

۴۱- گزینه ۲ صحیح است.

$$4a + 3b = x \quad (1) \quad \text{فرض می کنیم}$$

$$a + b = \frac{\pi}{6} \rightarrow 6a + 6b = \pi \quad (2)$$

$$\underline{(1) + (2)} \rightarrow 10a + 9b = \pi + x$$

پس :

$$\sin(10a + 9b) = \sin(\pi + x) = -\sin x$$

$$\underbrace{\sin(10a + 9b)}_{-\sin x} + \sin x = 0$$

۴۲- گزینه ۲ صحیح است.

$$\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 1 \rightarrow x - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} \rightarrow x_A = \frac{3\pi}{4}$$

$$\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = -1 \rightarrow x - \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{2} \rightarrow x_B = \frac{7\pi}{4}$$

$$A\left(\frac{3\pi}{4}, \frac{\pi}{2} - 2\right), B\left(\frac{7\pi}{4}, \frac{-\pi}{2} - 2\right)$$

$$AB = \sqrt{\left(\frac{7\pi}{4} - \frac{3\pi}{4}\right)^2 + \left(\frac{-\pi}{2} - 2 - \frac{\pi}{2} + 2\right)^2} = \sqrt{\pi^2 + (-\pi)^2} = \sqrt{2}\pi$$

۴۳- گزینه ۱ صحیح است.

$$\frac{\sin\left(\theta + \frac{3\pi}{2}\right) + 2\sin(\pi - \theta)}{\cos\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) + 3\cos(2\pi + \theta)} = 3$$

$$\frac{-\cos\theta + 2\sin\theta}{-\sin\theta + 3\cos\theta} = 3$$

$$\rightarrow -\cos\theta + 2\sin\theta = -3\sin\theta + 9\cos\theta$$

$$\Delta \sin\theta = 10 \cos\theta$$

$$\tan\theta = 2$$

$$1 + \tan^2\theta = \frac{1}{\cos^2\theta} \rightarrow 1 + 4 = \frac{1}{\cos^2\theta} \rightarrow \cos^2\theta = \frac{1}{5}$$

$$\rightarrow \cos\theta = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

۴۴- گزینه ۴ صحیح است.

$$a < -3 \text{ یا } a > 3 \Rightarrow |a| > 3 \Rightarrow a^2 > 9 \Rightarrow a^2 - 8 > 1 \Rightarrow \text{تابع نمایی صعودی}$$

a مقادیر ۳ و ۲ و ۱ و ۰ و -۱ و -۲ و -۳ را نمی تواند اختیار کند.

۴۵- گزینه ۳ صحیح است.

$$200 \times 2^{2t} = 1000 \Rightarrow 2^{2t} = 5 \Rightarrow \log_2^5 = 2t$$

$$\frac{\log 5}{\log 2} = 2t \Rightarrow \frac{1 - \log 2}{\log 2} = 2t \Rightarrow \frac{1-a}{a} = 2t \Rightarrow t = \frac{1-a}{2a}$$

۴۶- گزینه ۱ صحیح است.

$$\text{صورت کسر} = \log_{2^2}^{5^{\frac{1}{2}}} \times \log_{5^3}^{3^{\frac{1}{3}}} = \frac{1}{2} \log_{\frac{2}{1}}^5 \times \frac{1}{3} \log_{\frac{5}{1}}^3 = \frac{1}{4} \times \frac{1}{9} \times \log_{\frac{2}{3}}^5 \times \log_{\frac{5}{1}}^3 = \frac{1}{36}$$

$$\text{مخرج کسر} = 5^{2 \log_5^{10}} - \log_5^2 = 5^{\log_5^{100}} - \log_5^2 = 5^{\log_5^{100}} = 5.$$

$$\text{حاصل کسر} = \frac{\frac{1}{36}}{50} = \frac{1}{1800}$$

۴۷- گزینه ۲ صحیح است.

$$\log_{\frac{1}{3}}(x-2)(x-4) < -1 \Rightarrow (x-2)(x-4) > 3 \Rightarrow$$

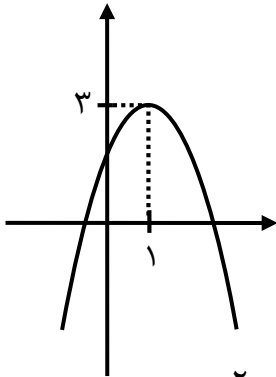
$$x^2 - 6x + 8 > 3 \Rightarrow x^2 - 6x + 5 > 0 \Rightarrow x \in (-\infty, 1) \cup (5, +\infty) \quad (1)$$

$$\begin{array}{l} \nearrow x-2 > 0 \rightarrow x > 2 \quad (2) \\ \searrow x-4 > 0 \rightarrow x > 4 \quad (3) \end{array}$$

دامنه تابع

این بازه شامل اعداد طبیعی ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ نمی باشد.  $\rightarrow (5, +\infty)$  مجموعه جواب نامعادله  $(1) \cap (2) \cap (3)$

۴۸- گزینه ۳ صحیح است.



$$\lim_{x \rightarrow 1} [f(x)] - \left[ \lim_{x \rightarrow 1} f(x) \right] = 2 - 3 = -1$$

۴۹- گزینه ۴ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} x^2 + [x] = 1 + 1 = 2$$

$$2 = a - 1 \Rightarrow 3 = a$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} ax + [-x] = a - 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x^2 + x - 12}{|x - 3|} = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{(x - 3)(x + 4)}{-(x - 3)} = \lim_{x \rightarrow 3^-} -(x + 4) = -7$$

۵۰- گزینه ۲ صحیح است.

$$x = 0 \in D_f$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin^2 x}{1 - \cos^3 x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 - \cos^2 x}{(1 - \cos x)(1 + \cos x + \cos^2 x)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 + \cos x}{1 + \cos x + \cos^2 x} = \frac{2}{3}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{|x^2 - 2x|}{x - x^3} + a = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x^2 - 2x}{x - x^3} + a$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x(x - 2)}{x(1 - x^2)} + a = \frac{-2}{1} + a = -2 + a$$

$$f(0) = [0] + b = b$$

$$\frac{2}{3} = a - 2 = b \Rightarrow a - b = \frac{8}{3} = 2$$