را به ترتیب انتخاب کارت دورو قرمز، انتخاب کارت دورو زرد و انتخاب کارت یکرو زرد و یکرو قرمز در نظر بگیریم، آنگاه طبق قاعده احتمال کل و قانون بی:

$$P(A) = P(B) \times P(A | B) + P(C) \times P(A | C) + P(D) \times P(A | D)$$

$$= \frac{3}{11} \times 0 + \frac{4}{11} \times 1 + \frac{4}{11} \times \frac{1}{2} = \frac{6}{11}$$

$$P(C | A) = \frac{P(C)}{P(A)} \times P(A | C) = \frac{\frac{4}{11}}{\frac{6}{11}} \times 1 = \frac{2}{3}$$

۹. گزینه ۳ درست است.

مطابق قانون احتمال کل:

$$P(\text{سالم}) = \frac{30}{100} \times \frac{99}{100} + \frac{45}{100} \times \frac{98}{100} + \frac{25}{100} \times \frac{96}{100} = 0,297 + 0,441 + 0,24 = 0,978 \rightarrow 97,8\%$$

۱۰. گزینه ۴ درست است.

اثبات گزینه ۱:

$$A \cap B = B \cup C \rightarrow B \cap (A \cap B) = B \cap (B \cup C) \rightarrow A \cap B = B \Rightarrow B \subseteq A$$

اثبات گزینه‌های ۲ و ۳:

$$A \cap B = B \cup C \rightarrow C \cap (A \cap B) = C \cap (B \cup C) \rightarrow C \cap (A \cap B) = C \rightarrow C \subseteq A \cap B \rightarrow \begin{cases} C \subseteq A \\ C \subseteq B \end{cases}$$

مثال نقض برای گزینه ۴ (گزینه نادرست):

$$A = \{1, 2\}, B = \{1, 2\}, C = \{1\}$$

$$A \cap B = B \cup C = \{1, 2\} \rightarrow B \not\subseteq C$$

۱۱. گزینه ۲ درست است.

$$\begin{aligned} |(A \times B) \cup (B \times A)| &= |A \times B| + |B \times A| - |(A \times B) \cap (B \times A)| \\ &= 7 \times 7 + 7 \times 7 - 3 \times 3 = 49 + 49 - 9 = 89 \end{aligned}$$

۱۲. گزینه ۱ درست است.

$$2^n - 1 - 1 = 30 \rightarrow 2^n = 32 \rightarrow n = 5$$

مجموعه تهی خود مجموعه

$$\text{تعداد افزای‌های فاقد مجموعه تک‌عضوی} = \binom{5}{2} \binom{3}{3} + \binom{5}{5} = 10 + 1 = 11$$

۱۳. گزینه ۳ درست است.

مطابق تمرین ۸ قسمت «چ» صفحه ۱۸ کتاب آمار و احتمال، می‌دانیم $p \Rightarrow (q \Rightarrow r) \equiv (p \wedge q) \Rightarrow r$ ، بنابراین وقتی ارزش این گزاره نادرست است که:

$$p \wedge q \equiv T \text{ و } r \equiv F \Rightarrow p \equiv q \equiv T$$

یعنی p و q همزمان هر دو درست و r نادرست است، بنابراین:

$$(\sim q \Leftrightarrow r) \Leftrightarrow \sim p \equiv (F \Leftrightarrow F) \Leftrightarrow F \equiv T \Leftrightarrow F \equiv F \rightarrow \text{گزینه ۳}$$

با توجه به شرایط مسئله (p و q درست و r نادرست، گزینه ۱ و ۲ و ۴ همگی درست هستند).

۱۴. گزینه ۴ درست است.

$$f(x) = -x^2 + 8x - 10 = -(x - 4)^2 + 6$$

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 4^+} [f(x)] &= 6 \\ \lim_{x \rightarrow 4^-} [f(x)] &= 6 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 4} [f(x)] = 6$$

$$\left[\lim_{x \rightarrow 4} f(x) \right] = [6] = 6$$

۱۵. گزینه ۳ درست است.

اگر مخرج $f(x)$ ریشه نداشته باشد، حد مخرج در هیچ نقطه‌ای صفر نمی‌شود و در نتیجه تابع $f(x)$ در تمام نقاط \mathbf{R} حد دارد:

$$\Delta < 0 \Rightarrow m^2 + 8m < 0 \Rightarrow -8 < m < 0$$

از طرفی اگر $m = 0$ باشد، آنگاه $f(x) = \frac{x^3 - 3x + 2}{-2}$ در تمام نقاط \mathbf{R} حد دارد. همچنین:

$$x^3 - 3x + 2 = x^3 - 1 - 3x + 3 = (x-1)(x^2 + x + 1) - 3(x-1)$$

$$= (x-1)(x^2 + x - 2) = (x-1)(x-1)(x+2) = (x-1)^2(x+2)$$

بنابراین اگر مخرج $f(x)$ به صورت $K(x-1)^2$ یا $K(x-1)(x+2)$ هم باشد، آنگاه f به یک تابع خطی تبدیل می‌شود که در تمام نقاط \mathbf{R} حد دارد:

$$K(x-1)^2 = Kx^2 - 2Kx + K = mx^2 + mx - 2 \quad \text{غ ق ق غ}$$

$$K(x-1)(x+2) = Kx^2 + Kx - 2K = mx^2 + mx - 2 \Rightarrow \boxed{m = K = 1}$$

در نتیجه $m \in (-8, 0] \cup \{1\}$ و m می‌تواند ۹ مقدار صحیح داشته باشد.

۱۶. گزینه ۴ درست است.

$$\sin 2\alpha \cdot \sin 2\beta = \sin[(\alpha + \beta) + (\alpha - \beta)] \cdot \sin[(\alpha + \beta) - (\alpha - \beta)]$$

$$= \sin^2(\alpha + \beta) - \sin^2(\alpha - \beta)$$

$$= \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{2}}{4}\right)^2 = \frac{1}{3} - \frac{1}{8} = \frac{5}{24}$$

نکته: $\sin(A+B) \cdot \sin(A-B) = \sin^2 A - \sin^2 B$ زیرا:

$$\sin(A+B) \cdot \sin(A-B) = (\sin A \cos B + \cos A \sin B)(\sin A \cos B - \cos A \sin B)$$

$$\stackrel{\text{اتحاد مزدوج}}{=} \sin^2 A \cos^2 B - \cos^2 A \sin^2 B$$

$$= \sin^2 A(1 - \sin^2 B) - (1 - \sin^2 A) \cdot \sin^2 B$$

$$= \sin^2 A - \cancel{\sin^2 A \cdot \sin^2 B} - \sin^2 B + \cancel{\sin^2 A \cdot \sin^2 B}$$

$$= \sin^2 A - \sin^2 B$$

۱۷. گزینه ۱ درست است.

$$\frac{\sin\left(\pi - \frac{\pi}{6}\right) - \sqrt{3} \cos\left(2\pi - \frac{\pi}{6}\right)}{\sqrt{3} \cos\left(2\pi - \frac{\pi}{3}\right) - \sin\left(\pi + \frac{\pi}{3}\right)} = \frac{\sin \frac{\pi}{6} - \sqrt{3} \cos \frac{\pi}{6}}{\sqrt{3} \cos \frac{\pi}{3} + \sin \frac{\pi}{3}}$$

$$= \frac{\frac{1}{2} - \sqrt{3} \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)}{\sqrt{3} \left(\frac{1}{2}\right) + \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{-1}{\sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \tan\left(\frac{11\pi}{6}\right) = \tan\left(2\pi - \frac{\pi}{6}\right) = -\tan \frac{\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

(پاسخ نهایی سایر گزینه‌ها، هیچکدام $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ نمی‌شود.)

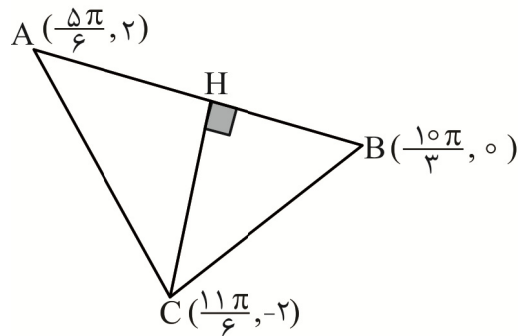
۱۸. گزینه ۴ درست است.

$$f(x) = 2 \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) \rightarrow m = 2 \rightarrow \text{ماکزیمم نمودار}$$

$$A: x_A - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} \rightarrow x_A = \frac{5\pi}{6} \rightarrow A\left(\frac{5\pi}{6}, 2\right)$$

$$B: x_B - \frac{\pi}{3} = 3\pi \rightarrow x_B = \frac{10\pi}{3} \rightarrow B\left(\frac{10\pi}{3}, 0\right)$$

$$C: x_C - \frac{\pi}{3} = \frac{3\pi}{2} \rightarrow x_C = \frac{11\pi}{6} \rightarrow C\left(\frac{11\pi}{6}, -2\right)$$



$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \left[x_A(y_B - y_C) + x_B(y_C - y_A) + x_C(y_A - y_B) \right]$$

$$= \frac{1}{2} \left[\frac{5\pi}{6}(0 + 2) + \frac{10\pi}{3}(-2 - 2) + \frac{11\pi}{6}(2 - 0) \right]$$

$$= \left| \frac{5\pi}{6} - \frac{20\pi}{3} + \frac{11\pi}{6} \right| = \left| -\frac{24\pi}{6} \right| = 4\pi$$

توجه: برای محاسبه مساحت می‌توانستید معادله خط **AB** را بنویسید و فاصله نقطه **C** تا خط **AB** (ارتفاع **CH**) را بیابید و

سپس طول پاره خط **AB** را حساب کرده و از فرمول عمومی $S_{\Delta ABC} = \frac{AB \times CH}{2}$ استفاده کنید که طولانی و وقت‌گیر است.

۱۹. گزینه ۲ درست است.

می‌دانیم $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$ و $\cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha$

$$\cos 2\left(\frac{\pi}{8} + x\right) = 1 - 2 \sin^2\left(\frac{\pi}{8} + x\right)$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{4} + 2x\right) = 1 - 2\left(\frac{2}{3}\right) \rightarrow \cos\left(\frac{\pi}{4} + 2x\right) = -\frac{1}{3}$$

$$\cos \frac{\pi}{4} \times \cos 2x - \sin \frac{\pi}{4} \cdot \sin 2x = -\frac{1}{3} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 2x - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 2x = -\frac{1}{3}$$

$$\cos 2x - \sin 2x = -\frac{\sqrt{2}}{3} \xrightarrow{\text{دو طرف به توان}} \rightarrow$$

$$\underbrace{\cos^2 2x + \sin^2 2x}_{=1} - \underbrace{2 \sin 2x \cos 2x}_{\sin 4x} = \frac{2}{9} \Rightarrow 1 - \sin 4x = \frac{2}{9}$$

$$\rightarrow \boxed{\sin 4x = \frac{7}{9}} \rightarrow \cos 8x = 1 - 2 \sin^2(4x)$$

$$\cos 8x = 1 - 2 \times \frac{49}{81}$$

$$\cos 8x = \frac{-17}{81}$$

۲۰. گزینه ۱ درست است.

مقدار ثابت a برابر ۲ است:

$$f(-1) = 0 \rightarrow 2 - b \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} = 0 \rightarrow b = \frac{1}{2}$$

$$f(x) = 2 - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} \rightarrow f(x) = 2 - \left(\frac{1}{2}\right)^x \xrightarrow{\text{ضابطه وارون}}$$

$$x = 2 - \left(\frac{1}{2}\right)^y \rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^y = 2 - x \rightarrow 2^{-y} = 2 - x$$

$$\log_2 2^{-y} = \log_2 (2-x) \rightarrow -y = \log_2 (2-x) \Rightarrow y = -\log_2 (2-x)$$

$$\Rightarrow y = \log_2 2^{-x} \rightarrow \boxed{f^{-1}(x) = \log_2 \left(\frac{1}{2-x}\right)} \xrightarrow{\text{مقایسه}} f^{-1}(x) = \log_2 \frac{mx+n}{px+q} \rightarrow m=0, n=1, p=-1, q=2, z=2$$

$$\Rightarrow m+n+p+q+z = 0+1+(-1)+2+2 = 4$$

۲۱. گزینه ۳ درست است.

با خروج معادله از حالت لگاریتمی:

$$4 + 4^x = 2^{(4+x)}$$

$$(2^x)^2 - 2^4 \times 2^x + 4 = 0 \xrightarrow{\text{با فرض } 2^x = t} t^2 - 16t + 4 = 0$$

این معادله دو ریشه t_1 و t_2 و هر دو مثبت دارد. $\Delta > 0$ و $S = 16 > 0$ و $P = 4 > 0 \Rightarrow$

اگر X_1 و X_2 جوابهای معادله اصلی (اولیه) باشند:

$$t_1 \cdot t_2 = 4 \rightarrow 2^{X_1} \times 2^{X_2} = 4 \rightarrow 2^{X_1+X_2} = 2^2 \rightarrow \boxed{X_1 + X_2 = 2}$$

۲۲. گزینه ۴ درست است.

در هر مرحله بدن بیمار ۱۰٪ دارو را از دست می‌دهد، پس در هر مرحله ۹۰٪ (معادل $\frac{9}{10}$) از آن باقی می‌ماند:

$$m(t) = m(0) \times \left(\frac{9}{10}\right)^{\frac{t}{30}}$$

$$8 = 24 \times \left(\frac{9}{10}\right)^{\frac{t}{30}}$$

$$\frac{1}{3} = \left(\frac{9}{10}\right)^{\frac{t}{30}} \rightarrow \log_{\frac{9}{10}} \frac{1}{3} = \log_{\frac{9}{10}} \left(\frac{9}{10}\right)^{\frac{t}{30}}$$

$$\frac{t}{30} = \log_{\frac{9}{10}} \frac{1}{3} \rightarrow t = 30 \cdot \log_{\frac{9}{10}} \frac{1}{3} = -30 \cdot \log_{\frac{9}{10}} 3 = \frac{-30}{\log_{\frac{9}{10}} 3}$$

$$\rightarrow t = \frac{-30}{\log_{\frac{9}{10}} 3 - \log_{\frac{9}{10}} 1} = \frac{-30}{\log_{\frac{9}{10}} 3 - \frac{1}{2} - \frac{1}{0.48}}$$

$$t = \frac{-30}{2 - \frac{100}{48}} = \frac{-30}{2 - \frac{25}{12}} = \frac{-30}{\frac{-1}{12}} = 360 \text{ روز}$$

۲۳. گزینه ۲ درست است.

$$f^{-1}(3) = K \rightarrow f(K) = 3 \rightarrow 3 = \frac{1}{3}(2K+1) \rightarrow K = 4 \rightarrow \boxed{f^{-1}(3) = 4}$$

$$g \circ f^{-1}(3) = g(f^{-1}(3)) = g(4) = 19 \quad (1)$$

$$g(4) = \alpha \rightarrow g^{-1}(\alpha) = 4 \rightarrow 4 = \sqrt{\alpha - 3} \rightarrow \alpha = 19 \Rightarrow \boxed{g(4) = 19}$$

$$\text{از طرف دیگر: } g(2) = \beta \rightarrow g^{-1}(\beta) = 2 \rightarrow 2 = \sqrt{\beta - 3} \rightarrow \beta = 7 \rightarrow \boxed{g(2) = 7}$$

$$f \circ g(2) = f(g(2)) = f(7) = \frac{1}{3}(2(7)+1) = 5 \quad (2)$$

$$\Rightarrow g \circ f^{-1}(3) + f \circ g(2) = 19 + 5 = 24 \quad (1) \text{ و } (2)$$

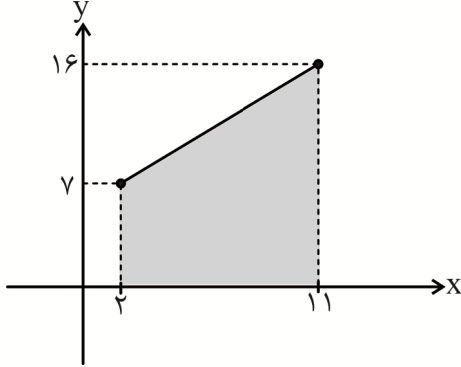
۲۴. گزینه ۲ درست است.

می دانیم:

$$(f^{-1} \circ f)(x) = x; x \in D_f$$

$$\begin{cases} x-2 \geq 0 \\ 3-\sqrt{x-2} \geq 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ \sqrt{x-2} \leq 3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x \leq 11 \end{cases} \rightarrow D_f = [2, 11]$$

$$y = x + 5; x \in [2, 11]$$

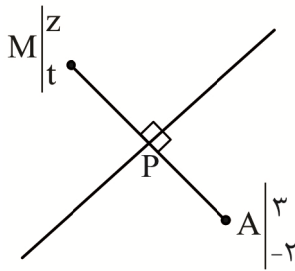


$$S \text{ دوزنقه} = \frac{(7+16) \times 9}{2} = 103.5$$

۲۵. گزینه ۱ درست است.

خط $3x - 4y = 12$ عمود منصف M و A است:

عکس و قرینه شیب خط مفروض = شیب پاره خط AM

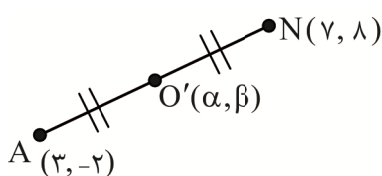


$$\frac{-2-t}{3-z} = \frac{-4}{3} \Rightarrow \boxed{3t + 4z = 6} \quad (1)$$

$$\text{AM وسط P} \begin{cases} \frac{z+3}{2} \\ \frac{t-2}{2} \end{cases} \xrightarrow{\text{صدق در } 3x-4y=12} 3\left(\frac{z+3}{2}\right) - 4\left(\frac{t-2}{2}\right) = 12 \rightarrow \boxed{3z - 4t = 7} \quad (2)$$

$$(1) \text{ و } (2) \begin{cases} 4z + 3t = 6 \\ 3z - 4t = 7 \end{cases} \rightarrow z = \frac{9}{5}, t = \frac{-2}{5} \Rightarrow M\left(\frac{9}{5}, \frac{-2}{5}\right)$$

بخش دوم سؤال:



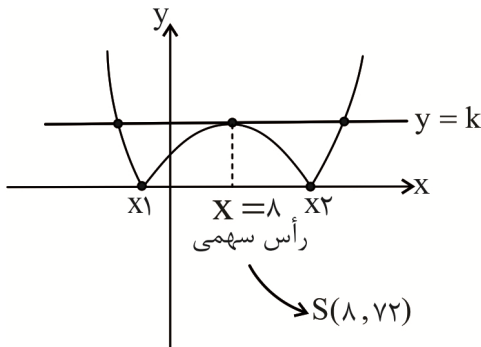
$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{7+3}{2} = \alpha \rightarrow \boxed{\alpha = 5} \\ \frac{1+(-2)}{2} = \beta \rightarrow \boxed{\beta = -\frac{1}{2}} \end{cases} \rightarrow O'(5, -\frac{1}{2})$$

$$O'M = \sqrt{\left(\frac{9}{5} - 5\right)^2 + \left(\frac{-2}{5} - \left(-\frac{1}{2}\right)\right)^2} = \sqrt{\frac{256}{25} + \frac{289}{25}} = \frac{\sqrt{545}}{5}$$

۲۶. گزینه ۴ درست است.

مطابق شکل زیر برای قدرمطلق سهمی (توجه کنید که $\Delta > 0$ و سهمی محور x ها را در ۲ نقطه قطع می کند و دهانه سهمی رو به بالاست).

شرط آنکه خط افقی $y = K$ نمودار $y = |x^2 - 16x - 8|$ را در ۳ نقطه قطع کند، الزاماً باید از نقطه رأس سهمی عبور کند:



بنابراین $|f(8)| = K$ است:

$$|8^2 - 16(8) - 8| = K \rightarrow \boxed{K = 72}$$

۲۷. گزینه ۳ درست است.

$$\frac{\sqrt{3+x} - \sqrt{3-x}}{\sqrt{3+x} + \sqrt{3-x}} = \frac{1}{2} \xrightarrow{\text{دو طرف به توان ۲}} \frac{3+x+3-x-2\sqrt{9-x^2}}{3+x+\sqrt{3-x}+\sqrt{3-x}} = \frac{1}{4} \rightarrow \frac{6-2\sqrt{9-x^2}}{6+2\sqrt{9-x^2}} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{3-\sqrt{9-x^2}}{3+\sqrt{9-x^2}} = \frac{1}{4} \rightarrow 12-4\sqrt{9-x^2} = 3+\sqrt{9-x^2}$$

$$9 = 5\sqrt{9-x^2} \xrightarrow{\text{دو طرف به توان ۲}} 81 = 25(9-x^2)$$

$$25x^2 = 144 \rightarrow 5x = \pm 12 \begin{cases} x = \frac{12}{5} = 2,4 \Rightarrow \boxed{\alpha = 2,4} \\ x = \frac{-12}{5} = -2,4 \text{ غ ق} \end{cases}$$

در معادله گویا، کافی است $x^2 + x = z$ فرض شود:

$$\frac{z}{z+4} + \frac{2}{z+1} = 1 \Rightarrow \frac{z^2 + z + 2z + 8}{(z+4)(z+1)} = 1 \Rightarrow z^2 + 3z + 8 = z^2 + 5z + 4 \rightarrow \boxed{z = 2}$$

$$\Rightarrow x^2 + x = 2 \rightarrow x^2 + x - 2 = 0 \begin{cases} \text{ریشه کوچک تر } x = -2 \\ x = 1 \end{cases} \Rightarrow \boxed{\beta = -2}$$

$$\alpha + \beta = 2,4 + (-2) = 0,4$$

۲۸. گزینه ۲ درست است.

$$۲, ۹, ۱۶, ۲۳, ۳۰, \boxed{۳۷}, ۴۴, \dots \rightarrow d_1 = ۷$$

$$۱۲, ۱۷, ۲۲, ۲۷, ۳۲, \boxed{۳۷}, ۴۲, \dots \rightarrow d_2 = ۵$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a_1 = ۳۷ \\ d = \underbrace{[۵, ۷]}_{\substack{\text{ک.م.م قدرنسبت‌ها} \\ \text{دنباله مشترک}}} = ۳۵ \end{array} \right. \xrightarrow{a_n = a_1 + (n-1)d} \boxed{a_n = ۳۵n + ۲}$$

جمله عمومی دنباله مشترک

$$۱۰۰ \leq a_n \leq ۹۹۹ \rightarrow ۱۰۰ \leq ۳۵n + ۲ \leq ۹۹۹$$

$$\rightarrow ۹۸ \leq ۳۵n \leq ۹۹۷ \rightarrow ۳ \leq n \leq ۲۸$$

$$n = (۲۸ - ۳) + ۱ = ۲۶$$

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$$

$$S_{۲۶} = \frac{۲۶}{2}(2(۳۷) + (۲۶-1) \times ۳۵)$$

$$S_{۲۶} = ۱۳(۹۴۹) = ۱۲۳۳۷$$

۲۹. گزینه ۱ درست است.

کمان متناظر با وتری که برابر شعاع دایره است همواره برابر ۶۰° است، یعنی $\widehat{CD} = ۶۰^\circ$

$$\left\{ \begin{array}{l} \widehat{B} = ۵۰^\circ = \frac{(۶۰ + \widehat{CE} + \widehat{EF}) - \widehat{DF}}{۲} \\ \widehat{A} = ۸۰^\circ = \frac{(۶۰ + \widehat{EF} + \widehat{DF}) - \widehat{CE}}{۲} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \widehat{CE} + \widehat{EF} - \widehat{DF} = ۴۰ \\ \widehat{EF} + \widehat{DF} - \widehat{CE} = ۱۰۰ \end{array} \right. \Rightarrow 2\widehat{EF} = ۱۴۰^\circ \quad \widehat{EF} = ۷۰^\circ$$

$$\widehat{EDF} = \frac{\widehat{EF}}{۲} = \frac{۷۰^\circ}{۲} = ۳۵^\circ$$

۳۰. گزینه ۱ درست است.

$$TT' = \sqrt{d^2 - (R - R')^2}$$

$$3\sqrt{7} = \sqrt{8^2 - (R - R')^2} \rightarrow R - R' = 1 \quad (۱)$$

$$MM' = \sqrt{d^2 - (R + R')^2}$$

$$\sqrt{15} = \sqrt{8^2 - (R + R')^2} \rightarrow R + R' = 7 \quad (۲)$$

$$(۱) \text{ و } (۲) \left\{ \begin{array}{l} R - R' = 1 \nearrow R = 4 \\ R + R' = 7 \searrow R' = 3 \end{array} \right.$$

$$S - S' = \pi R^2 - \pi R'^2 = \pi(4)^2 - \pi(3)^2 = 7\pi$$

۳۱. گزینه ۳ درست است.

$$10^2 + 24^2 = \text{مربع وتر} \rightarrow \boxed{26 = \text{وتر}}$$

حال اگر محیط مثلث را با $2P$ و مساحت آن را با S نمایش دهیم:

$$2P = 10 + 24 + 26 \rightarrow P = 30, S_{\Delta} = \frac{10 \times 24}{2} = 120$$

$$r = \frac{S}{P} = \frac{120}{30} = 4$$
 شعاع دایره محاطی داخلی

$$R = \frac{S}{P - a} = \frac{120}{30 - 26} = 30$$
 شعاع دایره محاطی خارجی نظیر بزرگ‌ترین ضلع مثلث (وتر)

$$\Delta S = \pi R^2 - \pi r^2 = \pi(30)^2 - \pi(4)^2 = 884\pi$$

$$\xrightarrow{\text{با فرض } \pi=3} \Delta S = 2652$$

۳۲. گزینه ۴ درست است.

دو زونقه در حالت کلی محاطی نیست مگر آنکه متساوی‌الساقین باشد. دوزونقه در حالت کلی محیطی هم نیست مگر آنکه نیمسازهای داخلی، هم‌رس باشند.

یک کایت در حالت کلی محاطی نیست مگر آنکه دو زاویه بال 90° داشته باشد.

یک کایت حتماً محیطی است؛ زیرا مجموع اضلاع مقابل با هم برابرند.

یک متوازی‌الاضلاع در حالت کلی نه محاطی و نه محیطی است.

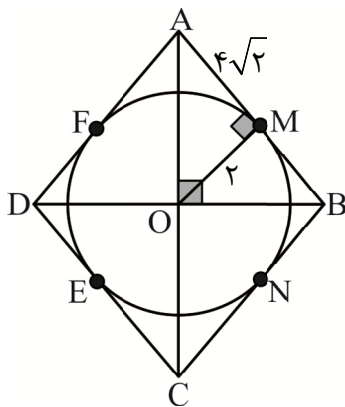
یک مستطیل همواره محاطی است اما محیطی نیست.

یک لوزی محاطی نیست اما همیشه محیطی است.

یک مربع هم محیطی و هم محاطی است. با توصیف بالا مقدار m برابر ۳ و n برابر ۳ است:

$$m^2 + n^2 = 3^2 + 3^2 = 18$$

۳۳. گزینه ۲ درست است.



$$2\pi(OM) = 4\pi \rightarrow \boxed{OM = 2}$$

$$OA^2 = OM^2 + AM^2$$

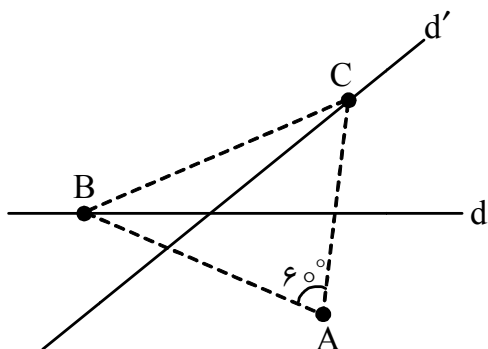
$$OA^2 = 4 + 32 = 36$$

$$OA = 6 \Rightarrow \boxed{AC = 12}$$
 قطر بزرگ لوزی

$$\triangle AOB \text{ تشابه } \triangle AOM: \frac{OM}{OB} = \frac{AM}{OA} \Rightarrow \frac{2}{OB} = \frac{4\sqrt{2}}{6} \rightarrow OB = \frac{3\sqrt{2}}{2} \rightarrow \boxed{BD = 3\sqrt{2}}$$
 قطر کوچک لوزی

$$S_{\text{لوزی}} = \frac{AC \times BD}{2} = \frac{12 \times 3\sqrt{2}}{2} = 18\sqrt{2}$$

۳۴. گزینه ۱ درست است.



$\triangle ABC \Rightarrow \widehat{A} = 6^\circ$ و $AB = AC$ متساوی الاضلاع
با دوران 6° حول مرکز A نقطه B به روی C تصویر می شود.
بنابراین با توجه به شکل با دوران 6° مسئله حل می شود.

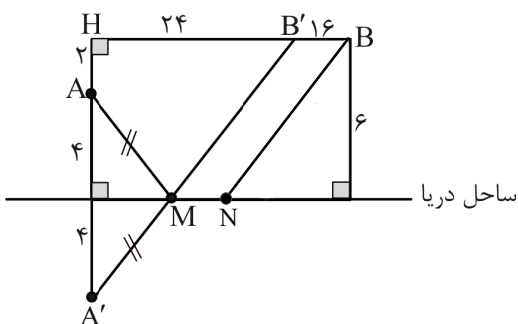
۳۵. گزینه ۳ درست است.

$$\left\{ \begin{aligned} \alpha &= \frac{\widehat{EF} - \widehat{AB}}{2} \rightarrow \alpha = \frac{122^\circ - 6^\circ}{2} \Rightarrow \boxed{\alpha = 31^\circ} \\ 180^\circ - \beta &= \frac{\widehat{EF} + \widehat{AB}}{2} \rightarrow 180^\circ - \beta = \frac{122^\circ + 6^\circ}{2} \rightarrow 180^\circ - \beta = 91 \rightarrow \boxed{\beta = 89^\circ} \end{aligned} \right.$$

$$2\beta - 3\alpha = 2(89^\circ) - 3(31^\circ) = 178^\circ - 93^\circ = 85^\circ$$

۳۶. گزینه ۲ درست است.

با استفاده از روش کوتاه ترین مسیر هرون:



$$\triangle A'HB': A'H^2 + HB'^2 = A'B'^2$$

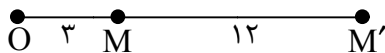
$$10^2 + 24^2 = A'B'^2 \rightarrow \boxed{A'B' = 26}$$

$$AMNB \text{ مسیر } = AM + BN + MN$$

$$= (A'M + MB') + MN = A'B' + MN = 26 + 16 = 42$$

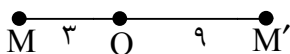
۳۷. گزینه ۱ درست است.

در تجانس سه نقطه O و M و M' روی یک خط راست هستند و $OM' = |K| \cdot OM$. ضمناً اگر K مثبت باشد، روی نیم خط OM و نقاط M و M' در یک طرف نقطه O قرار دارند:



$$OM' = K \cdot OM \Rightarrow 15 = K \times 3 \rightarrow \boxed{K = 5}$$

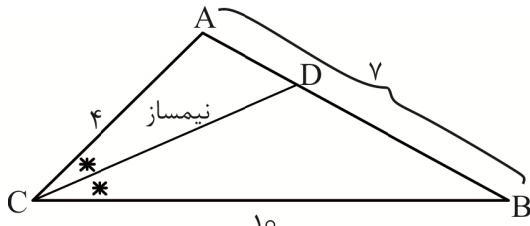
همچنین اگر K منفی باشد، نقطه O بین نقاط M و M' قرار می گیرد:



$$OM' = (-K) \times OM \Rightarrow 9 = -K \times 3 \rightarrow \boxed{K = -3}$$

اختلاف دو مقدار $K_1 = 5$ و $K_2 = -3$ برابر ۸ واحد است.

۳۸. گزینه ۴ درست است.



$$\frac{CA}{CB} = \frac{AD}{DB} = \frac{4}{10}$$

$$\frac{AD+DB}{DB} = \frac{4+10}{10}$$

$$\frac{AB}{DB} = \frac{14}{10}$$

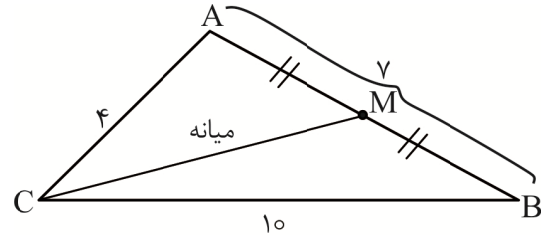
$$\frac{7}{DB} = \frac{14}{10}$$

$$\boxed{DB=5} \Rightarrow \boxed{AD=2}$$

$$CD^2 = AC \cdot BC - AD \cdot DB$$

$$CD^2 = 4 \times 10 - 2 \times 5 = 30 \quad \textcircled{1}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \Rightarrow CD^2 + 8CM^2 = 30 + 8\left(\frac{183}{4}\right) = 30 + 2(183) = 396$$

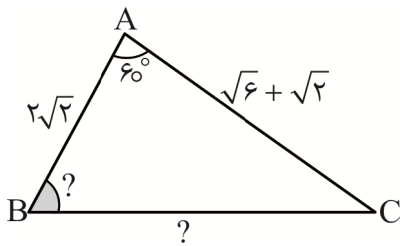


$$AC^2 + BC^2 = 2CM^2 + \frac{1}{2}AB^2$$

$$4^2 + 10^2 = 2CM^2 + \frac{1}{2} \times 49$$

$$\boxed{CM^2 = \frac{183}{4}} \quad \textcircled{2}$$

۳۹. گزینه ۲ درست است.



مطابق قضیه کسینوسها: $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \times AC \times \cos \hat{A}$

$$BC^2 = (2\sqrt{2})^2 + (\sqrt{6} + \sqrt{2})^2 - 2(2\sqrt{2})(\sqrt{6} + \sqrt{2}) \times \frac{1}{2}$$

$$BC^2 = 12 \rightarrow \boxed{BC = 2\sqrt{3}}$$

مطابق قضیه سینوسها: $\frac{c}{\sin C} = \frac{a}{\sin A} \rightarrow \frac{2\sqrt{2}}{\sin C} = \frac{2\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$

$$\sin \hat{C} = \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow \hat{C} = 45^\circ, \hat{B} = 75^\circ (\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ)$$

۴۰. گزینه ۱ درست است.

مطابق قضیه استوارت:

$$AB^2 \cdot MC + AC^2 \cdot BM = AM^2 \cdot BC + BM \cdot MC \cdot BC$$

$$81 \times 8 + x^2 \times 4 = 49 \times 12 + 4 \times 8 \times 12 \rightarrow \boxed{x = 9}$$

$$\Delta ABC \text{ محیط} = 9 + 12 + 9 = 30$$

فیزیک (۲)

۴۱. گزینه ۴ درست است.

$$\text{فاصله جدید: } r_2 = r_1 + \frac{50}{100} r_1 = \frac{3}{2} r_1$$

$$\text{بارهای اولیه: } 1\mu C \quad -4\mu C \Rightarrow |q_1 \times q_2| = 4$$

$$\text{بارهای جدید: } \frac{-3}{2}\mu C \quad -\frac{3}{2}\mu C \Rightarrow |q_1 \times q_2| = \frac{9}{4}$$

نیروی الکتریکی با حاصلضرب دو بار رابطه مستقیم و با مجذور فاصله رابطه عکس دارد:

$$\frac{1}{4} \leftarrow F = K \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} \xrightarrow{\text{برابر } \frac{9}{16}} \left(\frac{r}{2}\right)^2$$

$$\Rightarrow F_2 = \frac{1}{4} F_1 \xrightarrow[\times 100]{\text{تبدیل به درصد}} F_2 = \%25 F_1$$

که به معنای ۷۵٪ کاهش نیرو است.

۴۲. گزینه ۲ درست است.

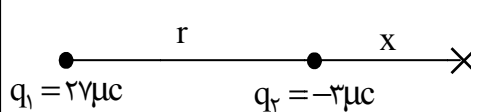
شرط تعادل، برابر نیروی وزن با نیروی الکتریکی خالص وارد بر هر ذره است.

$$\left. \begin{aligned} m_2 g &= K \frac{q^2}{x^2} - K \frac{q^2}{4x^2} = \frac{3}{4} K \frac{q^2}{x^2} \\ m_3 g &= K \frac{q^2}{9x^2} + K \frac{q^2}{4x^2} = \frac{13}{36} K \frac{q^2}{x^2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\text{تقسیم روابط: } \frac{m_2}{m_3} = \frac{27}{13}$$

۴۳. گزینه ۲ درست است.

شرط صفر شدن نیروی خالص وارد بر q_3 ، برابری و خلاف جهت بودن میدان حاصل از دو بار دیگر در محل آن است که برای این منظور باید نسبت بارها توان ۲ نسبت فاصله‌ها باشد و این اتفاق در خارج فاصله دو بار رخ می‌دهد.

$$\left. \begin{aligned} \text{برابر } 1 \leftarrow E = K \frac{q}{r^2} \xrightarrow{\text{برابر } 9} \\ \xrightarrow{\text{برابر } 9} (3)^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} r + x &= 3x \\ \boxed{x = \frac{1}{2}r} \end{aligned} \right\}$$


پس باید در راستای افقی و قائم، به اندازه $\frac{1}{2}$ فاصله افقی و قائم دو ذره جابه‌جا شویم.

$$\Delta x = 4 \text{ cm} \Rightarrow x_3 = x_2 + \frac{1}{2} \times 4 \text{ cm} = 5 \text{ cm}$$

$$\Delta y = 8 \text{ cm} \Rightarrow y_3 = y_2 + \frac{1}{2} \times 8 \text{ cm} = 10 \text{ cm}$$

۴۴. گزینه ۲ درست است.

ابتدا میدان الکتریکی در فاصله ۶cm را تعیین می‌کنیم:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} = 4\vec{i} - 3\vec{j}$$

با نصف شدن فاصله، مؤلفه‌های میدان، ۴ برابر می‌شوند:

$$\text{ثابت} \Rightarrow \vec{E} = 16\vec{i} - 12\vec{j} \quad E = K \frac{q}{r^2} \quad \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

ممکن است بستگی به موقعیت جدید، اندازه یا علامت مؤلفه‌های میدان تغییر کنند. ولی مهم آن است که اندازه میدان ۴ برابر حالت اولیه یعنی برابر ۲۰ نیوتن بر کولن باشد.

۴۵. گزینه ۱ درست است.

میدان بار فرضی ۴μC در فاصله ۴m را E' نامیده و میدان‌ها را برحسب آن می‌نویسیم. توجه کنید میدان الکتریکی با مجذور فاصله رابطه عکس دارد:

$$E_A = E' + E' = 2E'$$

$$E_B = \frac{E'}{\left(\frac{1}{2}\right)^2} - \frac{E'}{\left(\frac{5}{2}\right)^2} = 4E' - \frac{4}{25}E' = \frac{96}{25}E'$$

$$\Rightarrow \frac{E_B}{E_A} = \frac{\left(\frac{96}{25}\right)}{\left(\frac{2}{1}\right)} = \frac{48}{25}$$

۴۶. گزینه ۴ درست است.

$$\text{شرط تعادل: } Eq = mg \Rightarrow |q| = \frac{mg}{E} = \frac{2 \times 10^{-3} \times 10}{5 \times 10^6}$$

$$\Rightarrow |q| = 4 \times 10^{-9} \text{ C} = 4 \text{ nC}$$

باید نیروی الکتریکی وارد بر ذره در خلاف جهت نیروی وزن و به طرف بالا باشد و این لازم می‌دارد که بار ذره منفی باشد:

$$q = -4 \text{ nC}$$

۴۷. گزینه ۱ درست است.

بار الکتریکی ذخیره شده در صفحات ثابت بوده و لذا با افزایش فاصله بین صفحات، تنها طول خطوط میدان الکتریکی بلندتر شده و تراکم آن‌ها ثابت می‌ماند و لذا همچنان نیروی میدان با وزن ذره برابر مانده و متعادل می‌ماند. (Eq = mg)

۴۸. گزینه ۳ درست است.

لازمه ۵ برابر بودن میدان در فاصله یکسان، ۵ برابر بودن بار الکتریکی است:

$$\text{برابر } \frac{5}{4} \leftarrow \sigma = \frac{q}{4\pi r^2} \quad \text{برابر } \frac{5}{4}$$

$$\Rightarrow \sigma_A = \frac{5}{4} \sigma_B = 125\% \sigma_B$$

یعنی ۲۵٪ از آن بزرگ‌تر است.

۴۹. گزینه ۱ درست است.

هر مؤلفه میدان تنها در جابه‌جایی هم‌راستا با خود، کار انجام می‌دهد:

$$W_1 = (E_x \cdot q) \times \Delta x \times \cos 180^\circ$$

$$\Rightarrow W_1 = 2 \times 10^5 \times 5 \times 10^{-6} \times 4 \times (-1) = -4J$$

$$W_2 = (E_y \cdot q) \times \Delta y \times \cos 0^\circ$$

$$\Rightarrow W_2 = 2 \times 10^5 \times 5 \times 10^{-6} \times 2 \times (+1) = +2J$$

$$W = -2J \Rightarrow \Delta U = -W_E = +2J$$

۵۰. گزینه ۳ درست است.

کار انجام‌شده توسط میدان الکتریکی مثبت است که نشان می‌دهد ذره در خلاف جهت میدان الکتریکی جابه‌جا شده که می‌دانید در خلاف جهت میدان، پتانسیل الکتریکی افزایش می‌یابد.

$$|\Delta V| = \left| \frac{\Delta U}{q} \right| = \left| \frac{W_E}{q} \right| = \frac{20 \mu J}{4 \mu C} = 5 \text{ v}$$

$$V_B = V_A + 5 = -20 + 5 = -15 \text{ v}$$

۵۱. گزینه ۴ درست است.

در جهت میدان یکنواخت، پتانسیل الکتریکی با آهنگ یکنواخت کاهش می‌یابد.

$$d_{AC} = 3d_{CB} \Rightarrow \Delta V_{AC} = 3\Delta V_{BC}$$

$$\Rightarrow V_A - V_C = 3(V_C - V_B)$$

$$\text{فرض: } V_A = -3V_B \Rightarrow -3V_B - V_C = 3(V_C - V_B)$$

$$\Rightarrow V_C = 0$$

۵۲. گزینه ۳ درست است.

$$q = C \cdot V \Rightarrow \Delta q = C \cdot \Delta V$$

$$\Rightarrow C = \frac{28 \mu C}{7 \text{ v}} = 4 \mu F$$

$$U_1 = \frac{1}{2} C \cdot V_1^2 = \frac{1}{2} \times 4 \times (13)^2 = 338 \mu J$$

$$U_2 = \frac{1}{2} C \cdot V_2^2 = \frac{1}{2} \times 4 \times (20)^2 = 800 \mu J$$

$$\Rightarrow \Delta U = 462 \mu J$$

۵۳. گزینه ۳ درست است.

$$C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} \Rightarrow U = \frac{1}{2} C \cdot V^2$$

↓ ↓ ↓ ↓ ↓
برابر $\frac{1}{2}$ برابر $\frac{1}{2}$ برابر $\frac{1}{2}$ برابر $\frac{1}{2}$ ثابت

$$C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} \Rightarrow U = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} \begin{array}{l} \xrightarrow{\text{ثابت}} \\ \xrightarrow{\text{برابر ۲}} \end{array}$$

\downarrow \downarrow \downarrow
 برابر ۲ برابر ۲ $\frac{1}{2}$ برابر

به معنای ۷۵٪ کاهش انرژی است. $\rightarrow U = \frac{1}{4} U_1 = 25\% U_1$ $\Rightarrow u = \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2} U_1\right) = \frac{1}{4} U_1$ نهایی

۵۴. گزینه ۴ درست است.

$$\Delta \rho = \rho_1 \alpha \Delta \theta \Rightarrow \text{درصد} = \alpha \Delta \theta \times 100$$

$$4.5 = 9 \times 10^{-4} \times \Delta \theta \times 100 \Rightarrow \Delta \theta = 50^\circ \text{C}$$

$$\Delta F = 1.8 \Delta \theta = 1.8 \times 50 = 90^\circ \text{F}$$

۵۵. گزینه ۱ درست است.

اندازه شیب نمودار همان مقاومت درونی است.

$$\frac{18}{r_B} - \frac{24}{r_A} = \Delta A \xrightarrow{r_A = 2r_B} \frac{18}{r_B} - \frac{24}{2r_B} = \Delta$$

$$\Rightarrow \frac{6}{r_B} = \Delta \Rightarrow r_B = 1/2 \Omega, r_A = 2/4 \Omega \Rightarrow \Delta r = 1/2 \Omega$$

۵۶. گزینه ۳ درست است.

فرض تست نشان می‌دهد اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت ۴ ولت بوده و اختلاف پتانسیل دو سر باتری ۱، ۱۴ ولت می‌شود:

$$V_1 = \epsilon_1 - r_1 I \Rightarrow 14 = 20 - 3I \Rightarrow I = 2A$$

$$R \text{ مقاومت: } V = RI \Rightarrow 6 = R \times 2 \Rightarrow R = 3\Omega$$

۵۷. گزینه ۳ درست است.

با بسته شدن کلید دیگر جریانی از مقاومت R عبور نمی‌کند و عدد ولت‌سنج به صفر می‌رسد. این یعنی در ابتدا ۱۲ ولت از کل نیروی محرکه باتری روی این مقاومت قرار گرفته بود:

$$V = RI \Rightarrow I = \frac{12}{6} = 2A$$

بقیه نیروی محرکه یعنی ۶ روی مقاومت درونی تلف می‌شود.

$$V = r.I \Rightarrow 6 = r \times 2 \Rightarrow r = 3\Omega$$

با بسته شدن کلید، تنها مقاومت درونی باتری باقی می‌ماند:

$$I \text{ جدید} = \frac{V \text{ کل}}{R \text{ کل}} = \frac{\epsilon}{r} = \frac{18}{3} = 6A$$

که به معنای ۴A تغییر جریان است.

۵۸. گزینه ۲ درست است.

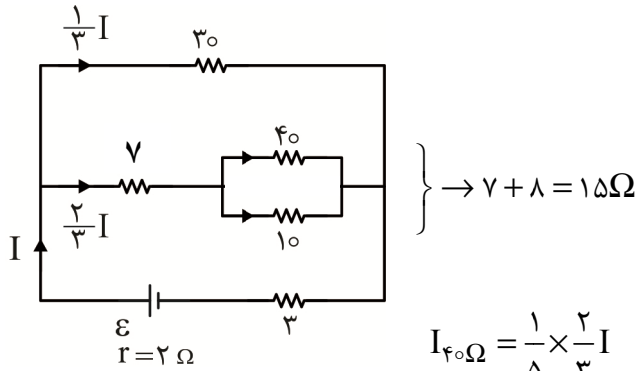
با مقایسه نیروی محرکه باتری‌ها مشخص می‌شود که جریان مدار پادساعتگرد است. صفر شدن عدد ولت‌سنج نشان می‌دهد کل نیروی محرکه تولیدی باتری ۲، روی مقاومت‌های شاخه mN تلف می‌شود:

$$V_{mN} = 0 \Rightarrow 4 = 1 \times I + 1 \times I \Rightarrow I = 2A$$

$$I \text{ کل} = \frac{V \text{ کل}}{R \text{ کل}} \Rightarrow 2 = \frac{\epsilon_3 + 4 - 2}{1 + 2 + 1 + 1} \Rightarrow \epsilon_3 = 8V$$

۵۹. گزینه ۲ درست است.

مدار ساده شده را می کشیم. توجه کنید جریان آمپرسنج تفاوت جریان کل و جریان مقاومت 40Ω است.



$$I_{40\Omega} = \frac{1}{5} \times \frac{2}{3} I$$

$$I_{40\Omega} = \frac{2}{15} I \text{ کل}$$

$$\textcircled{A} = I \text{ کل} - I_{40\Omega} = I - \frac{2}{15} I = \frac{13}{15} I$$

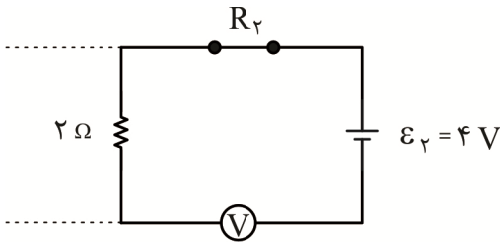
$$\Rightarrow 2/6 = \frac{13}{15} I \Rightarrow I = 3 \text{ A}$$

$$\text{کل } R = 2 + 3 + (30 \parallel 15) = 15\Omega$$

$$\text{کل } V = \varepsilon = \text{کل } R \times I \text{ کل} = 15 \times 3 = 45 \text{ V}$$

۶۰. گزینه ۴ درست است.

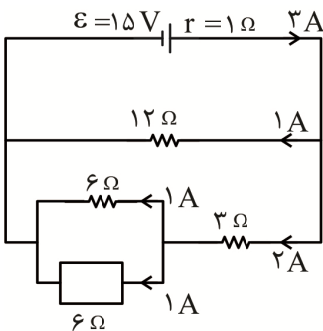
از شاخه حاوی ولتسنج جریانی عبور نمی کند و مقاومت های سری با ولتسنج افت پتانسیل ندارند (مانند سیم). پس همان جریان 5 A در جهت رو به پایین از مقاومت 2Ω می گذرد:



برای آنکه ولتاژ شاخه سمت راست هم 10 V شود باید عدد ولتسنج برابر 6 V گردد.

۶۱. گزینه ۳ درست است.

مدار ساده شده به صورت زیر است. در اتصال موازی جریان به نسبت عکس مقاومت ها بین آنها تقسیم می شود.



$$\text{کل } R = 1 + (12 \parallel 6) = 5\Omega$$

$$\text{کل } I = \frac{\text{کل } V}{\text{کل } R} = \frac{15}{5} = 3 \text{ A}$$

عدد آمپرسنج تفاضل جریان کل از جریان شاخه $6\Omega = 3 + 4 = 6\Omega$ است:

$$\textcircled{A} = 3 - 1 = 2 \text{ A}$$

۶۲. گزینه ۲ درست است.

با افزایش مقاومت R_2 ، قطعاً جریان آن کاهش می‌یابد ولی چون مقاومت معادل اتصال موازی و در نتیجه سهم ولتاژ آن زیاد می‌شود، همین ولتاژ افزایش یافته دو سر R_1 قرار گرفته و جریان R_1 افزایش می‌یابد. برای آنکه تشخیص دهیم تغییرات کدام یک بیشتر است، کافی است تغییرات جریان کل مدار بررسی شود:

$$R_2 \nearrow \Rightarrow I_{\text{کل}} \searrow \Rightarrow R \nearrow \Rightarrow I_{\text{کل}} \searrow$$

پس لازمه کاهش جریان کل آن است که اندازه کاهش جریان R_2 از افزایش جریان R_1 بیشتر باشد.

۶۳. گزینه ۴ درست است.

هنگامی که ولتاژ دو لامپ برابر باشد، توان مصرفی با مقاومت الکتریکی آن‌ها رابطه عکس دارد:

$$\frac{1}{2} \leftarrow P = \frac{V^2}{R} \rightarrow \text{برابر} \Rightarrow R_{36W} = 2R_{72W}$$

در اتصال سری ولتاژ به نسبت مقاومت‌ها بین آن‌ها تقسیم می‌شود و توان هر مقاومت با مجذور ولتاژ آن متناسب است.

$$\left. \begin{array}{l} V_1 = \frac{2}{3}V \text{ کل} \Rightarrow P_1 = \frac{4}{9} \times 36 = 16W \\ V_2 = \frac{1}{3}V \text{ کل} \Rightarrow P_2 = \frac{1}{9} \times 72 = 8W \end{array} \right\} \Rightarrow P_{\text{کل}} = 24W$$

۶۴. گزینه ۴ درست است.

کمترین توان مصرفی هنگامی محقق می‌شود که بیشترین مقاومت یعنی $R_1 = 60 \Omega$ به تنهایی در مدار باشد:

$$P_{\min} = \frac{V^2}{R_{\max}} = \frac{(30)^2}{60} = \frac{900}{60} = 15W$$

بیشترین توان مصرفی هنگام اتصال هر دو مقاومت محقق می‌شود:

$$R_{\min} = R_1 \parallel R_2 = 60 \parallel 20 = 15 \Omega$$

$$P_{\max} = \frac{V^2}{R_{\min}} = \frac{(30)^2}{15} = \frac{900}{15} = 60W$$

$$\Rightarrow |\Delta P| = 60 - 15 = 45W$$

۶۵. گزینه ۳ درست است.

$$I = \frac{V_{\text{کل}}}{R_{\text{کل}}} = \frac{20 - 2}{2 + 3 + 1} = 3A$$

$$P_1: \text{خروجی} = \varepsilon I - rI^2 = 20 \times 3 - 2 \times (3)^2 = 42W$$

با جایگزینی آمپرسنج، دیگر جریانی از مقاومت 3Ω نمی‌گذرد:

$$I = \frac{V_{\text{کل}}}{R_{\text{کل}}} = \frac{20 - 2}{2 + 1} = 6A$$

$$P_1: \text{خروجی} = \varepsilon I - rI^2 = 20 \times 6 - 2(6)^2 = 48W$$

$$\Delta P = 48 - 42 = 6W$$

۶۶. گزینه ۲ درست است.

ثابت می‌شود برای دو مقاومت R_1 و R_2 در صورتی که $R_1 R_2 = r^2$ باشد، توان خروجی باتری یکسان خواهد شد:

$$R_1 \times \left(\frac{\varepsilon}{R_1 + r} \right)^2 = R_2 \times \left(\frac{\varepsilon}{R_2 + r} \right)^2 \Rightarrow \dots \Rightarrow R_1 R_2 = r^2$$

جایگذاری: $2 \times R_2 = (4)^2 \Rightarrow R_2 = 8 \Omega$

$$\Rightarrow n = \frac{R_2}{R_1} = \frac{8}{2} = 4 \text{ برابر}$$

۶۷. گزینه ۱ درست است.

حداکثر توان خروجی یک باتری زمانی محقق می‌شود که $R = r$ باشد.

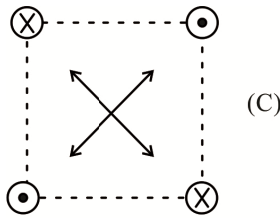
$$\Rightarrow I = \frac{V_{\text{کل}}}{R + r} \Rightarrow 2 = \frac{20}{r + r} \Rightarrow R = r = 5 \Omega$$

پس با تغییر مقاومت از 4Ω تا 6Ω ، ابتدا توان مصرفی افزایش یافته و به حداکثر خود می‌رسد و سپس کاهش می‌یابد.

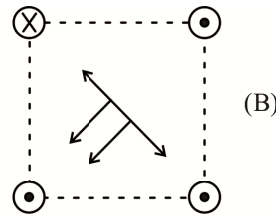
۶۸. گزینه ۳ درست است.

هنگامی که تقریباً تمامی دو قطبی‌های مغناطیسی با میدان خارجی همسو شده باشند، افزایش میدان خارجی تقریباً اثری بر خاصیت آهنربایی ماده نمی‌گذارد و ثابت می‌ماند.

۶۹. گزینه ۳ درست است.

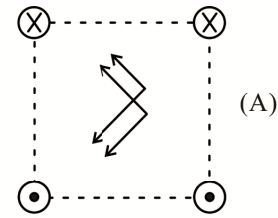


خالص $B = 0$



خالص $B = 2B$

$$\Rightarrow B_A > B_B > B_C$$



خالص $B = (2B)\sqrt{2}$

۷۰. گزینه ۱ درست است.

$$N = \frac{l}{\text{محیط}} = \frac{l}{2\pi r}$$

$$B = \frac{\mu_0}{2} \times \frac{I}{r} \times N \Rightarrow B = \frac{\mu_0}{2} \times \frac{I}{r} \times \frac{l}{2\pi r}$$

$$B = \frac{\mu_0}{2} \times \frac{I \times l}{2\pi r^2}$$

۳ برابر \uparrow
 ۲ برابر \rightarrow
 ۱/۵ برابر \leftarrow
 ثابت \downarrow

۷۱. گزینه ۲ درست است.

با نصف شدن سیملوله، تراکم سیم‌پیچی آن تغییر نمی‌کند. ولی مقاومت الکتریکی آن $\frac{1}{2}$ برابر شده و این امر جریان عبوری از

مدار را ۲ برابر می‌کند:

$$n = \frac{N}{l} \rightarrow \frac{1}{2} \text{ برابر} \leftarrow \text{ثابت}$$

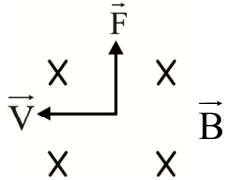
$$\rightarrow \frac{1}{4} \text{ برابر}$$

$$\text{برابر } ۲ \leftarrow B = \mu_0 \cdot n \cdot I \rightarrow \text{برابر } ۲$$

↓
ثابت

۷۲. گزینه ۳ درست است.

باید نیروی وارده از طرف میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی هم‌اندازه و در خلاف جهت یکدیگر باشند. نیروی میدان الکتریکی به بار منفی در خلاف جهت میدان الکتریکی است. پس باید نیروی میدان مغناطیسی رو به بالا باشد. با استفاده از دست چپ در قاعده دست راست، باید جهت حرکت به طرف چپ باشد.



۷۳. گزینه ۱ درست است.

بر مؤلفه‌هایی از سیم که در راستای عمود بر میدان باشند، نیرو وارد می‌شود:

$$\text{مؤثر } l = \overline{BC} - \overline{CD} \cos 37 = ۱۶ - ۱۰ \times 0.۶ = ۸ \text{ cm}$$

$$F = BIl \sin 90 = 0.۲ \times 0.۵ \times ۸ \times ۱۰^{-۲} = ۸ \times ۱۰^{-۳} \text{ N}$$

$$\Rightarrow F = ۸ \text{ mN}$$

۷۴. گزینه ۲ درست است.

تنها مؤلفه‌ای از میدان مغناطیسی که بر سطح حلقه عمود است، در شار مغناطیسی اثر می‌گذارد. پس در اینجا مؤلفه قائم میدان اثرگذار است:

$$\varphi = B_y \cdot A \cos 0 = ۳ \times ۵ \times ۱۰^{-۴} = ۱۵ \times ۱۰^{-۳} \text{ wb}$$

$$\Rightarrow \varphi = ۱۵ \text{ mwb}$$

۷۵. گزینه ۳ درست است.

$$t = 0 \rightarrow \varphi = 0$$

$$t = ۲ \text{ s} \rightarrow \varphi_2 = 4(2)^2 + 5(2) = ۲۶ \text{ mwb}$$

$$\Rightarrow \Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = ۲۶ \text{ mwb}$$

$$|\bar{\varepsilon}| = N \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \Rightarrow |\bar{I}| = \frac{N}{R} \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \xrightarrow{q=I \times \Delta t} |\bar{q}| = \frac{N}{R} \Delta\varphi$$

$$\Rightarrow |\bar{q}| = \frac{۱۰۰}{۵} \times ۲۶ \times ۱۰^{-۳} = 0.۵۲ \text{ C}$$

شیمی (۲)

۷۶. گزینه ۱ درست است.

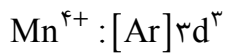
زیرا شامل عنصر Si است.

۷۷. گزینه ۴ درست است.

زیرا بزرگ‌ترین شعاع اتمی فلز در گروه اول (فلزهای قلیایی) و بزرگترین نافلز در گروه ۱۵ (سه ظرفیتی) در این دوره وجود دارد.

۷۸. گزینه ۱ درست است.

زیرا در MnO_2 ، یون Mn^{4+} و در VCl_3 یون V^{3+} داریم؛



۷۹. گزینه ۳ درست است.

زیرا داریم:

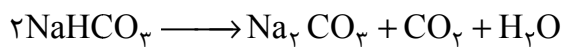


$3 \times 24 \text{ g Mg}$	$2 \times 52 \text{ g Cr}$
x	1000 g Cr

$$x \approx 692 \text{ g Mg}$$

۸۰. گزینه ۲ درست است.

زیرا داریم:



(کاهش جرم برابر ۵/۱۰۰ گرم است که مربوط به CO_2 و H_2O است.)

$2 \times 84 \text{ g NaHCO}_3$	$(44 \text{ g CO}_2 + 18 \text{ g H}_2\text{O})$
x	$5/100 \text{ g (CO}_2 + \text{H}_2\text{O)}$

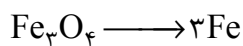
$$x = 135 \text{ g NaHCO}_3$$

$$\text{درصد خلوص} = \frac{135}{5} \times 100 = 27\%$$

۸۱. گزینه ۳ درست است.

زیرا داریم: (به طور خلاصه شده)

$$\text{Fe}_3\text{O}_4 \text{ جرم} = 10^6 \text{ g} \times \frac{8}{100} = 8 \times 10^4 \text{ g}$$



$232 \text{ g Fe}_3\text{O}_4$	$3 \times 56 \text{ g Fe}$
$8 \times 10^4 \text{ g Fe}_3\text{O}_4$	x

$$x = 58 \times 10^4 \text{ g} = 58 \text{ kg Fe}$$

$$\text{بازده درصدی} = \frac{52 \text{ kg}}{58} \times 100 = 90\%$$

۸۲. گزینه ۳ درست است.

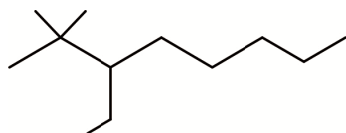
زیرا در تولید سوخت سبز، CO_2 نیز تولید می شود که یک گاز گلخانه ای است و داریم:



۸۳. گزینه ۴ درست است.

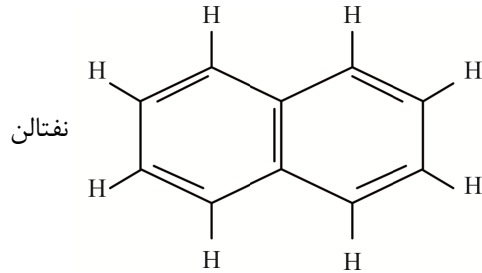
زیرا این ترکیب از سه عنصر H ، C ، N تشکیل شده است.

۸۴. گزینه ۴ درست است.



۸۵. گزینه ۲ درست است.

زیرا داریم:



و نسبت C به H در سیکلوهگزان و ۱- هگزن، مشابه است.

۸۶. گزینه ۱ درست است.

زیرا داریم:

$$Q = mc\Delta\theta$$

$$m = 25 \text{ mol} \times \frac{44 \text{ g}}{1 \text{ mol}} = 1100 \text{ g}$$

$$Q = 1100 \text{ g} \times 0,88 \text{ J.g}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \times 50 \text{ K} = 46750 \text{ J} = 46,75 \text{ kJ}$$

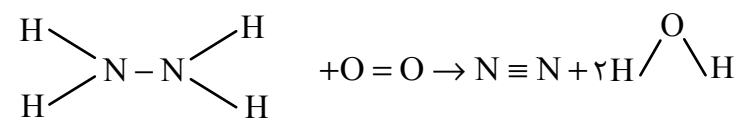
۸۷. گزینه ۳ درست است.

زیرا داریم:

$$\text{C}_5\text{H}_{10}\text{O}_5 = 150 \text{ g.mol}^{-1}$$

$$x = 150 \times 17 \text{ kJ.g}^{-1} = 2550 \text{ kJ}$$

۸۸. گزینه ۱ درست است.



زیرا داریم:

$$\begin{aligned} \Delta H &= (\text{مجموع انرژی پیوندهای شکسته شده}) - (\text{مجموع انرژی پیوندهای جدید}) \\ &= (4 \times 391 + 160 + 495) - (941 + 4 \times 467) \\ &= -590 \text{ kJ} \end{aligned}$$

۸۹. گزینه ۴ درست است.

زیرا همان طوری که در انحلال الکلها مشاهده می شود، الکل های با طول زنجیره بیشتر از ۶ اتم کربن، حلالیت چندانی در آب ندارند.

۹۰. گزینه ۲ درست است.

$$Q = mc\Delta\theta$$

$$Q = 20 \text{ kg} \times 4,2 \text{ J.g}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \times 80 \text{ K} = 6720 \text{ kJ}$$

$$\text{C}_3\text{H}_4 = 40 \text{ g.mol}^{-1}$$

40 g C ₃ H ₄	1940 kJ
x	6720 kJ

$$x = 138,5 \text{ g C}_3\text{H}_4$$

۹۱. گزینه ۴ درست است.

زیرا داریم:

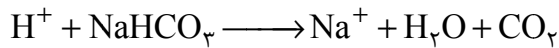
$$(+۳۸۰ - ۹۰ + ۱۲۰) \text{kJ} = ۴۱۰ \text{kJ} \text{ (مسیر رفت)}$$

$$۴۱۰ \text{kJ} - ۲۶۰ \text{kJ} = ۱۵۰ \text{kJ} \text{ (مسیر برگشت)}$$

که در بازگشت ۲۶۰kJ آن طی مرحله مشخص شده آزاد شده است و ۱۵۰kJ آن نیز طی مرحله x آزاد می‌شود.

۹۲. گزینه ۲ درست است.

زیرا داریم:



$$\frac{۸۴ \text{g NaHCO}_3}{۲۰ \text{g NaHCO}_3} \mid \frac{۲۲۴۰۰ \text{mL}}{x} \rightarrow \text{CO}_2$$

$$x \approx ۵۳۰۰ \text{mL}$$

$$\bar{R} = \frac{۵۳۰۰ \text{mL}}{۳۰۰ \text{s}} = ۱۷,۷ \text{mL.s}^{-1}$$

۹۳. گزینه ۱ درست است.

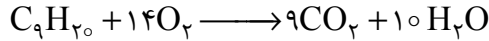
زیرا افزودن گاز هلیوم، باعث کاهش سرعت واکنش می‌شود.

۹۴. گزینه ۳ درست است.

زیرا بنزواتیک اسید در برخی میوه‌ها نیز وجود دارد.

۹۵. گزینه ۴ درست است.

زیرا داریم:

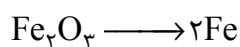


$$\frac{۱۲۸ \text{g C}_9\text{H}_{20}}{۵۰۰۰ \text{g}} \times \frac{۱ \text{h}}{۶۰ \text{min}} \mid \frac{۹ \times ۲۲,۴ \text{L CO}_2}{x}$$

$$x = ۱۳۱,۲۵ \text{L CO}_2 / \text{min}$$

۹۶. گزینه ۳ درست است.

زیرا به‌طور خلاصه داریم: (هر شبانه‌روز ۱۴۴۰ ثانیه است).



$$\frac{۱۶۰ \text{g Fe}_2\text{O}_3}{۳ \times ۱۰^6 \text{g}} \times \frac{۱۴۴۰ \text{min}}{۱ \text{h}} \mid \frac{۲ \times ۵۶ \text{g Fe}}{x}$$

$$x = ۳,۰۲۴ \times ۱۰^9 \text{g} = ۳۰۲۴ \text{ تن}$$

۹۷. گزینه ۳ درست است.

زیرا در این واکنش Cl^\cdot : (رادیکال) تولید می‌شود.

۹۸. گزینه ۲ درست است.

زیرا داریم:

$$\text{mol H}_2\text{O}_2 = 1100\text{g} \times \frac{30}{100} \times \frac{1\text{mol}}{34\text{g}} = 9.7\text{mol}$$

و چون حجم یک لیتر است، داریم:

$$\frac{1\text{min} = 60\text{s}}{x} \quad \left| \quad \begin{array}{l} 0.015\text{mol} \\ 9.7\text{mol} \end{array} \right.$$

$$x = 3880\text{s}$$

۹۹. گزینه ۴ درست است.

۱۰۰. گزینه ۱ درست است.

۱۰۱. گزینه ۴ درست است.

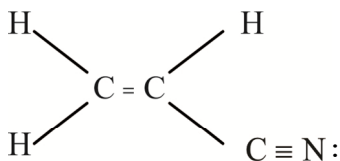
زیرا فرمول مولکولی مونومر آن $\text{C}_2\text{H}_2\text{Cl}_2$ است و داریم:

$$\text{CH}_2 = \text{CCl}_2 : 97\text{g.mol}^{-1}$$

۱۰۲. گزینه ۳ درست است.

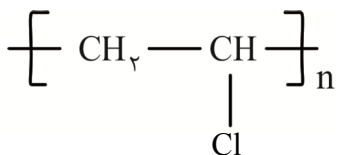
زیرا داریم:

که در آن، ۹ جفت الکترون پیوندی و یک جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد.



۱۰۳. گزینه ۱ درست است.

زیرا داریم: (جرم هر واحد مونومر 62.5g.mol^{-1} است).



$$n \times (62.5\text{g}) = 9 \times 10^3 \text{g}$$

$$n = 144$$

۱۰۴. گزینه ۲ درست است.

زیرا هر دو از اتیلن تهیه می‌شوند.

۱۰۵. گزینه ۴ درست است.

زمین‌شناسی

۱۰۶. گزینه ۱ درست است.

در اول دی ماه، واحد نجومی به کمترین مقدار ۱۴۷ میلیون کیلومتر می‌رسد.

۱۰۷. گزینه ۲ درست است.

نخستین بندپایان (تریلوبیت‌ها) در دوره کامبرین و دوران پالئوزویک ایجاد شدند.

۱۰۸. گزینه ۳ درست است.

مرحله بسته شدن: در این مرحله، ورقه اقیانوسی از حاشیه به زیر ورقه قاره‌ای مجاور خود فرورانده می‌شود (درازگودال اقیانوسی) و با ادامه فرورائش در نهایت اقیانوس بسته می‌شود.

۱۰۹. گزینه ۱ درست است.

گارنت از کانی‌های سیلیکاتی است که در سنگ‌های دگرگونی یافت می‌شود و معمولاً به رنگ سبز، قرمز، زرد و ... دیده می‌شود. فراوان‌ترین رنگ آن، قرمز تیره است.

۱۱۰. گزینه ۴ درست است.

در کانسنگ مس‌دار، عیار عنصر مس در حدود کمتر از ۱ درصد است و بیش از ۹۹ درصد را با طله‌ها تشکیل می‌دهند.

۱۱۱. گزینه ۲ درست است.

غلظت کلارک برای تعیین ترکیب شیمیایی پوسته زمین بوده است.

۱۱۲. گزینه ۳ درست است.

عمق سطح ایستابی در مناطق مرتفع، زیاد بوده و همچنین در بیابان‌ها به‌علت کمبود بارش، در اعماق زیادی قرار دارد.

۱۱۳. گزینه ۱ درست است.

$$\text{تخلخل} = \frac{\text{حجم فضاهای خالی } m^3}{\text{حجم کل } m^3} \times 100$$

$$\frac{30}{100} = \frac{x}{4800}$$

$$x = 144000 = 1,44 \times 10^5 m^3$$

۱۱۴. گزینه ۴ درست است.

احداث سد بر روی ناودیس به‌علت شیب و امتداد لایه‌ها مطلوب است و از طرفی آهک ضخیم لایه و ماسه سنگ نفوذپذیری کمی دارند و مناسب هستند.

۱۱۵. گزینه ۲ درست است.

قطعات سنگی یا بالاست، برای نگهداری ریل‌ها و توزیع بار چرخ‌ها و عمل زهکشی کاربرد دارند.

۱۱۶. گزینه ۱ درست است.

سه عنصر فرعی و اساسی عبارتند از: تیتانیم - منگنز - فسفر

۱۱۷. گزینه ۳ درست است.

بر اثر مصرف بیش از حد روی، کم‌خونی ایجاد می‌شود. به‌علت کمبود ید در آب و مواد غذایی، بیماری گواتر ایجاد می‌شود.

۱۱۸. گزینه ۲ درست است.

در اثر تنش کششی فرادیواره نسبت به فرودیواره پایین‌تر رفته و ایجاد گسل عادی را کرده است.

۱۱۹. گزینه ۳ درست است.

به ازای هر یک واحد بزرگی، دامنه امواج ۱۰ برابر و مقدار انرژی ۳۱/۶ برابر افزایش می‌یابد.

۱۲۰. گزینه ۴ درست است.

در آتشفشان‌های انفجاری، که دارای سیلیس فراوان هستند، مواد جامد به هوا پرتاب می‌شوند.

شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان
سازمان سنجش آموزش کشور



با سنجش آموز، درست پیاموز

آموزش مجازی

سنجش آموز

ویژه پایه دهم، یازدهم، دوازدهم و داوطلبان کنکور ۱۴۰۲



صدای داوطلب ۰۲۱۴۲۹۶۶ | sanjeshserv.ir

[sanjeshserv](https://www.instagram.com/sanjeshserv) | [sanjesheducationgroup](https://www.facebook.com/sanjesheducationgroup)