

* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضاء در مندرجات جدول ذیل، به منزله عدم حضور شما در جلسه آزمون است.

اینجانب..... با شماره داوطلبی..... با آگاهی کامل، یکسان بودن شماره سندلی خود را با شماره داوطلبی مندرج در بالای کارت ورود به جلسه، بالای پاسخنامه و دفترچه سؤالات، نوع و کدکنترل درج شده بر روی دفترچه سؤالات و پائین پاسخنامه‌ام را تأیید می‌نمایم.

امضاء:

۱۰۱- اگر به ازای اعداد مثبت و مخالف یک a ، b و c تساوی $\log_a c + \log_b c = 1$ برقرار باشد، آنگاه $\log_c a \cdot \log_c b$ کدام است؟

- (۱) $\log_c(ab)$ (۲) $2\log_c(ab)$ (۳) $\log_c(a+b)$ (۴) $2\log_c(a+b)$

۱۰۲- مجموع جواب‌های معادله $\log_4(4^x + 15) = x + 3$ ، کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۱۵ (۳) $\log_4 15$ (۴) $\log_4 15$

۱۰۳- تعداد جواب‌های معادله $\sqrt{x} + \sqrt{-x^2 + 6x - 8} = x + 2$ و $\sqrt{x} + \sqrt{-x^2 + 4x^2 + 25x - 100} = x + 2$ ، کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) صفر

۱۰۴- فرض کنید مجموعه جواب نامعادله $\frac{((m^2 - 1)x^2 - 4mx + 4)(2x - 2)}{x - 3\sqrt{x} + 2} \geq 0$ فقط یک بازه باشد. مقدار m ، کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) ۱ (۴) $\frac{7}{3}$

۱۰۵- ساده شده عبارت $\frac{\sin(\theta)}{1 - \cos(\theta)} + \frac{1 + \cos(\theta)}{\sin(\theta)}$ ، کدام است؟

- (۱) $\cos(\frac{\theta}{2})$ (۲) $\sin(\frac{\theta}{2})$ (۳) $2\cos(\frac{\theta}{2})$ (۴) $2\sin(\frac{\theta}{2})$

۱۰۶- مجموع جواب‌های معادله مثلثاتی $2\sin(x)\cos(2x) + \sin(x) = 1$ ، در بازه $[0, 2\pi]$ ، کدام است؟

- (۱) 2π (۲) $\frac{5\pi}{2}$ (۳) 3π (۴) $\frac{7\pi}{2}$

۱۰۷- تعداد جواب‌های معادله مثلثاتی $(1 + \cos(\alpha))(1 + \cos(2\alpha))(1 + \cos(4\alpha)) = \frac{1}{8}$ ، در فاصله $[0, 2\pi]$ ، کدام است؟

- (۱) ۷ (۲) ۱۰ (۳) ۱۲ (۴) ۱۵

۱۰۸- باقیمانده و خارج قسمت تقسیم چندجمله‌ای $P(x)$ بر $x^2 + 2x + 1$ به ترتیب $3x + 1$ و $Q(x)$ است. اگر $Q(-2) = 3$ ، آنگاه مقدار باقیمانده تقسیم $P'(x)$ بر $x + 2$ ، کدام است؟

- (۱) -۶ (۲) -۵ (۳) -۴ (۴) -۳

۱۰۹- دنباله بازگشتی $a_{n+1} = 2 - \frac{1}{a_n}$ با شرط $a_1 = -1$ را در نظر بگیرید. حاصل ضرب صد جمله اول دنباله، کدام است؟

- (۱) -۲۰۱ (۲) -۱۹۹ (۳) -۱۹۷ (۴) ۱۹۷

$$110 \text{ دنباله } a_n = \begin{cases} 2^k & ; n = 2k \\ -2k + 4 & ; n = 2k + 1 \\ \left[\frac{n}{k+2} \right] + a & ; n = 2k + 2 \end{cases}$$

به ازای اعداد حسابی n مفروض است. اگر مجموع 10 جمله اول این

دنباله 19 باشد، میانگین جملات بیست و نهم و سی ام دنباله، کدام است؟ (| نماد جزء صحیح است.)

$$(1) \frac{-43}{6} \quad (2) -7 \quad (3) 505 \quad (4) 1024$$

111 فرض کنید $[a, b]$ برد تابع $f(x) = 2 - \sqrt{\Delta \sin^2(x) - 1}$ باشد. مقدار $a + b$ ، کدام است؟

$$(1) \frac{1}{4} \quad (2) \frac{1}{2} \quad (3) \frac{3}{4} \quad (4) \frac{5}{4}$$

112 برد تابع $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{12 + \sqrt{|x|} - |x|} \right) - 1$ ، برابر $(\log_2 3, \log_2 5)$ باشد، دامنه تابع f ، کدام است؟ (| نماد جزء صحیح است.)

$$(1) [3, 9] \quad (2) [3, 8] \quad (3) [2, 9] \quad (4) [2, 8]$$

113 نمودار منحنی $y = \sqrt{\sqrt{x} + 3}$ را k واحد در راستای قائم چنان انتقال می‌دهیم، که منحنی جدید وارون تابع خود را در نقطه‌ای با عرض 1 قطع کند. سپس منحنی حاصل را نسبت به محور x ها قرینه کرده و 4 واحد در جهت افقی به سمت چپ انتقال می‌دهیم. کدام یک از نقاط زیر روی نمودار منحنی به دست آمده، قرار دارد؟

$$(1) (1 - \sqrt{5}, 0) \quad (2) (-\sqrt{5}, 0) \quad (3) (0, 1 - \sqrt{5}) \quad (4) (0, -\sqrt{5})$$

114 فرض کنید $f(x) = \begin{cases} -1 & x < -1 \\ x & -1 \leq x \leq 1 \\ 1 & x > 1 \end{cases}$ و $g(x) = 1 - x^2$. ماکزیمم مقدار تابع $\text{gof} - \text{fog}$ ، کدام است؟

$$(1) -1 \quad (2) \text{ صفر} \quad (3) \frac{1}{2} \quad (4) 1$$

115 فرض کنید تابع f به ازای هر $x \in \mathbb{R}$ نسبت به خطوط $x = 1$ و $x = 3$ متقارن باشد. کدام عبارت زیر درست است؟
 (1) f تابعی فرد است.
 (2) f تابعی زوج است.
 (3) f تابعی متناوب با دوره تناوب 2 است.
 (4) f تابعی متناوب با دوره تناوب 4 است.

116 فرض کنید $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin(\sqrt{1-x^2} - 1) - 2 \tan[x]}{x^n (1 - \cos(\sqrt{3x}))} = a$ ، مقدار a^n ، کدام است؟ (| نماد جزء صحیح است.)

$$(1) \frac{1}{9} \quad (2) \frac{2}{9} \quad (3) \frac{1}{3} \quad (4) \frac{2}{3}$$

۱۱۷ مقدار $\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}^+} \frac{16x - \left[-\frac{2}{x^2}\right]}{24x + \left[\frac{3}{x^2}\right]}$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

- (۱) $-\infty$ (۲) $+\infty$ (۳) صفر (۴) $\frac{2}{3}$

۱۱۸- اگر تابع $f(x) = \frac{x^2 - 5x + 4}{(x-a)(4x^2 - 4x + 1)}$ فقط دارای دو مجانب باشد، مجموع مقادیر ممکن برای a ، کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۱ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) ۲

۱۱۹ تعداد نقاط ناپوستگی تابع $f(x) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \sin^{2n}(x)$ در بازه $[\pi, 0]$ ، کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) صفر

۱۲۰- فرض کنید $f(x) = \sin^n(x^2)$ و $I(x) = 32\sqrt{x}$ مقدار $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)f'(x)}{(1 - \cos(x))^m} = 32\sqrt{x}$ کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۷ (۳) ۹ (۴) ۱۱

۱۲۱- از محل تقاطع نمودار منحنی $f(x) = \sqrt{x} + 2$ با وارون آن دو خط مماس یکی بر f و دیگری بر f^{-1} رسم می‌کنیم. اگر α زاویه حاده بین دو خط مماس باشد، مقدار $\sin(2\alpha)$ ، کدام است؟

- (۱) $\frac{7}{15}$ (۲) $\frac{8}{15}$ (۳) $\frac{225}{289}$ (۴) $\frac{240}{289}$

۱۲۲- مجموعه مقادیری از اعداد حقیقی که در آن تابع $f(x) = 2\sqrt[3]{x} + |x|$ صعودی باشند، کدام است؟

- (۱) $(-1, \infty)$ (۲) $(-\infty, \infty)$
(۳) $(-1, 0) \cup (0, \infty)$ (۴) $(-3\sqrt{3}, 0]$

۱۲۳- تعداد بازه‌هایی که تابع $f(x) = \frac{x^2 - 3}{x^2 - 2}$ ؛ $x \in (-2, 2)$ در آن‌ها اکیداً نزولی باشد، کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۱۲۴- فرض کنید A و B نقاط مینیمم نسبی و C و D نقاط عطف تابع $f(x) = x^4 - 6x^2 + 5$ باشند. زاویه بین پاره‌خط‌های AB و CD ، کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۳۰ (۳) ۴۵ (۴) ۶۰

۱۲۵- ارزش گزاره $(p \vee q) \Rightarrow r$ ، نادرست است. احتمال این که q نادرست باشد، کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{3}{8}$ (۴) $\frac{1}{2}$

۱۲۶- فرض کنید $C = (A - B) \cup (B - A)$ حاصل $(A' \cap B') \cap C'$ ، کدام است؟

- (۱) $A \cap B$ (۲) $A \cup B$ (۳) C (۴) C'

۱۲۷- حاصل عبارت $\sum_{k=1}^n k \binom{n}{k}$ ، کدام است؟

- (۱) $n2^{n-1}$ (۲) $n2^n$ (۳) $(n-1)2^{n-1}$ (۴) $(n-1)2^n$

۱۲۸- جدول فراوانی داده‌های زیر مفروض است. اگر مقدار میانه برابر ۱۳ باشد، واریانس داده‌ها، کدام است؟

داده	۸	۱۲	۱۳	۱۴	۲۶	۲۷	۲۸	a
فراوانی	۳	۲	۶	۳	۱	۱	۵	۱

- (۱) ۵۴/۸۶ (۲) ۵۵/۰۳ (۳) ۵۵/۲۶ (۴) ۵۵/۶۳

۱۲۹- برای یک مجموعه ۱۰۰ نفری از شهروندان یک شهر یک کد شش رقمی به صورت زیر ساخته می‌شود: دو رقم سمت راست، سن شهروند (۰۱ تا ۸۵)، سه رقم بعدی تعداد افراد هم‌سن (۱۰۰-۰۰۰) و رقم ششم جنسیت (مرد ۱، زن ۲) اختصاص می‌یابد. سپس کدهای به دست آمده را به ترتیب صعودی در یک مجموعه قرار می‌دهیم. سن مورد انتظار برای ده هزارمین عضو مجموعه، کدام است؟ (اگرچه ممکن است شهروندی به آن اختصاص نیابد.)

- (۱) ۱۵ (۲) ۱۶ (۳) ۵۴ (۴) ۵۵

۱۳۰- روی هر کارت یکی از اعداد ۱ تا ۱۲ را نوشته و سپس در یک کیسه قرار می‌دهیم. سپس به دلخواه یک کارت از کیسه بیرون می‌آوریم. اگر عدد زوج باشد، یک عدد دیگر از کیسه بیرون می‌آوریم و در سمت راست عدد اول قرار می‌دهیم. اگر عدد فرد باشد یک تاس پرتاب کرده و عدد رو شده را در سمت راست عدد اول قرار می‌دهیم. سپس از اعداد ساخته شده، در همه حالت‌های ممکن، مجموعه A را تشکیل می‌دهیم. یک عدد از مجموعه A انتخاب می‌کنیم. با کدام احتمال، عدد انتخابی بر ۴ بخش پذیر است؟

- (۱) $\frac{9}{34}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{9}{40}$ (۴) $\frac{2}{9}$

۱۳۱- تعداد اعداد سه و چهار رقمی مضرب ۹ که مکعب کامل باشند، کدام است؟ ($\sqrt[3]{10} \cong 2,1$)

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

۱۳۲- اگر تعداد مقسوم‌علیه‌های عدد صحیح $x = 6^m \times 10^n$ ، ۳۵ واحد از تعداد مقسوم‌علیه‌های $15x$ کمتر باشد، اختلاف بزرگترین و کوچکترین مقدار ممکن برای x، کدام است؟

- (۱) ۱۲۹۶ (۲) ۲۳۰۴ (۳) ۶۴۰۰ (۴) ۸۷۰۴

۱۳۳- تعداد اعداد شش رقمی به صورت **abaaba** که مضرب ۸۸ باشند، کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۳۴- مجموع باقیمانده و خارج قسمت تقسیم عدد طبیعی a بر ۱۳ برابر ۱۷ است. احتمال این که باقیمانده تقسیم a-۸ بر ۲۶، برابر ۲۱ باشد، کدام است؟

- (۱) $\frac{6}{13}$ (۲) $\frac{5}{13}$ (۳) $\frac{4}{13}$ (۴) $\frac{3}{13}$

۱۳۵- اگر m کوچکترین عدد طبیعی باشد که $m!$ بر 30 بخش پذیر باشد، آنگاه باقیمانده تقسیم m^{332} بر 31 ، کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۵ (۴) ۲۵

۱۳۶- در ظرف اول ۳ مهره آبی و ۶ مهره قرمز و در ظرف دوم ۴ مهره آبی و ۵ مهره قرمز قرار دارند. دو تاس پرتاب می‌کنیم. اگر مجموع اعداد روشده ۷ یا ۱۰ باشد، به تصادف یک مهره از ظرف اول خارج کرده و در ظرف دوم می‌اندازیم. در غیر این صورت از ظرف دوم یک مهره برداشته و به ظرف اول اضافه می‌کنیم. اکنون یک مهره از ظرف با مهره بیشتر انتخاب می‌کنیم. احتمال این که مهره آبی باشد، کدام است؟

- (۱) $\frac{7}{18}$ (۲) $\frac{11}{30}$ (۳) $\frac{19}{30}$ (۴) $\frac{11}{18}$

۱۳۷- تعداد جواب‌های طبیعی دستگاه معادلات $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 9 \\ x_4 + x_5 = 7 \end{cases}$ ، کدام است؟

- (۱) ۷۲ (۲) ۱۳۶ (۳) ۱۴۴ (۴) ۱۶۸

۱۳۸- اگر درجه دو رأس یک درخت مرتبه ۸، برابر ۳ و ۵ باشد، تعداد رئوس با درجه ۲ از درخت موردنظر، کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۳۹- مربع لائین زیر را در نظر بگیرید. زوج مرتب (a, b) ، کدام است؟

		۳		
b	۳	۱	۴	
	۲	۵	۱	۳
	۱	۴	۲	
				a

(۱) $(4, 5)$

(۲) $(4, 2)$

(۳) $(1, 5)$

(۴) $(1, 2)$

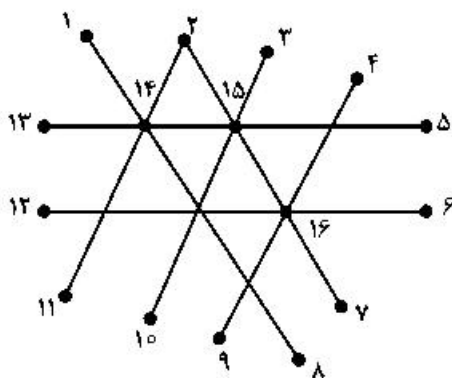
۱۴۰- برای گراف زیر، عدد احاطه‌گری مینیمال کدام است؟

(۱) ۲

(۲) ۳

(۳) ۴

(۴) ۵



۱۴۱- بردارهای $\vec{a} = (-1, \alpha, 2)$ و $\vec{b} = (-\frac{4}{3}, \frac{2}{3}, 2)$ در فضا مفروض‌اند. اگر بردار $(\vec{a} \cdot \vec{b})(\vec{a} \times \vec{b})$ موازی بردار

$\vec{c} = -\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$ باشد، مقدار α ، کدام است؟

(۱) ۱

(۲) صفر

(۳) ۳

(۴) هیچ مقداری برای α به دست نمی‌آید.

۱۴۲- اگر ماتریس ناصفر $b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix}$ چنان باشد که $\begin{bmatrix} 5 & -2 \\ 4 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4b_1 \\ 4b_2 \end{bmatrix}$ ، آنگاه مقدار a ، کدام است؟

- (۱) -۴ (۲) صفر (۳) ۴ (۴) ۱۲

۱۴۳- فرض کنید $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 & 8 & 4 \\ 3 & 2 & 5 \\ 6 & 9 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$. مجموع عناصر روی قطر اصلی ماتریس A ، کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۷ (۳) ۱۹ (۴) ۲۱

۱۴۴- فرض کنید $AA^T B = 52I$ و $A = \begin{bmatrix} 1 & a & 3 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ ، اگر $|B| = 104$ باشد، مجموع مقادیر ممکن برای a ، کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) صفر (۳) ۱ (۴) ۲

۱۴۵- کدام عبارت زیر درست است؟

- (۱) مجموعه خطوط عمود بر یک خط در فضا، بینهایت صفحه در فضا تشکیل می‌دهند.
 (۲) مجموعه نقاطی که از یک خط مفروض در فضا، متساوی‌فاصله‌اند، روی سطح یک کره قرار می‌گیرند.
 (۳) مجموعه نقاطی که مجموع فواصل آن‌ها از دو نقطه ثابت در فضا، به یک اندازه باشند، روی محیط یک بیضی قرار می‌گیرند.
 (۴) مجموعه خطوط گذرا از یک نقطه که با محور گذرا از آن نقطه، زاویه یکسان می‌سازند، روی سطح یک مخروط قرار می‌گیرند.

۱۴۶- بیضی با معادله $25(x-1)^2 + 16(y+1)^2 = 100$ با کانون‌های F و F' مفروض است. اگر طول پاره خط OF کوتاهتر از OF' باشد، معادله سهمی با رأس F و کانون F' ، کدام است؟

$$(1) (x-1)^2 - 12y + 6$$

$$(2) (y+1)^2 - 12x + 6$$

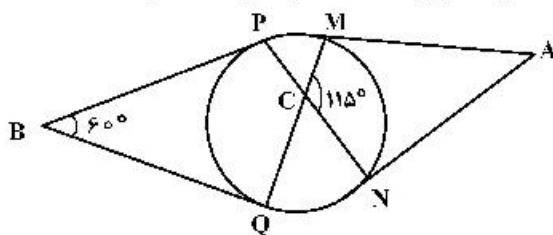
$$(3) (x-1)^2 - 12y + 6$$

$$(4) (y+1)^2 - 12x + 6$$

۱۴۷- رأس‌های یک مثلث متساوی‌الاضلاع بر روی اضلاع یک مثلث متساوی‌الاضلاع دیگر قرار دارد. به طوری که اضلاع آن بر یکدیگر عمودند. نسبت مساحت مثلث بزرگتر به مساحت مثلث کوچکتر، کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) $2\sqrt{3}$ (۳) $3/5$ (۴) ۴

۱۴۸- پاره‌خط‌های AM ، AN ، BP و BQ مطابق شکل زیر بر دایره مماس‌اند. زاویه MAN ، به درجه، کدام است؟



(۱) ۶۰

(۲) ۶۵

(۳) ۷۰

(۴) ۷۵

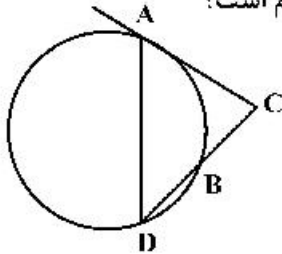
۱۴۹- در مثلثی به اضلاع ۱۰، ۱۷ و ۲۱، طول یکی از ارتفاع‌ها برابر $AH = 8$ است. اگر M ، N و P وسط اضلاع باشند، مساحت چهارضلعی که H و P ، N ، M و رأس‌های آن هستند، کدام است؟

- (۱) ۲۷ (۲) ۲۸ (۳) ۲۹ (۴) ۳۰

۱۵۰- مثلث ABC یک مثلث حاده‌الزاویه است. عمود منصف ضلع BC و نیمساز زاویه B در نقطه M در خارج مثلث متقاطع‌اند. کدام گزینه درست است؟

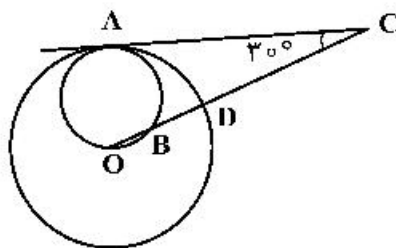
- (۱) $\hat{A} > \hat{B}$ (۲) $\hat{B} < \hat{A}$ (۳) $\hat{B} > 2\hat{C}$ (۴) $\hat{B} < 2\hat{C}$

۱۵۱- در شکل زیر پاره خط AC بر دایره مماس است. اگر $DB = BC$ آنگاه نسبت $\frac{AC}{BC}$ ، کدام است؟



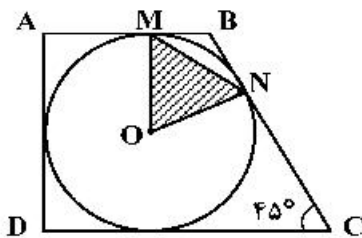
- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (۳) ۱ (۴) $\sqrt{2}$

۱۵۲- در شکل زیر، پاره خط AC و دایره کوچک، در نقطه A بر دایره بزرگ به شعاع ۶ و مرکز O واقع بر محیط دایره کوچک مماس‌اند. طول پاره خط BD ، کدام است؟



- (۱) ۴ (۲) ۲ (۳) $\sqrt{6}$ (۴) ۲

۱۵۳- مطابق شکل زیر، در دوزنقه $ABCD$ دایره‌ای به شعاع ۳ محاط شده است. مساحت مثلث OMN ، کدام است؟

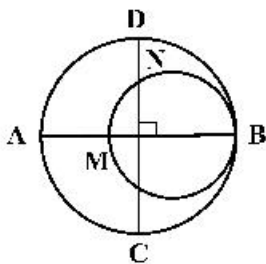


- (۱) $\frac{3\sqrt{2}}{4}$ (۲) $\frac{3\sqrt{2}}{8}$ (۳) $\frac{9\sqrt{2}}{4}$ (۴) $\frac{9\sqrt{2}}{8}$

۱۵۴- اگر $A = (-1, 2, 0)$ ، $B = (1, 0, -1)$ و $C = (0, -1, 1)$ سه رأس مثلث ABC باشند، طول ارتفاع AH ، کدام است؟

- (۱) $\frac{5\sqrt{3}}{4}$ (۲) $\frac{5\sqrt{3}}{3}$ (۳) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ (۴) $2\sqrt{3}$

۱۵۵- در شکل زیر، دو دایره برهم برهم مماس و قطرهای AB و CD از دایره بزرگتر برهم عمود هستند. اگر $AM = 16$ ، $DN = 10$ باشد، شعاع دایره کوچکتر، کدام است؟



- (۱) ۱۲ (۲) ۱۶ (۳) ۱۷ (۴) ۲۵