



مبارزه علمی برای جوانان، زنده کردن روح جست و جو و کشف واقعیت هاست. «ام خمینی (ره)»

دفترچه سؤالات مرحله اول سال ۱۴۰۲

# سی و چهارمین دوره المپیاد کامپیوتر

## کد دفترچه: ۱

تعداد سؤالات	مدت آزمون
۱۵ سؤال	۱۲۰ دقیقه

نام:

نام خانوادگی:

شماره صندلی:

توضیحات مهم

استفاده از هر نوع ماشین حساب ممنوع است.

- ۱- کد دفترچه سؤالات شما یک است. این کد را در محل مربوط روی پاسخ نامه با مداد پر کنید، در غیر این صورت پاسخ نامه شما تصحیح نخواهد شد.
- ۲- بلافاصله پس از آغاز آزمون، تعداد سؤالات داخل دفترچه و همه برگه های دفترچه سؤالات را بررسی نمایید، در صورت هر گونه نقصی در دفترچه، در اسرع وقت مسؤل جلسه را مطلع کنید.
- ۳- یک برگ پاسخ نامه در اختیار شما قرار گرفته که مشخصات شما بر روی آن نوشته شده است، در صورت نادرست بودن آن، در اسرع وقت مسؤل جلسه را مطلع کنید. ضمناً مشخصات خواسته شده در پایین پاسخ نامه را با مداد مشکی بنویسید.
- ۴- برگه پاسخ نامه را دستگاه تصحیح می کند، پس آن را تا نکنید و تمیز نگه دارید و به علاوه، پاسخ هر پرسش را با مداد مشکی نرم در محل مربوط علامت بزنید. لطفاً خانه مورد نظر را کاملاً سیاه کنید.
- ۵- دفترچه باید همراه پاسخ نامه تحویل داده شود.
- ۶- پاسخ درست به هر سوال ۴ نمره مثبت و پاسخ نادرست ۱ نمره منفی دارد.
- ۷- شرکت کنندگان در دوره تابستانی از بین دانش آموزان پایه دهم و یازدهم انتخاب می شوند.
- ۸- خبر گاه المپیاد کامپیوتر: [inoi.ir](http://inoi.ir) می باشد.

## مرحله‌ی یکم سی و چهارمین المپیاد کامپیوتر کشور

- زمان آزمون ۱۲۰ دقیقه است.
- پاسخ درست به هر سوال ۴ نمره‌ی مثبت و پاسخ نادرست به هر سوال ۱ نمره‌ی منفی دارد.
- سوالات ۷ تا ۱۵ در دسته‌های چند سوالی آمده‌اند و قبل از هر دسته توضیحی ارائه شده است.

۱ **جیبارا** سیاره‌ای شامل موجودات فرازمینی است. هر سال در این سیاره شامل ۱۶ ماه ۳۲ روزه است. ساکنین جیبارا تاریخ را در دو قالب «روز/ماه/سال» و «ماه/روز/سال» می‌نویسند. این کار باعث می‌شود برخی اوقات نتوانند روز دقیق را از روی تاریخ نوشته شده تشخیص دهند (برای مثال «۱۲/۴/۱۲۰۰») مشخص نیست که به روز دوازدهم ماه چهارم اشاره می‌کند یا به روز چهارم ماه دوازدهم). در جیبارا به یک روز مقدس گویند، اگر از تاریخ نوشته شده‌ی آن روز (بدون دانستن نوع قالب نوشته شده)، بتوان روز را به طور یکتا تشخیص داد. در جیبارا، طی سال ۱۴۰۲ چند روز مقدس وجود دارد؟

(۱) ۵۱۲      (۲) ۷۶۸      (۳) ۲۷۲      (۴) ۲۵۶      (۵) ۳۰۰

۲ به هنگام جمع کردن دو عدد، ده بر یک وقتی رخ می‌دهد که جمع دو رقم متناظر از ۹ بیش‌تر شود. برای مثال به هنگام جمع کردن دو عدد ۱۵۳ و ۶۹ ارقام ۵ (از عدد اول) و ۶ (از عدد دوم) ده بر یک می‌سازند. می‌خواهیم دو عدد پنج‌رقمی  $A$  و  $B$  انتخاب کنیم، طوری که اولاً هر یک از ارقام ۰ تا ۹ دقیقاً یک بار در یکی از این دو عدد به کار رفته باشد؛ ثانیاً به هنگام جمع کردن این دو عدد، ده بر یک رخ ندهد. به چند طریق این کار ممکن است؟

(۱) ۱۴۴۰۰      (۲) ۳۲      (۳) ۳۰۷۲      (۴) ۳۸۴۰      (۵) ۱۲۸

۳ یک فروشگاه برای خریداران باتری پیشنهاد ویژه‌ای در نظر گرفته است. خریداران پس از مصرف، با برگرداندن هر سه باتری خالی (مصرف شده) به فروشگاه، یک باتری نو به صورت مجانی می‌گیرند. اگر قیمت هر باتری هزار تومان باشد، حداقل چند هزار تومان پول نیاز داریم تا بتوانیم ۱۰۸۴ باتری مصرف کنیم؟

(۱) ۷۲۳      (۲) ۷۲۹      (۳) ۸۱۰      (۴) ۸۱۳      (۵) ۱۰۸۴

۴ ایلیچ می‌خواهد روی هر یک از خانه‌های جدول زیر، یکی از اعداد ۱ تا ۵ را بنویسد (الزامی ندارد اعداد نوشته شده متمایز باشند):

--	--	--	--	--	--

پس از نوشتن اعداد توسط ایلیچ، قورباغه‌ای در خانه‌ی سمت چپ جدول قرار می‌گیرد. هر مرحله قورباغه عدد خانه‌ی خود را دیده و به همان مقدار، به سمت راست می‌پرد (برای مثال اگر عدد خانه‌ی قورباغه برابر ۱ باشد، قورباغه به خانه‌ی مجاور راستی می‌پرد). اگر عدد قورباغه به قدری بزرگ باشد که خانه‌ای برای مقصد پرش وجود نداشته باشد، قورباغه نخواهد پرید. ایلیچ به چند روش می‌تواند اعداد را در خانه‌های جدول بنویسد، طوری که قورباغه پس از تعدادی گام، به خانه‌ی سمت راست جدول برسد؟

(۱) ۶۲۵      (۲) ۵۶۲۵      (۳) ۳۱۲۵      (۴) ۳۲      (۵) ۶۴۸۰

## مرحله‌ی یکم سی و چهارمین المپیاد کامپیوتر کشور

۵ به هر یک از ارقام ۰ و ۱ یک بیت می‌گوییم. عمل  $\wedge$  روی دو بیت به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$0 \wedge 0 = 0 \quad 0 \wedge 1 = 0 \quad 1 \wedge 0 = 0 \quad 1 \wedge 1 = 1$$

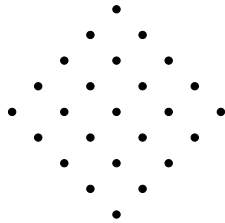
عمل  $\wedge$  بین دو عدد به این صورت انجام می‌شود که ابتدا دو عدد را در مبنای ۲ می‌نویسیم، سپس برای هر بیت متناظر عمل  $\wedge$  را انجام می‌دهیم. برای مثال:

$$6 \wedge 13 = (110)_2 \wedge (1101)_2 = (100)_2 = 4$$

به ازای هر عدد طبیعی  $x$  از ۱ تا ۱۰۲۴ مقدار  $x \wedge (2x)$  را محاسبه می‌کنیم. مجموع اعداد به دست آمده چقدر است؟

۲۶۱۸۸۸ (۵)      ۵۲۳۲۶۴ (۴)      ۵۲۴۰۳۲ (۳)      ۵۲۳۷۷۶ (۲)      ۲۶۱۶۳۲ (۱)

۶ شکل زیر، شبکه‌ای از ۲۵ نقطه است:



منظور از یک امینک، مربعی با اضلاع افقی و عمودی است که رأس‌های آن از نقاط شکل بالا باشند. در ابتدا تمام نقاط شکل بالا سیاه هستند. هر مرحله می‌توانیم یکی از دو کار زیر را انجام دهیم:

- یک نقطه‌ی سیاه را انتخاب کرده و آن را سفید کنیم.
- یک امینک انتخاب کرده و تمام نقطه‌های روی رأس‌ها و ضلع‌های آن را سفید کنیم.

حداقل چند مرحله نیاز داریم تا بتوانیم تمام نقاط شکل بالا را سفید کنیم؟

۱۱ (۵)      ۱۰ (۴)      ۹ (۳)      ۸ (۲)      ۷ (۱)

یک جدول شماره‌دار، جدولی  $n \times n$  است که سطرهای آن به ترتیب از بالا به پایین با اعداد ۱ تا  $n$  و ستون‌های آن نیز به ترتیب از چپ به راست با اعداد ۱ تا  $n$  شماره‌گذاری شده‌اند. برای مثال، شکل زیر یک جدول شماره‌دار  $3 \times 3$  است:

	۱	۲	۳
۱			
۲			
۳			

به یک جدول شماره‌دار سلطانی می‌گوییم، اگر خانه‌های آن با سیاه و سفید رنگ شده باشند و هم‌چنین به ازای هر  $i, j \in \{1, 2, 3\}$  سطر شماره  $i$  و ستون شماره  $j$  مجموعاً حداقل  $|j - i|$  خانه‌ی سیاه داشته باشند.

## مرحله‌ی یکم سی و چهارمین المپیاد کامپیوتر کشور

با توجه به توضیحات بالا به ۲ سوال زیر پاسخ دهید

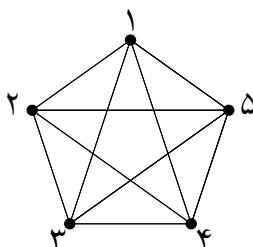
۷ یک جدول شماره‌دار سلطانی  $3 \times 3$  حداقل چند خانه‌ی سیاه دارد؟

- ۲ (۱)      ۳ (۲)      ۶ (۳)      ۵ (۴)      ۴ (۵)

۸ یک جدول شماره‌دار سلطانی  $4 \times 4$  حداقل چند خانه‌ی سیاه دارد؟

- ۸ (۱)      ۶ (۲)      ۷ (۳)      ۵ (۴)      ۴ (۵)

در شکل زیر، پنج نقطه با شماره‌های ۱ تا ۵ داریم که تمام پاره‌خط‌های میان آن‌ها کشیده شده است:



به هر یک از پنج نقطه‌ی گفته شده یک رأس می‌گوییم. هر یک از پاره‌خط‌های میان رأس‌ها را نیز یک یال می‌نامیم. عمل علم‌فور شامل انتخاب چهار رأس و علامت زدن تمام یال‌های میان آن‌هاست.

با توجه به توضیحات بالا به ۲ سوال زیر پاسخ دهید

۹ حداقل چند عمل علم‌فور نیاز است تا تمام یال‌ها دست کم یک بار علامت زده شوند؟

- ۲ (۱)      ۵ (۲)      ۶ (۳)      ۳ (۴)      ۴ (۵)

۱۰ می‌خواهیم تعدادی عمل علم‌فور انجام دهیم، طوری که هر یال دقیقاً  $k$  بار علامت بخورد و  $k$  عددی طبیعی باشد. کمینه‌ی ممکن برای  $k$  چیست؟

- ۵ (۱)      ۲ (۲)      ۴ (۳)      ۳ (۴)      ۶ (۵)

در زمان پادشاهی سلطان، کتیبه‌هایی نوشته شده بودند که به تازگی کشف شده‌اند. هر کتیبه از تعدادی دایره‌ی سیاه و سفید تشکیل شده که برخی از آن‌ها با پاره‌خط‌هایی به هم وصل هستند. باستان‌شناسان متوجه شدند که کتیبه‌های سلطان با اعداد ۱، ۲، ۳ و ... شماره‌گذاری شده‌اند. هر کدام از کتیبه‌های شماره ۱ و ۲ فقط یک دایره دارند و به صورت زیر هستند:



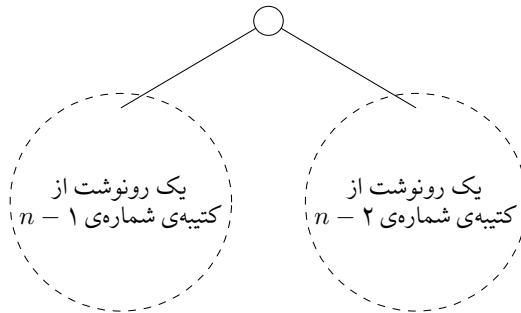
کتیبه‌ی شماره‌ی ۲



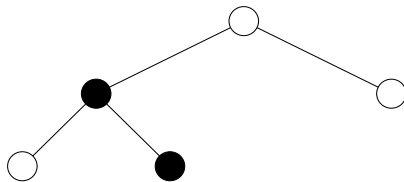
کتیبه‌ی شماره‌ی ۱

## مرحله‌ی یکم سی و چهارمین المپیاد کامپیوتر کشور

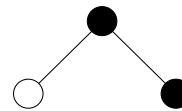
به ازای هر  $n \geq 3$  نیز کتیبه‌ی شماره  $n$  به شکل زیر است (که در آن دایره‌ی بالا به دایره‌های بالایی دو رونوشت از کتیبه‌های شماره‌ی  $n-1$  و  $n-2$  با یک پاره‌خط وصل شده است):



دایره‌ی بالایی کتیبه‌های با شماره‌ی زوج، سفید و دایره‌ی بالایی کتیبه‌های با شماره‌ی فرد، سیاه است. برای مثال، کتیبه‌های شماره ۳ و ۴ در شکل زیر قابل مشاهده است:



کتیبه‌ی شماره‌ی ۴



کتیبه‌ی شماره‌ی ۳

هر مسیر در یک کتیبه، از یک دایره آغاز می‌شود، هر مرحله با طی کردن یک پاره‌خط به یک دایره‌ی دیگر می‌رود تا در نهایت به دایره‌ی مقصد برسد (عبور از دایره‌ی تکراری در مسیر، مجاز نیست). توجه کنید ممکن است مسیر شامل فقط یک دایره باشد.

\_\_\_\_\_ با توجه به توضیحات بالا به ۲ سوال زیر پاسخ دهید \_\_\_\_\_

**۱۱** بزرگی یک مسیر در یک کتیبه، تعداد دایره‌های آن است. در کتیبه‌ی شماره‌ی ۷، چند مسیر با بزرگی ۳ وجود دارد؟

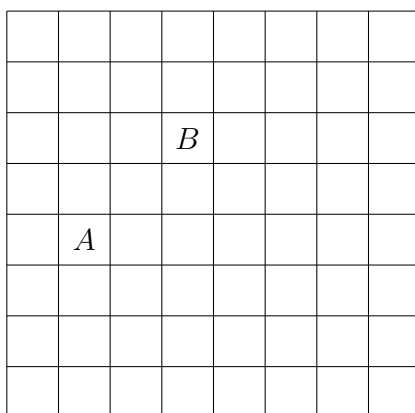
- ۰ (۵)                      ۴۱ (۴)                      ۶۰ (۳)                      ۱۲ (۲)                      ۳۴ (۱)

**۱۲** به یک مسیر در یک کتیبه، تکفام گوئیم، اگر تمام دایره‌های آن هم‌رنگ باشند. در کتیبه‌ی شماره‌ی ۷ چند مسیر تکفام وجود دارد؟

- ۴۲ (۵)                      ۳۸ (۴)                      ۵۵ (۳)                      ۱۳ (۲)                      ۲۴ (۱)

هر حرکت مهره‌ی فیل در شطرنج، با در نظر گرفتن یکی از قطرهای شامل خانه‌ی فعلی و منتقل کردن مهره به یک خانه‌ی دیگر از آن قطر انجام می‌شود. برای مثال در شکل زیر، مهره‌ی فیل می‌تواند با یک حرکت از خانه‌ی  $A$  به خانه‌ی  $B$  برود:

مرحله‌ی یکم سی و چهارمین المپیاد کامپیوتر کشور

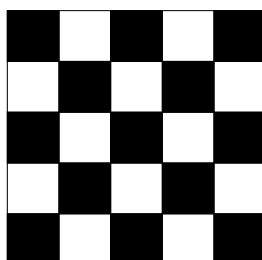


دو مهره‌ی فیل یک‌دیگر را تهدید می‌کنند، اگر در یک قطر قرار داشته باشند. برای مثال در شکل بالا، اگر دو مهره‌ی فیل در خانه‌های  $A$  و  $B$  وجود داشته باشد، یک‌دیگر را تهدید می‌کنند.

\_\_\_\_\_ با توجه به توضیحات بالا به ۳ سوال زیر پاسخ دهید \_\_\_\_\_

در تخته‌ی شطرنجی  $5 \times 5$  زیر، می‌خواهیم یک مهره‌ی فیل روی یکی از خانه‌های سیاه قرار دهیم و با تعدادی حرکت، کاری کنیم که مهره‌ی فیل، تمام خانه‌های سیاه را ببیند (تمام خانه‌هایی که در مسیر یک حرکت هستند نیز توسط مهره دیده می‌شوند). مهره را حداقل چند بار باید حرکت بدهیم تا به هدفمان برسیم؟

۱۳



۸ (۵)                      ۷ (۴)                      ۶ (۳)                      ۹ (۲)                      ۱۰ (۱)

در یک تخته‌ی شطرنج  $5 \times 9$  حداکثر چند مهره‌ی فیل می‌توان قرار داد، طوری که یک‌دیگر را تهدید نکنند؟

۱۴

۱۳ (۵)                      ۱۰ (۴)                      ۱۱ (۳)                      ۱۴ (۲)                      ۱۲ (۱)

پاسخ سوال قبل را  $k$  در نظر بگیرید. به چند طریق می‌توان  $k$  مهره‌ی فیل در خانه‌های یک تخته‌ی شطرنج  $5 \times 9$  قرار داد، طوری که یک‌دیگر را تهدید نکنند؟

۱۵

۷۵ (۵)                      ۳ (۴)                      ۱ (۳)                      ۴۲ (۲)                      ۲۵ (۱)