



آزمون ۱۱ از ۱۴



اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.
امام خمینی (ره)

شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان
سازمان سنجش آموزش کشور

**پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی
سنجش دوازدهم - جامع نوبت اول
(۱۴۰۲/۰۱/۲۵)**

علوم ریاضی و فنی (دوازدهم)

کارنامه آزمون، عصر روز برگزاری آن از طریق سایت اینترنتی زیر قابل مشاهده می‌باشد:

www.sanjeshserv.ir

مدیران، مشاوران و دبیران محترم دبیرستان‌ها و مراکز آموزشی

به منظور فراهم نمودن زمینه ارتباط مستقیم مدیران، مشاوران و دبیران محترم دبیرستان‌ها و مراکز آموزشی همکار در امر آزمون‌های آزمایشی سنجش و بهره‌مندی از نظرات ارزشمند شما عزیزان در خصوص این آزمون‌ها، آدرس پست الکترونیکی test@sanjeshserv.com معرفی می‌گردد. از شما عزیزان دعوت می‌شود، دیدگاه‌های ارزشمند خود را از طریق آدرس فوق با مدیر تولیدات علمی و آموزشی این مجموعه در میان بگذارید.



کانال تلگرام آزمون‌های آزمایشی سنجش @sanjesheducationgroup

ریاضیات

۱. گزینه ۴ درست است.

$$(x + x^{-1})^2 = 5^2 \rightarrow x^2 + x^{-2} + \underbrace{2x \cdot x^{-1}}_{=1} = 25$$

$$x^2 + x^{-2} = 23 \xrightarrow{\text{دو طرف به توان } 2} x^4 + x^{-4} + 2x^2 \cdot x^{-2} = 529 \rightarrow \boxed{x^4 + x^{-4} = 527} \quad (1)$$

$$(x + x^{-1})^3 = 5^3 \rightarrow x^3 + x^{-3} + 3x^2 \cdot x^{-1} + 3x \cdot x^{-2} = 125$$

$$x^3 + x^{-3} + 3(x + x^{-1}) = 125 \rightarrow \boxed{x^3 + x^{-3} = 110} \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow (x^4 + x^{-4})(x^3 + x^{-3}) = 527 \times 110$$

$$x^7 + x^{-7} + \underbrace{x + x^{-1}}_{=5} = 57970$$

$$\boxed{x^7 + x^{-7} = 57965}$$

۲. گزینه ۳ درست است.

اگر $|a| = -a$ باشد، آنگاه $a \leq 0$ بنابراین:

$$|x^2 - 5x - 24| = -x^2 + 5x + 24 \rightarrow x^2 - 5x - 24 \leq 0$$

x	$-\infty$	-3	8	$+\infty$
$x^2 - 5x - 24$	$+$	ϕ	$-$	$+$

$$\Rightarrow -3 \leq x \leq 8$$

در این بازه جواب ۱۲ عدد صحیح وجود دارد.

۳. گزینه ۴ درست است.

$$f(x) = ax + b \begin{cases} \xrightarrow{\text{گذرا بر } A(-2, -1)} -1 = -2a + b \\ \xrightarrow{\text{گذرا بر } B(1, 5)} 5 = a + b \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 3 \end{cases} \rightarrow \boxed{f(x) = 2x + 3} \quad (1)$$

$$y = (x + 2)^2 - 3 \xrightarrow[\text{قرینه نسبت به محور } x \text{ ها}]{y \rightarrow -y} y = -(x + 2)^2 + 3 \xrightarrow{\text{واحد انتقال در جهت منفی } y \text{ ها}}$$

$$y = -(x + 2)^2 \xrightarrow[\text{در جهت مثبت محور } x \text{ ها}]{\text{واحد انتقال } 2} \boxed{y = -x^2} \quad (2)$$

$$(1), (2) \xrightarrow{\text{نقاط برخورد}} -x^2 = 2x + 3 \Rightarrow x^2 + 2x + 3 = 0$$

$$\Delta = -8 < 0 \rightarrow \text{دو نمودار هیچ نقطه برخوردی ندارند.}$$

۴. گزینه ۱ درست است.

$$\tan 135^\circ = \text{شیب خط} = \frac{-(2K + 3)}{-(5 - K)}$$

$$-1 = \frac{2K + 3}{5 - K} \rightarrow \boxed{K = -8} \Rightarrow -13x - 13y - 78 = 0 \xrightarrow{\div (-13)} x + y + 6 = 0$$

$$\rightarrow \begin{cases} \text{شیب} = -1 \\ \text{عرض از مبدأ} = -6 \end{cases} \Rightarrow \text{مجموع } K \text{ و شیب و عرض از مبدأ} = -15$$

۵. گزینه ۲ درست است.

ریشه پنجم عدد A برابر $\frac{2}{3}$ است.

$$\sqrt[5]{A} = \frac{2}{3} \rightarrow A = \frac{2^5}{3^5}$$

b ریشه منفی چهارم عدد A است یعنی:

$$b = -\sqrt[4]{\frac{2^5}{3^5}} = -\frac{2}{3}\sqrt[4]{\frac{2}{3}} = -\frac{2^4\sqrt{2}}{3^4\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{-2^4\sqrt{54}}{9}$$

۶. گزینه ۳ درست است.

$$\sqrt{3 + \frac{3\sqrt{3}}{2}} = \sqrt{\frac{6 + 3\sqrt{3}}{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{12 + 6\sqrt{3}}{4}} = \frac{\sqrt{12 + 6\sqrt{3}}}{2}$$

عبارت $12 + 6\sqrt{3}$ را به صورت $(3 + \sqrt{3})^2$ می نویسیم:

$$\frac{\sqrt{12 + 6\sqrt{3}}}{2} = \frac{\sqrt{(3 + \sqrt{3})^2}}{2} = \frac{3 + \sqrt{3}}{2} = \frac{3}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{\frac{9}{4}} + \sqrt{\frac{3}{4}}$$

a می تواند $\frac{9}{4}$ و b می تواند $\frac{3}{4}$ باشد و $a - b = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$ باشد.

۷. گزینه ۳ درست است.

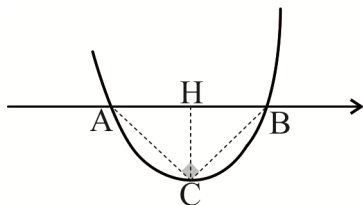
$$f(a_1) + f(a_1q) + f(a_1q^2) + f(a_1q^3) + f(a_1q^4) =$$

$$\text{Log}_3^{a_1} + \text{Log}_3^{a_1q} + \text{Log}_3^{a_1q^2} + \text{Log}_3^{a_1q^3} + \text{Log}_3^{a_1q^4} = \text{Log}_3^{a_1^5 q^{10}} = 30$$

$$\rightarrow 5\text{Log}_3^{a_1} + 10\text{Log}_3^q = 30 \xrightarrow{q=9} 5\text{Log}_3^{a_1} + 10(2) = 30 \rightarrow \text{Log}_3^{a_1} = 2 \rightarrow a_1 = 9$$

۸. گزینه ۲ درست است.

مثلث ABC در رأس C قائم است و ارتفاع CH میانه وارد بر وتر AB و نصف آن است.



$$CH = \frac{1}{2}AB \rightarrow \left| \frac{-\Delta}{4a} \right| = \frac{1}{2} \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} \xrightarrow{\times |a|} \left| \frac{\Delta}{4} \right| = \frac{1}{2} \sqrt{\Delta}$$

$$\rightarrow |\Delta| = 2\sqrt{\Delta} \xrightarrow{\text{توان دو}} \Delta^2 = 4\Delta \rightarrow \Delta = 4 \rightarrow b^2 - 4(2)(+3) = 4 \rightarrow$$

$$b^2 - 24 = 4 \rightarrow b^2 = 28 \rightarrow b = \pm 2\sqrt{7}$$

۹. گزینه ۱ درست است.

چون مجموع دو عبارت غیرمنفی برابر صفر است؛ پس هر یک از عبارات، همزمان به ازای ریشه معادله باید صفر باشند:

$$x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \end{cases}$$

$x = -2$ تنها ریشه منفی رادیکال اول است، بنابراین $x = -2$ ریشه رادیکال دوم هم است:

$$(-2)^3 - a(-2) = 0 \rightarrow a = 4$$

↓

$$\text{ضلع مربع: } 3x - 4y - 9 = 0$$

چون نقطه $A(2, 3)$ روی این ضلع مربع قرار ندارد بنابراین فاصله A تا خط $3x - 4y - 9 = 0$ برابر اندازه ضلع مربع است:

$$d = \frac{|۳(۲) - ۴(۳) - ۹|}{\sqrt{۳^۲ + (-۴)^۲}} = \frac{۱۵}{۵} = ۳$$

محیط مربع = $۴ \times ۳ = ۱۲$

۱۰. گزینه ۲ درست است.

$$f \circ g^{-1}(x) = \frac{۳x-۱}{x+۲} \rightarrow g^{-1}(x) = f^{-1}\left(\frac{۳x-۱}{x+۲}\right) \rightarrow x = g \circ f^{-1}\left(\frac{۳x-۱}{x+۲}\right) \rightarrow x = \Delta f^{-1}\left(\frac{۳x-۱}{x+۲}\right) + ۹$$

اگر $\frac{۳x-۱}{x+۲} = -۴$ آنگاه $x = -۱$ می شود:

$$-۱ = \Delta f^{-1}(-۴) + ۹ \rightarrow \boxed{f^{-1}(-۴) = -۲} \quad (۱)$$

$$g^{-1}(-۶) = K \rightarrow -۶ = g(K) \rightarrow -۶ = \Delta K + ۹ \rightarrow K = -۳ \Rightarrow \boxed{g^{-1}(-۶) = -۳} \quad (۲)$$

$$(۱), (۲) \Rightarrow f^{-1}(-۴) \times g^{-1}(-۶) = (-۲)(-۳) = ۶$$

۱۱. گزینه ۳ درست است.

$$۳ \cot x + \tan\left(\pi + \frac{\pi}{۳}\right) = ۲ \left(\cot x + \tan\left(۲\pi - \frac{\pi}{۳}\right)\right)$$

$$۳ \cot x + \tan \frac{\pi}{۳} = ۲ \left(\cot x - \tan \frac{\pi}{۳}\right)$$

$$۳ \cot x + \sqrt{۳} = ۲(\cot x - \sqrt{۳}) \rightarrow \boxed{\cot x = -۳\sqrt{۳}}$$

$$\cos ۲x = 1 - ۲ \sin^۲ x \xrightarrow{1 + \cot^۲ x = \frac{1}{\sin^۲ x}} \cos ۲x = 1 - ۲\left(\frac{1}{۲۸}\right) \rightarrow \boxed{\cos ۲x = \frac{۱۳}{۱۴}}$$

$$\sin\left(\frac{۳۵\pi}{۶}\right) = \sin\left(۶\pi - \frac{\pi}{۶}\right) = -\sin \frac{\pi}{۶} = -\frac{1}{۲}$$

عبارت مورد نظر = $۶\left(-\frac{1}{۲}\right) + ۲۸\left(\frac{1۳}{۱۴}\right) = -۳ + ۲۶ = ۲۳$

۱۲. گزینه ۲ درست است.

$$f(x) = ۳ - \sqrt{1-x} \rightarrow 1-x \geq 0 \rightarrow x \leq 1 \rightarrow D_f = (-\infty, 1] \rightarrow R_f = (-\infty, ۳] = D_{f^{-1}}$$

$$g(x) = f^{-1}(1-۲x) \rightarrow 1-۲x \leq ۳ \rightarrow x \geq -۱ \rightarrow D_g = [-۱, +\infty)$$

$$D_{g \circ f(x)} = \{x \mid x \in D_f, f(x) \in D_g\} = \{x \mid x \leq 1, ۳ - \sqrt{1-x} \geq -۱\}$$

$$= \{x \mid x \leq 1, x \geq -۱۵\} = [-۱۵, 1]$$

↓

این بازه شامل ۱۷ عدد صحیح است.

۱۳. گزینه ۴ درست است.

$$\log_r^{(۴۸+۴^x)} = x + ۴ \rightarrow ۴۸ + ۴^x = ۲^{x+۴}$$

$$۴۸ + ۴^x = ۲^x \times ۲^۴ \rightarrow ۴^x - ۱۶ \times ۲^x + ۴۸ = 0 \xrightarrow{\text{با فرض } ۲^x = t} t^۲ - ۱۶t + ۴۸ = 0 \rightarrow (t-۱۲)(t-۴) = 0$$

$$\begin{cases} t = ۱۲ \rightarrow ۲^x = ۱۲ \rightarrow x_1 = \log_2^{1۲} \\ t = ۴ \rightarrow ۲^x = ۲^۲ \rightarrow x_۲ = ۲ \end{cases}$$

$$\begin{cases} t = ۴ \rightarrow ۲^x = ۲^۲ \rightarrow x_۲ = ۲ \end{cases}$$

$$x_1 \cdot x_2 = \log_2^2 \times 2 = (\log_2^2 \times 2) \times 2 = (2 + \log_2^2) \times 2 = 4 + 2 \log_2^2 = \log_2^4 + \log_2^2$$

$$= \log_2^2 \times 2^2 = \log_{2 \rightarrow b=2}^{144 \rightarrow a=144} \rightarrow \frac{a}{b} = \frac{144}{2} = 72$$

۱۴. گزینه ۴ درست است.

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 1^+} g(x) = (-1) \times 2 = -2 \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} g(x) = (-2) \times b = -2b \\ g(1) = (-1)(a+b) = -a-b \end{array} \right\} \begin{array}{l} \rightarrow -2b = -2 \rightarrow \boxed{b=1} \\ \rightarrow -a-b = -2 - a - 1 = -2 \rightarrow \boxed{a=1} \end{array} \Rightarrow 2a + 3b = 2(1) + 3(1) = 5$$

۱۵. گزینه ۱ درست است.

می‌دانیم $\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1$ ، بنابراین:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{(\sin x - 1)(2 \sin x + 1)}{2 \cos^2 x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{(\sin x - 1)(2 \sin x + 1)}{2(1 - \sin^2 x)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{-\cancel{(1 - \sin x)}(2 \sin x + 1)}{2 \cancel{(1 - \sin x)}(1 + \sin x)} = \frac{-3}{2 \times 2} = \frac{-3}{4}$$

۱۶. گزینه ۳ درست است.

$$\max(f(x)) = 2 \Rightarrow a = 2$$

$$x_A \Rightarrow x - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} \rightarrow x = \frac{5\pi}{6} \Rightarrow A\left(\frac{5\pi}{6}, 2\right)$$

$$x_B \Rightarrow x - \frac{\pi}{3} = 3\pi \rightarrow x = \frac{10\pi}{3} \Rightarrow B\left(\frac{10\pi}{3}, 0\right)$$

$$AB \text{ شیب خط } m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{0 - 2}{\frac{10\pi}{3} - \frac{5\pi}{6}} = -\frac{4}{\Delta\pi}$$

$$y - 0 = \frac{-4}{\Delta\pi} \left(x - \frac{10\pi}{3}\right)$$

$$y = \frac{-4}{\Delta\pi} x + \frac{40}{3}$$

$$m = \frac{-4}{\Delta\pi}, \quad b = \frac{40}{3}$$

$$\text{مقدار عبارت مورد نظر سؤال} = 3b - 10\pi m = 3\left(\frac{40}{3}\right) - 10\pi\left(\frac{-4}{\Delta\pi}\right) = 40 + 40 = 80$$

۱۷. گزینه ۲ درست است.

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{ABD} = \widehat{C} \text{ محاطی} = \frac{\widehat{BD}}{2} \\ \widehat{A} = \widehat{A} = \text{مشترک} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle BAD \sim \triangle ABC \quad (z, z)$$

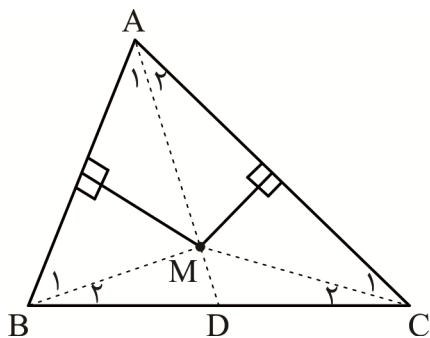
$$\Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{BD}{BC} = \frac{AB}{AC} \Rightarrow \frac{AD}{3} = \frac{2}{4} = \frac{3}{AC} \begin{cases} \longrightarrow \boxed{AC = 6} \\ \longrightarrow \boxed{AD = 1.5} \end{cases}$$

$$DC = AC - AD = 6 - 1.5 = 4.5$$

۱۸. گزینه ۱ درست است.

$$AB \text{ روی عمود منصف } M \rightarrow MA = MB \rightarrow \hat{A}_1 = \hat{B}_1 \quad (1)$$

$$AB \text{ روی عمود منصف } M \rightarrow MA = MC \rightarrow \hat{A}_2 = \hat{C}_1 \quad (2)$$



$$\begin{cases} \text{طبق (۱)} \\ \Delta \text{ } \hat{BMD} = \hat{A}_1 + \hat{B}_1 = 2\hat{A}_1 \\ \text{زاویه خارجی } \Delta \text{ } \text{AMB} \\ \text{طبق (۲)} \\ \Delta \text{ } \hat{DMC} = \hat{A}_2 + \hat{C}_1 = 2\hat{A}_2 \\ \text{زاویه خارجی } \Delta \text{ } \text{AMC} \end{cases}$$

$$\hat{BMC} = \hat{BMD} + \hat{DMC} = 2\hat{A}_1 + 2\hat{A}_2 = 2(\hat{A}_1 + \hat{A}_2) = 2\hat{A} \Rightarrow \boxed{\hat{BMC} = 2\hat{A}}$$

۱۹. گزینه ۳ درست است.

دو مثلث ABC و ABD دارای قاعده مشترک AB هستند و ارتفاع نظیر این قاعده در دو مثلث (فاصله دو خط موازی) یکسان است؛ بنابراین $S_{\Delta ABC} = S_{\Delta ABD}$ با کم کردن $S_{\Delta AOB}$ از دو طرف این رابطه:

$$S_{\Delta AOD} = S_{\Delta BOC} = x \quad (\text{مساحت بال‌های پروانه یکسان است})$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{S_{\Delta AOD}}{S_{\Delta DOC}} = \frac{AO}{OC} \\ \frac{S_{\Delta AOB}}{S_{\Delta BOC}} = \frac{AO}{OC} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \xrightarrow{\text{مساحت سر پروانه}} \\ \frac{S_{\Delta AOD}}{S_{\Delta DOC}} = \frac{S_{\Delta AOB}}{S_{\Delta BOC}} \Rightarrow \frac{x}{z} = \frac{y}{x} \\ \xrightarrow{\text{مساحت بدن پروانه}} \end{array}$$

$$\Rightarrow x^2 = z \cdot y \rightarrow x^2 = 4 \times 9 \rightarrow x = 6$$

$$S_{\Delta ABCD} = 2x + z + y = 2(6) + 4 + 9 = 25$$

توجه: این مسئله به «قضیه پروانه» در دوزنقه مشهور است و برای به ذهن سپردن ساده‌تر نتایج آن به صورت زیر خلاصه می‌شود:

$$(1) \text{ مساحت دو بال پروانه برای پرواز و حفظ تعادل باید یکسان باشد: } S_{\Delta AOD} = S_{\Delta BOC} = x$$

$$(2) \text{ مساحت بال پروانه واسطه هندسی بین مساحت سر } (y) \text{ و بدن پروانه } (z) \text{ است: } x^2 = z \cdot y$$

$$(3) \sqrt{S_{\Delta}} = \sqrt{y} + \sqrt{z}$$

در همین تست به راحتی می‌توانستید از نتیجه ۳ استفاده کنید:

$$\sqrt{S_{\Delta}} = \sqrt{4} + \sqrt{9} \rightarrow \sqrt{S_{\Delta}} = 2 + 3 \rightarrow S_{\Delta} = 25$$

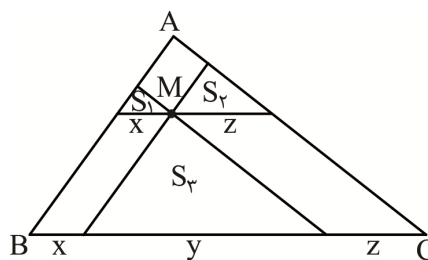
۲۰. گزینه ۴ درست است.

با توجه به موازی بودن خطوط، هر یک از مثلث‌های با مساحت S_1 ، S_2 و S_3 با مثلث ABC متشابه‌اند. با توجه به مقادیر x ، y و z مشخص شده در شکل:

$$\frac{S_1}{S_{ABC}} = \left(\frac{x}{x+y+z}\right)^2 \rightarrow \sqrt{\frac{S_1}{S_{ABC}}} = \frac{x}{x+y+z} \quad (1)$$

$$\frac{S_2}{S_{ABC}} = \left(\frac{y}{x+y+z}\right)^2 \rightarrow \sqrt{\frac{S_2}{S_{ABC}}} = \frac{y}{x+y+z} \quad (2)$$

$$\frac{S_3}{S_{ABC}} = \left(\frac{z}{x+y+z}\right)^2 \rightarrow \sqrt{\frac{S_3}{S_{ABC}}} = \frac{z}{x+y+z} \quad (3)$$

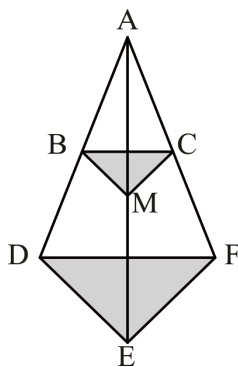


$$(1), (2), (3) \Rightarrow \frac{\sqrt{S_1} + \sqrt{S_2} + \sqrt{S_3}}{\sqrt{S_{ABC}}} = \frac{x+y+z}{x+y+z} = 1$$

$$\Rightarrow \sqrt{S_{ABC}} = \sqrt{S_1} + \sqrt{S_2} + \sqrt{S_3} \Rightarrow \sqrt{S_{ABC}} = 1+2+3=6 \rightarrow \boxed{S_{ABC} = 36}$$

۲۱. گزینه ۴ درست است.

اگر صفحه‌ای موازی با قاعده یک هرم آن را قطع کند، آن‌گاه نسبت حجم هرم ایجاد شده به حجم هرم اولیه، مساوی توان سوم نسبت یال‌های این دو هرم (نسبت تشابه K) است:



$$\text{مطابق شکل: } \frac{AB}{AD} = K = \frac{1}{2}$$

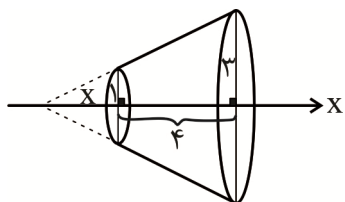
$$\frac{\text{حجم هرم } ABMC}{\text{حجم هرم کل}} = K^3 = \frac{1}{8} \Rightarrow \text{حجم هر هرم جدا شده} = \frac{1}{8} \text{ حجم هرم کل} \quad (1)$$

$$\frac{\text{حجم جسم باقی مانده}}{\text{حجم هرم کل}} = 1 - \frac{4 \left(\frac{1}{8} \text{ حجم هرم کل}\right)}{\text{حجم هرم کل}} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\text{حجم جسم باقی مانده} = \frac{1}{2} \times \text{حجم هرم کل} = \frac{1}{2} \times 36 = 18$$

۲۲. گزینه ۳ درست است.

از دوران دوزنقه قائم‌الزاویه حول محور X، یک مخروط ناقص به دست می‌آید:



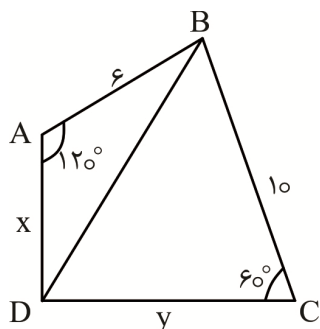
$$\text{قضیه تالس: } \frac{x}{x+4} = \frac{1}{3} \rightarrow x = 2$$

$$\text{مخروط بزرگ: } V = \frac{1}{3} \pi (4)^2 \times 6 = 18\pi \xrightarrow{\text{با فرض } \pi=3} V = 54$$

$$\text{مخروط کوچک انتهایی: } V' = \frac{1}{3} \pi (1)^2 \times 2 = \frac{2}{3} \pi \xrightarrow{\text{با فرض } \pi=3} V' = 2$$

$$\text{حجم مورد نظر سؤال} = V - V' = 54 - 2 = 52$$

۲۳. گزینه ۲ درست است.



$$\text{محیطی } ABCD \Rightarrow x + 10 = y + 6 \Rightarrow \boxed{y = 4 + x} \quad (1)$$

$$\text{محاطی } ABCD \Rightarrow \hat{A} + \hat{C} = 180^\circ \xrightarrow{\hat{A}=120^\circ} \boxed{\hat{C} = 60^\circ} \quad (2)$$

در دو مثلث ADB و BDC قضیه کسینوس‌ها را می‌نویسیم:

$$\left. \begin{aligned} \Delta ADB : BD^2 &= x^2 + 36 - 2x(6)\left(-\frac{1}{2}\right) = x^2 + 6x + 36 \\ \Delta BDC : BD^2 &= y^2 + 100 - 2y(10)\left(\frac{1}{2}\right) = y^2 - 10y + 100 \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

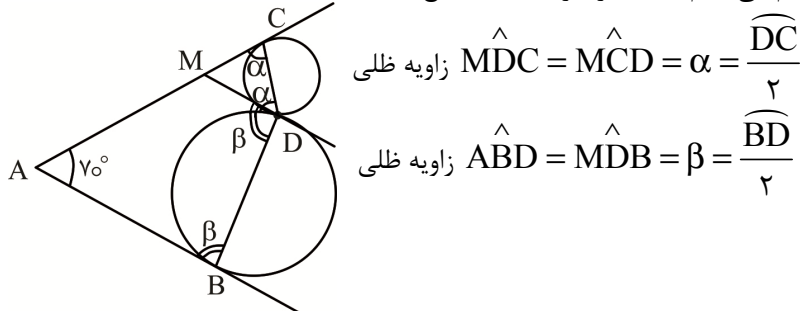
$$x^2 + 6x + 36 = y^2 - 10y + 100 \xrightarrow{(1)} y = 4 + x$$

$$x^2 + 6x + 36 = (4 + x)^2 - 10(4 + x) + 100 \rightarrow x = 5, y = 9$$

$$x^2 + y^2 = 25 + 81 = 106$$

۲۴. گزینه ۴ درست است.

از نقطه D مماس مشترک دو دایره را رسم می‌کنیم تا AC را در نقطه M قطع کند:



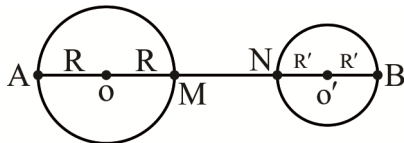
$$\text{زاویه ظلی } \widehat{MDC} = \widehat{MCD} = \alpha = \frac{\widehat{DC}}{2}$$

$$\text{زاویه ظلی } \widehat{ABD} = \widehat{MDB} = \beta = \frac{\widehat{BD}}{2}$$

$$ABDC : \gamma^\circ + \beta + (\beta + \alpha) + \alpha = 36^\circ \Rightarrow \alpha + \beta = 145^\circ \Rightarrow \widehat{BDC} = \alpha + \beta = 145^\circ$$

۲۵. گزینه ۱ درست است.

با توجه به فرض سؤال، دو دایره متخارج هستند:



$$MN = OO' - (R + R') = 4 \quad (1)$$

$$\text{طول مماس مشترک داخلی} = \sqrt{OO'^2 - (R + R')^2} = 4\sqrt{3}$$

$$OO'^2 - (R + R')^2 = 48$$

$$(OO' - (R + R'))(OO' + (R + R')) = 48 \xrightarrow{\text{طبق (1)}} 4$$

$$4(OO' + (R + R')) = 48 \Rightarrow \boxed{OO' + (R + R') = 12} \quad (2)$$

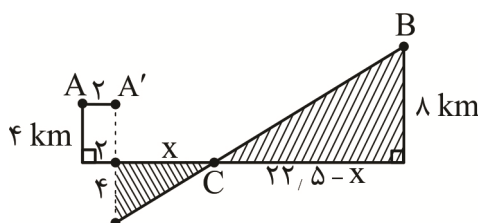
$$(1), (2) \begin{cases} OO' - (R + R') = 4 \\ OO' + (R + R') = 12 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} OO' = 8 \\ R + R' = 4 \end{cases}$$

$$\pi R^2 - \pi R'^2 = 8\pi \rightarrow \pi(R - R')(R + R') = 8\pi$$

$$(R - R') \times 4 = 8 \rightarrow \boxed{R - R' = 2}$$

$$\text{طول مماس مشترک خارجی دو دایره } TT' = \sqrt{OO'^2 - (R - R')^2} = \sqrt{8^2 - 2^2} = \sqrt{60} = 2\sqrt{15}$$

۲۶. گزینه ۲ درست است.

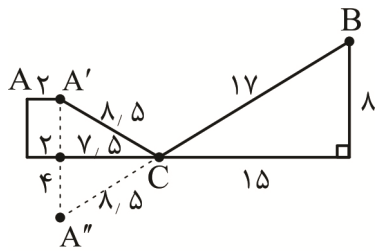


ابتدا نقطه A را به موازات خط d کیلومتر به سمت راست منتقل می‌کنیم تا به نقطه A' برسیم. سپس قرنیۀ A' نسبت به خط d می‌یابیم و آن را A'' می‌نامیم. نقطه A'' را به نقطه B وصل می‌کنیم.

اگر پاره خط A''B، خط d را در نقطه C قطع کند آن‌گاه با توجه به تشابه

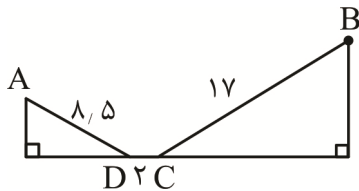
مثلث‌های سایه‌زده خواهیم داشت:

$$\frac{x}{4} = \frac{22,5 - x}{8} \Rightarrow 8x = 90 - 4x \Rightarrow 12x = 90 \Rightarrow x = \frac{90}{12} = 7,5 \Rightarrow 22,5 - x = 22,5 - 7,5 = 15$$



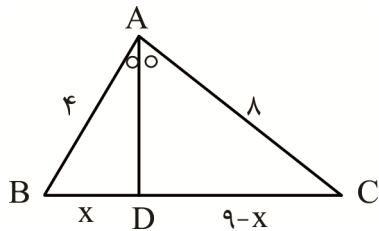
$$\begin{aligned} BC^2 &= 8^2 + 15^2 = 64 + 225 = 289 \\ \Rightarrow BC &= 17 \Rightarrow A''C = 8,5 \\ \Rightarrow A'C &= 8,5 \end{aligned}$$

بنابراین کوتاه‌ترین مسیر ممکن مطابق شکل مقابل است:
طول کوتاه‌ترین مسیر $= 8,5 + 2 + 17 = 27,5 \text{ km}$



۲۷. گزینه ۴ درست است.

قضیه سینوس‌ها: $\frac{AC}{\sin \hat{B}} = \frac{AB}{\sin \hat{C}} \Rightarrow \frac{AC}{AB} = \frac{\sin \hat{B}}{\sin \hat{C}} \Rightarrow \frac{AC}{4} = 2 \rightarrow \boxed{AC = 8}$



قضیه نیمسازها: $\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC} \rightarrow \frac{4}{8} = \frac{x}{9-x} \rightarrow x = 3 \rightarrow \begin{cases} BD = 3 \\ DC = 6 \end{cases}$

$$AD^2 = AB \times AC - BD \times DC$$

$$AD^2 = 4 \times 8 - 3 \times 6 = 14 \rightarrow \boxed{AD = \sqrt{14}}$$

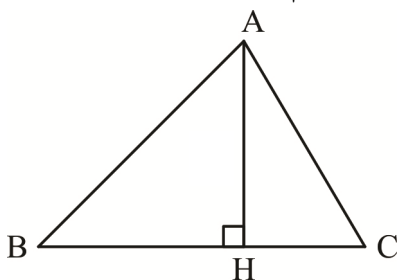
۲۸. گزینه ۱ درست است.

با توجه به اندازه اضلاع مثلث ADE، اندازه زاویه A برابر 60° است. بنابراین:

قضیه کسینوس‌ها: $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \times AC \times \cos \hat{A}$, $\hat{A} = 60^\circ$

$$\Rightarrow BC^2 = 16 + 36 - 2 \times 4 \times 6 \times \frac{1}{2} = 28 \Rightarrow BC = 2\sqrt{7}$$

$$\text{مساحت مثلث ABC} = \frac{1}{2} \times AB \times AC \times \sin \hat{A} = \frac{1}{2} \times 4 \times 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}$$



$$\text{مساحت مثلث ABC} = \frac{1}{2} \times AH \times BC$$

$$\Rightarrow 6\sqrt{3} = \frac{1}{2} \times AH \times 2\sqrt{7} \Rightarrow AH = \frac{6\sqrt{3}}{\sqrt{7}} = \frac{6\sqrt{21}}{7}$$

۲۹. گزینه ۳ درست است.

در هر مثلث، مرکز ثقل مثلث (محل برخورد ۳ میانه مثلث) میانه‌ها را به نسبت ۲ به ۱ تقسیم می‌کند. با رسم هر میانه مساحت مثلث نصف می‌شود و در نهایت با رسم ۳ میانه مثلث به تعداد ۶ مثلث با مساحت یکسان ایجاد می‌شود، بنابراین $S_{AMGN} = 2S_{MGC}$:

$$\left. \begin{aligned} BM = 12 &\rightarrow GM = \frac{1}{3} \times 12 = 4 \\ CN = 16/5 &\rightarrow GC = \frac{2}{3} \times 16/5 = 11 \\ AC = 18 &\rightarrow MC = \frac{1}{2} \times 18 = 9 \end{aligned} \right\} \Rightarrow P = \frac{4+9+11}{2} = 12$$

مطابق قاعده هرون:

$$S_{MGC} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{12(12-4)(12-11)(12-9)} = 12\sqrt{2}$$

$$S_{AMGN} = 2(12\sqrt{2}) = 24\sqrt{2}$$

۳۰. گزینه ۳ درست است.

اعداد اول یک رقمی اعداد ۲، ۳، ۵ و ۷ هستند. ابتدا ۲ عدد از این ۴ عدد را انتخاب می‌کنیم و آن‌ها را در یک بسته قرار می‌دهیم به عنوان مثال (۲۳)، (۵) و (۷) سپس حروف کلمهٔ سنجش را طوری کنارهم می‌چینیم که بین هر دو حرف فقط یک جای خالی باشد. حالا از میان ۵ مکان موجود، ۳ مکان را برای قرار دادن ارقام در نظر می‌گیریم و سپس جایگشت‌های ممکن را حساب می‌کنیم. با در نظر گرفتن این نکات تعداد حالت‌های ممکن به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\text{ش - ج (۷) ن (۵) س (۲۳)} \quad - \quad \binom{4}{2} \binom{5}{3} 3!4!2! = 6 \times 10 \times 6 \times 24 \times 2 = 17280$$

↓
جابه‌جایی دو عدد کنار هم

۳۱. گزینه ۲ درست است.

$$p \wedge (p \vee q) \equiv p, \quad p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$$

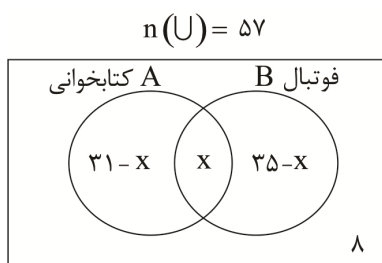
می‌دانیم:

$$\begin{aligned} \text{سؤال عبارت سؤال} &= [(\sim p \vee q) \Rightarrow (\sim q \vee p)] \wedge p \\ &\equiv [\sim(\sim p \vee q) \vee (\sim q \vee p)] \wedge p \\ &\equiv [((p \wedge \sim q) \vee \sim p) \vee p] \wedge p \equiv (\sim q \vee p) \wedge p \equiv p \end{aligned}$$

~q

۳۲. گزینه ۲ درست است.

با استفاده از نمودار ون و با فرض آنکه تعداد دانش‌آموزان علاقمند به هر دو زمینه فوتبال و کتابخوانی X نفر باشد:



$$\begin{aligned} n(A - B) + n(A \cap B) + n(B - A) &= n(U) \\ (31 - x) + x + (35 - x) &= 57 \rightarrow \boxed{x = 17} \\ \text{تعداد علاقمندان فقط فوتبال} &= 35 - x = 35 - 17 = 18 \end{aligned}$$

۳۳. گزینه ۴ درست است.

برای افراز مجموعه A به حداقل ۲ زیرمجموعه تک‌عضوی حالات زیر را در نظر می‌گیریم:
(۱) یک زیرمجموعه ۳ عضوی و دو زیرمجموعه تک‌عضوی:

$$\text{تعداد افرازاها} = \binom{5}{3} = 10$$

(۲) یک زیرمجموعه ۲ عضوی و سه زیرمجموعه تک‌عضوی:

$$\text{تعداد افرازاها} = \binom{5}{2} = 10$$

(۳) پنج زیرمجموعه تک‌عضوی که فقط شامل یک افراز است:

$$\text{تعداد کل افرازهای ممکن} = 10 + 10 + 1 = 21$$

۳۴. گزینه ۴ درست است.

برای هر دو مجموعه دلخواه A و B می‌دانیم:

$$|A \times B| = |A| \times |B|, (A \cup B)' = A' \cap B', (A')' = A, |A - B| = |A| - |A \cap B|$$

با توجه به فرض‌های سؤال:

$$|A \cap B| = 3, |A| = 6$$

$$|(A' \cup B)' \times (A \cup B)'| = 15 \Rightarrow |(A \cap B)' \times (A' \cap B)| = 15 \Rightarrow |(A - B) \times (B - A)| = 15$$

$$(|A| - |A \cap B|) \times (|B| - |A \cap B|) = 15$$

$$(6 - 3)(|B| - 3) = 15 \Rightarrow |B| = 8$$

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B| = 6 + 8 - 3 = 11$$

۳۵. گزینه ۱ درست است.

اگر مجموعه اعداد ۳ رقمی طبیعی بخش‌پذیر بر ۲، ۳ و ۵ را به ترتیب با A ، B و C نمایش دهیم، احتمال خواسته شده در سؤال مربوط به بخش هاشور زده در نمودار «ون» زیر است:

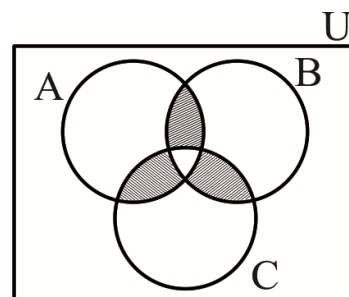
می‌دانیم در بین اعداد طبیعی ۱ و ۲ و ۳ و ... و n تعداد اعداد بخش‌پذیر بر عدد طبیعی K برابر حاصل جزء صحیح $\left[\frac{n}{k} \right]$ است:

$$n(A \cap B) = \left[\frac{999}{6} \right] - \left[\frac{99}{6} \right] = 166 - 16 = 150$$

$$n(A \cap C) = \left[\frac{999}{10} \right] - \left[\frac{99}{10} \right] = 99 - 9 = 90$$

$$n(B \cap C) = \left[\frac{999}{15} \right] - \left[\frac{99}{15} \right] = 66 - 6 = 60$$

$$n(A \cap B \cap C) = \left[\frac{999}{30} \right] - \left[\frac{99}{30} \right] = 33 - 3 = 30$$



$$n(A) = n(A \cap B) + n(A \cap C) + n(B \cap C) - 3n(A \cap B \cap C)$$

$$= 150 + 90 + 60 - 3(30) = 210$$

$$n(S) = 900$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{210}{900} = \frac{7}{30}$$

۳۶. گزینه ۱ درست است.

P (اولین خودکار آبی و دومین خودکار قرمز) + p (اولین خودکار قرمز و دومین خودکار قرمز) = p (دومین خودکار قرمز باشد)

$$= \left(\frac{6}{15} \times \frac{5}{14} \right) + \left(\frac{9}{15} \times \frac{6}{14} \right) = \frac{(6 \times 5) + (9 \times 6)}{15 \times 14} = \frac{2}{5} \text{ یا } 40\%$$

۳۷. گزینه ۲ درست است.

عدد روی تاس

$$\left. \begin{array}{l} 1 \rightarrow \frac{1}{6} \rightarrow 0 \\ 2 \rightarrow \frac{1}{6} \rightarrow \frac{\binom{2}{2}}{2^2} = \frac{1}{4} \\ 3 \rightarrow \frac{1}{6} \rightarrow \frac{\binom{3}{2}}{2^3} = \frac{3}{8} \\ 4 \rightarrow \frac{1}{6} \rightarrow \frac{\binom{4}{2}}{2^4} = \frac{3}{8} \\ 5 \rightarrow \frac{1}{6} \rightarrow \frac{\binom{5}{2}}{2^5} = \frac{5}{16} \\ 6 \rightarrow \frac{1}{6} \rightarrow \frac{\binom{6}{2}}{2^6} = \frac{15}{64} \end{array} \right\}$$

با استفاده از قاعده بیژ:

$$\text{احتمال مورد نظر سؤال} = \frac{\frac{1}{6} \left(\frac{3}{8} + \frac{5}{16} + \frac{15}{64} \right)}{\frac{1}{6} \left(0 + \frac{1}{4} + \frac{3}{8} + \frac{3}{8} + \frac{5}{16} + \frac{15}{64} \right)} = \frac{\frac{59}{64}}{\frac{99}{64}} = \frac{59}{99}$$

۳۸. گزینه ۲ درست است.

۸, ۹, ۱۵, ۱۷, ۲۱, ۲۵, ۲۶, ۲۶, ۲۶

اعداد را بدون در نظر گرفتن X به طور صعودی مرتب می‌کنیم:

بدیهی است که مد ۲۶ است؛ بنابراین میانه باید ۲۳ باشد تا مجموع ۴۹ شود. با توجه به گزینه‌های داده شده:

* اگر $X = 25$ آنگاه میانه $\frac{21+25}{2}$ یعنی ۲۳ می‌شود.

* اگر $X = 26$ آنگاه میانه $\frac{21+26}{2}$ یعنی ۲۳ می‌شود.

* اگر $X = 20$ آنگاه میانه $\frac{20+21}{2}$ یعنی ۲۰٫۵ می‌شود که جواب سؤال است.

* اگر $X = 29$ آنگاه میانه $\frac{21+29}{2}$ یعنی ۲۳ می‌شود.

۳۹. گزینه ۱ درست است.

اگر هر یک از داده‌ها را در a ضرب و سپس با b جمع کنیم، برای میانگین دقیقاً همین اتفاق می‌افتد:

$$\bar{x}_{\text{جدید}} = a\bar{x}_{\text{قدیم}} + b$$

ولی انحراف معیار فقط در |a| ضرب می‌شود و اضافه یا کم شدن b تأثیری در انحراف معیار ندارد:

$$\sigma_{\text{جدید}} = |a| \cdot \sigma_{\text{قدیم}}$$

$$\text{بنابراین: } CV = \frac{\sigma}{\bar{X}}, \sigma_{\text{جدید}} = 2\sigma_{\text{قدیم}}, \bar{X}_{\text{جدید}} = 2\bar{X}_{\text{قدیم}} - 3$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{قدیم } CV \rightarrow 0,16 = \frac{\sigma}{\bar{X}} \\ \text{جدید } CV \rightarrow 0,12 = \frac{2\sigma}{2\bar{X}-3} \end{array} \right. \xrightarrow{\text{تقسیم ۲ رابطه بر هم}} \frac{0,16}{0,12} = \frac{2\bar{X}-3}{\bar{X}} \rightarrow \frac{4}{3} = \frac{2\bar{X}-3}{\bar{X}} \rightarrow \boxed{\bar{X} = 4,5}$$

$$\downarrow$$

$$0,16 = \frac{\sigma}{\bar{X}} \rightarrow \boxed{\sigma = 0,72}$$

$$\sigma_{\text{جدید}} = 2\sigma_{\text{قدیم}} = 2 \times 0,72 = 1,44$$

۴۰. گزینه ۳ درست است.

برآورد نقطه‌ای پارامتر جامعه برابر است با مقدار عددی حاصل از جایگذاری اعداد نمونه تصادفی در آماره نظیر آن پارامتر، به عبارت دیگر مقدار عددی آماره را برآورد (برآورد نقطه‌ای) می‌نامند. ابتدا میانگین جامعه را به دست می‌آوریم:

$$\bar{X} = \frac{4+5+6+8+9+10}{6} = 7$$

$$\text{تعداد نمونه‌های ۴ تایی} = n(S) = \binom{6}{4} = 15$$

مجموع اعضای نمونه‌های ۴ تایی که میانگین آن‌ها ۷ باشد برابر ۲۸ است و این نمونه‌ها عبارتند از:

$$\{5, 6, 8, 9\} \{4, 6, 8, 10\} \{4, 5, 9, 10\} \Rightarrow n(A) = 3$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{15} = \frac{1}{5} \rightarrow 20\%$$

فیزیک

۴۱. گزینه ۳ درست است.

$$p = \frac{j}{s} = \frac{N.m}{s} = \frac{kg m^2}{s^2}$$

۴۲. گزینه ۴ درست است.

اگر هم‌جهت باشند ۷، اگر مخالف باشند ۱ و اگر نسبت به هم زاویه‌ای بین ۰ تا ۱۸۰° داشته باشند، بین ۱ و ۷

۴۳. گزینه ۲ درست است.

$$\text{حجم } A = 4 \times \text{حجم } B$$

$$\frac{1}{8} \times 2 = \frac{1}{4} \text{ Pi it} = \frac{1}{2} \text{ حجم } B$$

۴۴. گزینه ۱ درست است.

$$254 m^2 = 254 \times 10^{12} \mu m^2 = 2,54 \times 10^{14}$$

۴۵. گزینه ۲ درست است.

$$W = m \times g$$

$$W = 10 m$$

$$m = \rho \cdot V$$

$$500 \text{ gr} = \rho \cdot 1 \text{ m}^3$$

$$\frac{0.5 \text{ kg}}{\text{m}^3} = \rho$$

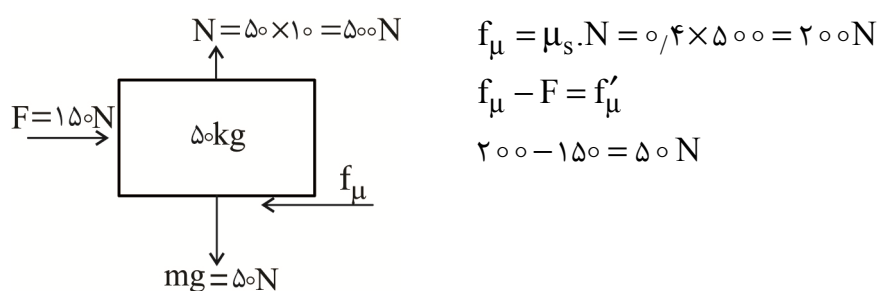
$$m = \rho \cdot V$$

$$m = \frac{0.5 \text{ kg}}{\text{m}^3} \times 200 \text{ m}^3$$

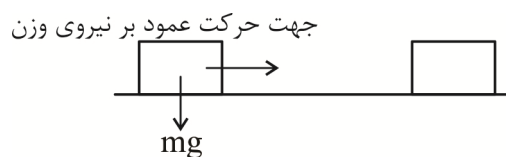
$$m = 0.5 \times 200 = 100 \text{ kg}$$

$$W = 1000 \times 10 = 1000 \text{ N} \quad m = 100 \text{ kg}$$

۴۶. گزینه ۳ درست است.



۴۷. گزینه ۱ درست است.



۴۸. گزینه ۴ درست است.

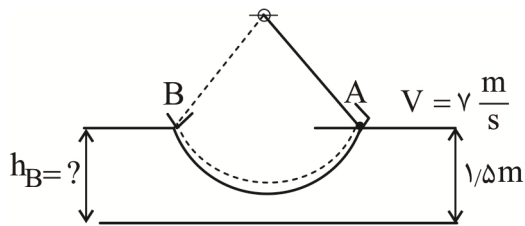
$$K_1 = \frac{1}{2} m_1 V_1^2 \quad V_2 = V_1 + 0.2 \cdot V_1 = 1.2 V_1$$

$$K_2 = 1.44 \left(\frac{1}{2} m_1 V_1^2 \right)$$

$$K_2 = \frac{1}{2} m_1 (1.2 V_1)^2 = \frac{1}{2} m_1 \times 1.44 V_1^2$$

$$\frac{K_2}{K_1} = 1.44$$

۴۹. گزینه ۳ درست است.



$$k_A + u_A = k_B + u_B$$

$$\frac{1}{2} m V_A^2 + mgh_A = 0 + mgh_B$$

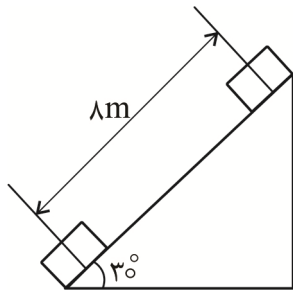
$$\frac{V_A^2 + 2gh_A}{g} = h_B$$

$$\frac{v^2 + 2 \times 9.8 \times 1.5}{9.8} = h_B$$

$$V^2 = \left(v \frac{m}{s}\right)^2 = 49 = 5 \times 9.8$$

$$h_B = \frac{5(9.8) + 3(9.8)}{9.8} = 8m$$

۵۰. گزینه ۲ درست است.



$$h = \frac{1}{2} \times 8 = 4m$$

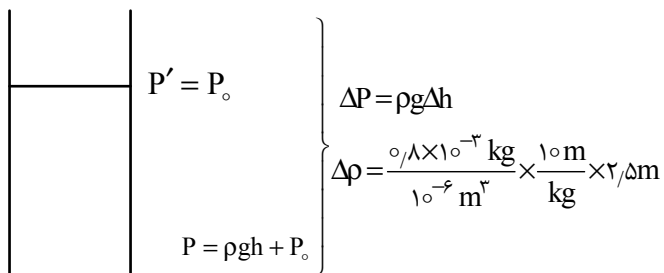
$$W = -mgh = -1500 \times 9.8 \times 4$$

$$W = -58800 = -5.88 \times 10^4 \text{ J}$$

۵۱. گزینه ۴ درست است.

۵۲. گزینه ۲ درست است.

۵۳. گزینه ۳ درست است.

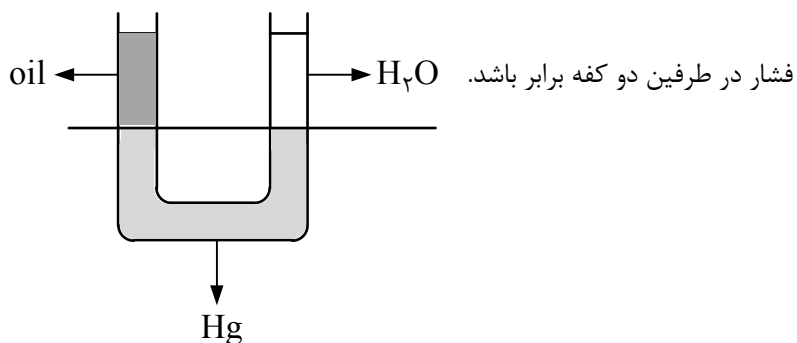


$$\Delta P = \rho g \Delta h$$

$$\Delta P = \frac{0.8 \times 10^{-3} \text{ kg}}{10^{-6} \text{ m}^3} \times \frac{10 \text{ m}}{\text{kg}} \times 2.5 \text{ m}$$

$$\Delta P = 800 \times 10 \times 2.5 = 20000 = 0.2 \times 10^5 \text{ Pa} = 0.2 \text{ bar}$$

۵۴. گزینه ۲ درست است.



$$\frac{\rho_{\text{oil}}gh + P_0}{\text{oil}} = \frac{\rho_{\text{H}_2\text{O}}gh + P_0}{\text{H}_2\text{O}}$$

$$\rho_{\text{oil}}h_{\text{oil}} = \frac{1}{2}\rho_{\text{H}_2\text{O}}h_{\text{H}_2\text{O}}$$

$$h_{\text{oil}} = \frac{1}{2} \times 10 \text{ cm} = 5 \text{ cm}$$

۵۵. گزینه ۱ درست است.

$$\text{حجم واقعی} = \frac{\text{جرم}}{\text{چگالی}} = \frac{50 \text{ kg}}{\frac{4 \text{ kg}}{\text{dm}^3}} = 12.5 \text{ dm}^3$$

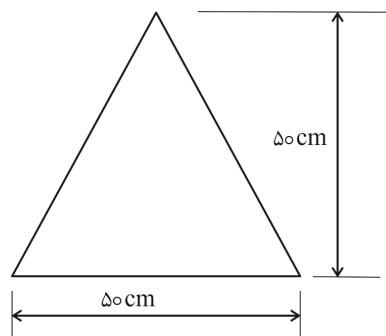
$$V = 12.5 \times 10^3 \text{ cm}^3$$

$$\text{حجم ظاهری} = V' = \frac{1}{3} \left(\frac{\pi \times D^2}{4} \right) \times h$$

$$V' = \frac{1}{3} \times \frac{3 \times 50^2}{4} \times 50 = (50^2 \times 12.5) \text{ cm}^3$$

$$\Delta V = \text{حجم حفره} = V' - V = 50^2 \times 12.5 - 12.5 \times 10^3 = 12.5(1500) \text{ cm}^3$$

$$\frac{\text{حجم شکل}}{\text{حجم حفره}} = \frac{V'}{\Delta V} = \frac{50^2 \times 12.5}{12.5 \times 1500} = \frac{2500}{1500} = \frac{5}{3}$$



۵۶. گزینه ۴ درست است.

در طرفین حجم جابه‌جا شده مساوی

$$V_1 = V_2$$

$$A_1 \times h_1 = A_2 \times h_2$$

$$A_1 \times 20 = A_2 \times 0.4$$

$$\frac{A_2}{A_1} = \frac{20}{0.4} = 50$$

فشار در طرفین مساوی

$$P_1 = P_2$$

$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$

$$\frac{A_2}{A_1} = \frac{F_2}{F_1}$$

$$50 = \frac{F_2}{2N} \Rightarrow F_2 = 100N$$

چون سطح بزرگ A_2 برابر سطح کوچک A_1 است، پس نیروی وزن سطح ۲ هم باید 50 برابر نیروی وزن سطح ۱ باشد. (۱)

$$A_2 = 50 \times A_1 \Rightarrow F_2 = 50 \times F_1 = 100N$$

۵۷. گزینه ۲ درست است.

$$Q = ml_f + mc\Delta\theta$$

$$Q = 0.5 \times 336 + 0.5 \times 4.2 \times (40 - 0)$$

$$Q = 168 + 84 = 252 \text{ kJ}$$

۵۸. گزینه ۳ درست است.

$$C = \frac{C - 32}{1/8} \Rightarrow 1/8 C - C = -32$$

$$\circ/8 C = -32$$

$$C = \frac{-32}{\circ/8} = -40^\circ C$$

۵۹. گزینه ۱ درست است.

$$\Delta L = l \alpha \Delta \theta$$

$$\Delta L_A = l_A \times \alpha_B \times 40^\circ = 120 l_A \times \alpha_B$$

$$\Delta L_B = l_B \times \alpha_B \times 60^\circ = 60 l_B \times \alpha_B$$

$$l_A = l_B \Rightarrow \frac{\Delta L_A}{\Delta L_B} = \frac{120 l_A \alpha_B}{60 l_B \alpha_B} = 2$$

۶۰. گزینه ۲ درست است.

$$\frac{Q_1}{Q_1 + Q_2} = \frac{m L_F}{m L_F + m c \pi \theta} = \frac{m \times 336}{m(336 + 4/2 \times 40)}$$

$$= \frac{336}{504} = \frac{2}{3}$$

۶۱. گزینه ۲ درست است.

۲۰۰ گرم آب $40^\circ C$ هنگامی که به آب صفر درجه سلسیوس تبدیل می‌شود، مقدار $33600 J$ گرما از دست می‌دهد و اگر 150 گرم یخ $0^\circ C$ بخواهد به آب $0^\circ C$ تبدیل شود، باید $50400 J$ گرما بگیرد. چون $33600 < 50400$ است، پس تمام یخ ذوب نمی‌شود.

$$Q_1 + Q_2 = 0 \rightarrow mc\Delta\theta + m'L_F = 0$$

آب یخ

$$\rightarrow \frac{2}{10} \times 42000 \times (-40) + m' \times 336000 = 0$$

$$\rightarrow -33600 = -m' \times 336000 \rightarrow m' = 0.1 \text{ kg} = 100 \text{ g}$$

$$\rightarrow \text{جرم باقی مانده} = 150 - 100 = 50 \text{ g}$$

۶۲. گزینه ۱ درست است.

ترمودینامیک علم مطالعه رویدادهای فیزیکی یا شیمیایی با تکیه بر تغییر شکل انرژی وابسته به آنها است.

۶۳. گزینه ۴ درست است.

کل کار انجام شده در یک فرآیند برابر است با حاصل جمع کارها در هر مسیر.

$$W_t = W_{AB} + W_{BC} + W_{CD}$$

$$W_t = \text{مجموع مساحت زیر هر فرآیند} = \text{مساحت داخل فرآیند}$$

$$W_{AB} = 5 \times 10^5 \times 2 \times 10^{-3} = 5 \times 20 \times 10^2 = 10 \times 10^3 \text{ J}$$

$$W_{BC} = 0 \text{ بدون تغییر حجم}$$

$$W_{CD} = -20 \times 10^{-3} \times 3 \times 10^5 = -6 \times 10^3 \text{ J}$$

$$W_t = (10 + (-6)) \times 10^3 = 4 \times 10^3 \text{ J}$$

۶۴. گزینه ۲ درست است.

$$F = k \frac{q_1 q_2}{d^2} \Rightarrow 6 = 9 \times 10^9 \frac{5 \times 10^{-6} \times Q}{(0.3)^2}$$

$$Q = \frac{6 \times (0.3)^2}{9 \times 10^9 \times 5 \times 10^{-6}} = 1.2 \times 10^{-5} \text{ C} = 12 \times 10^{-6} \text{ C} = 12 \mu\text{C}$$

۶۵. گزینه ۱ درست است.

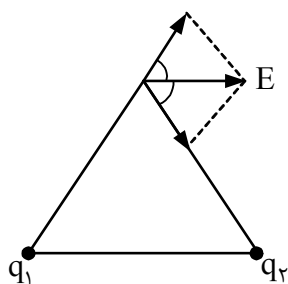
$$F = k \frac{q_1 q_2}{d^2} = k \frac{q^2}{d^2}$$

$$q'_1 = \frac{q}{2} \quad q'_2 = q + \frac{q}{2} = \frac{3q}{2}$$

$$F' = \frac{k \frac{q}{2} \times \frac{3q}{2}}{d^2} = k \frac{3q^2}{4d^2} \Rightarrow F' = \frac{3}{4} F$$

۶۶. گزینه ۳ درست است.

تنها در شرایطی که بارها مساوی و q_1 مثبت باشد، جهت بردار E به صورت شکل داده شده است.



۶۷. گزینه ۲ درست است.

$$F = m \cdot a \Rightarrow a = \frac{F}{m} = \frac{eE}{m} = \frac{1.6 \times 10^{-19} \times 2 \times 10^4}{8 \times 10^{-31}}$$

$$a = 0.4 \times 10^{16} = 4 \times 10^{15}$$

۶۸. گزینه ۳ درست است.

شار الکتریکی عبوری نصف شار الکتریکی عبوری از کره است.

$$\phi = E \cdot A$$

$$\text{شار الکتریکی عبوری از کره} \quad A = \frac{4\pi R^2}{2} = 2\pi R^2$$

$$\phi = 2\pi R^2 E$$

۶۹. گزینه ۴ درست است.

$$A = \pi R^2 = 3 \times (\lambda \times 10^{-2})^2 = 3 \times 64 \times 10^{-4}$$

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{d} = \frac{\epsilon_0 \pi R^2}{d} = \frac{9 \times 10^{-12} \times 3 \times (\lambda \times 10^{-2})^2}{9 \times 10^{-3}}$$

$$C = 192 \times 10^{-13}$$

$$q = VC \Rightarrow q = 100 \times 192 \times 10^{-13} = 192 \times 10^{-11}$$

$$q = 1/92 \times 10^{-9} = 1/92 \text{ nc}$$

۷۰. گزینه ۱ درست است.

بیشترین نیرو زمانی است که θ برابر $\frac{\pi}{2}$ باشد.

$$\sin \frac{\pi}{2} = 1$$

$$F = ILB \sin \theta = 5 \times 4 \times 0,008 \times 1 = 0,16 \text{ N}$$

۷۱. گزینه ۲ درست است.

جهت میدان حلقه به سمت بالا و جهت جریان سیم راست به سمت پایین است و چون زاویه بین راستای سیم و میدان برابر π است، لذا هیچ نیرویی از طرف سیم بر حلقه وارد نمی‌شود.

۷۲. گزینه ۴ درست است.

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{N_2}{N_1} \Rightarrow V_2 = \frac{V_1 \times N_2}{N_1} = \frac{15}{750} \times 120 = 2,4$$

$$I_2 = \frac{V_2}{R} \Rightarrow I_2 = \frac{2,4}{240} = 0,01 \text{ A}$$

۷۳. گزینه ۲ درست است.

$$W_A = P_A \times t = 500t$$

$$W_B = P_B \times T = 500t \quad W_A = W_B$$

۷۴. گزینه ۳ درست است.

۷۵. گزینه ۲ درست است.

$$Ir = 2 \quad I \times 1 = 2 \Rightarrow I = 2 \text{ A}$$

$$\epsilon = I(R + r) \Rightarrow 12 = 2(R + 1)$$

$$\boxed{R = 5 \Omega} \quad R_{1,2} + R_3 = 5$$

$$R_{1,2} = 5 - 3 = 2 \Omega$$

مقاومت معادل

کل مدار

پس نتیجه می‌گیریم که مقاومت R_1 و R_2 با هم موازی و معادل R_1 و R_2 برابر با 2Ω خواهد بود.

$$\frac{1}{R_{1,2}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{3} + \frac{1}{R_2} \quad R_2 = 6$$

شیمی

۷۶. گزینه ۲ درست است.

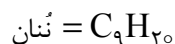
زیرا پس از مهبانگ، دما کاهش یافته و سحابی‌ها تشکیل شدند و عنصر X و Z، عدد اتمی متفاوتی دارند.

۷۷. گزینه ۳ درست است.

زیرا در غنی‌سازی، درصد فراوانی ایزوتوپ ^{235}U را بالا می‌برند.

۷۸. گزینه ۱ درست است.

زیرا داریم:



$$\text{H} \text{ شمار اتم‌های } = 0,2 \text{ mol} \times 20 \times \frac{6,02 \times 10^{23}}{1 \text{ mol}} = 2,408 \times 10^{24}$$

۷۹. گزینه ۲ درست است.

زیرا انرژی لازم برای برانگیخته شدن الکترون‌ها از شعله تأمین می‌شود.

۸۰. گزینه ۱ درست است.

زیرا شامل زیرلایه‌های ۳d، ۴p و ۵s است که عنصرهایی که لایه آخر آن‌ها به این زیرلایه‌ها ختم می‌شود در دوره چهارم و پنجم جای دارند و در مجموع ۱۸ الکترون در آن‌ها جای می‌گیرد.

۸۱. گزینه ۴ درست است.

زیرا بزرگ‌ترین نافلز این دوره در گروه ۱۵ جدول (سه ظرفیتی) و بزرگ‌ترین فلز این دوره در گروه ۱ جدول (یک ظرفیتی) جای دارد.

۸۲. گزینه ۳ درست است.

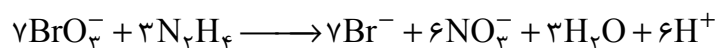
زیرا N_2 و O_2 دو اتمی‌اند و به ترتیب ۲ و ۴ جفت الکترون ناپیوندی دارند.

۸۳. گزینه ۱ درست است.

زیرا گاز هلیوم از منابع زیرزمینی به صورت صنعتی استخراج می‌شود.

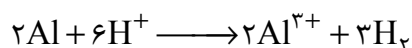
۸۴. گزینه ۲ درست است.

زیرا داریم:

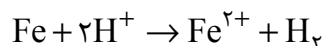


۸۵. گزینه ۴ درست است.

زیرا واکنش‌پذیری Al از Fe بیشتر است و به دلیل ظرفیت بیشتر، داریم:



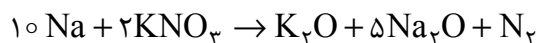
$\frac{2 \times 27 \text{g Al}}{1 \text{g Al}}$	$\frac{3 \text{ mol H}_2}{x}$	$x = 0,056 \text{ mol H}_2$
---	-------------------------------	-----------------------------



$\frac{56 \text{g Fe}}{1 \text{g Fe}}$	$\frac{1 \text{ mol H}_2}{y}$	$y = 0,178 \text{ mol H}_2$
--	-------------------------------	-----------------------------

۹۴. گزینه ۴ درست است.

زیرا داریم:

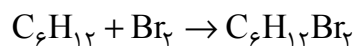


$2 \times 101 \text{ g KNO}_3$	$40 \text{ LN}_2 \times \frac{90}{100}$
10 g KNO_3	x

$$x \approx 1,78 \text{ LN}_2$$

۹۵. گزینه ۲ درست است.

زیرا فقط ۱- هگزن با برم واکنش می‌دهد و داریم:



$84 \text{ g C}_6\text{H}_{12}$	$244 \text{ g C}_6\text{H}_{12}\text{Br}_2$
x	$40 \text{ g C}_6\text{H}_{12}\text{Br}_2$

$$x = 13,77 \text{ g}$$

$$\text{درصد هگزان} = \frac{20 - 13,77}{20} \times 100 \approx \%31,1$$

۹۶. گزینه ۳ درست است.

زیرا فرمول مولکولی بنزن C_6H_6 نفتالن C_{10}H_8 است و نسبت C به H در آنها برابر نیست.

۹۷. گزینه ۱ درست است.

زیرا برای CO_2 داریم:

$$Q = mc\Delta\theta$$

$$1000 \text{ J} = 44 \times 0,85 \times \Delta\theta$$

$$\Delta\theta = 26,7^\circ\text{C}$$

و برای H_2O ، داریم:

$$Q = mc\Delta\theta$$

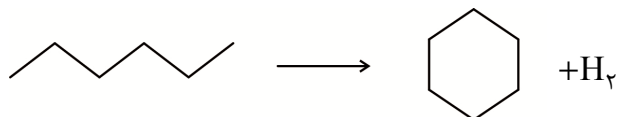
$$1000 \text{ J} = 18 \times 4,2 \times \Delta\theta$$

$$\Delta\theta = 13,2^\circ\text{C}$$

پس دمای دو جسم، حدود $13/5^\circ\text{C}$ اختلاف دارد.

۹۸. گزینه ۴ درست است.

زیرا داریم:



که به‌طور خلاصه شامل شکستن دو پیوند C-H انتهایی و تشکیل یک پیوند H-H و C-C است. پس داریم:

$$\Delta H = (2 \times 413) - (347 + 432) = +47 \text{ kJ}$$

۹۹. گزینه ۳ درست است.

زیرا داریم:

$$\begin{array}{l|l} 100 \text{ ton} = 10^8 \text{ g} & \\ \hline 80 \text{ g NH}_4\text{NO}_3 & 150 \text{ kJ} \\ \hline 10^8 \text{ g NH}_4\text{NO}_3 & x \end{array}$$

$$x = 1,875 \times 10^8 \text{ kJ}$$

$$\begin{array}{l|l} 18 \text{ g H}_2\text{O} & 44 \text{ kJ} \\ \hline y & 1,875 \times 10^8 \text{ kJ} \end{array}$$

$$y = 7,67 \times 10^8 \text{ g} = 767 \text{ ton}$$

۱۰۰. گزینه ۱ درست است.

$$g\text{KMnO}_4 = 100 \text{ g} \times \frac{1}{100} = 1 \text{ g}$$

زیرا داریم:

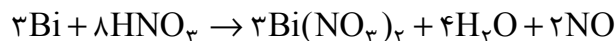
$$\begin{array}{l|l} 1 \text{ mol KMnO}_4 & 158 \text{ g KMnO}_4 \\ \hline x & 1 \text{ g KMnO}_4 \end{array}$$

$$x = 6,3 \times 10^{-3} \text{ mol}$$

و چون سرعت واکنش در یک لیتر (به جای ۱۰۰ mL) خواسته شده است، داریم:

$$R = \frac{6,3 \times 10^{-3} \text{ mol}}{100 \text{ mL}} \times \frac{1000 \text{ mL}}{1 \text{ L}} \times \frac{1}{5 \text{ min}} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = 2,1 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}.\text{s}^{-1}$$

۱۰۱. گزینه ۲ درست است.



زیرا داریم:

پس سرعت مصرف Bi، $\frac{3}{2}$ سرعت تولید NO است و داریم:

$$\bar{R}_{\text{Bi}} = \frac{44,8 \text{ mL}}{1 \text{ s}} \times \frac{1 \text{ mol}}{22400 \text{ mL}} \times \frac{3}{2} \times \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} = 0,18 \text{ mol.min}^{-1}$$

۱۰۲. گزینه ۱ درست است.

زیرا، بدون کلر، پلیمر به دست آمده، پلی پروپین است.

۱۰۳. گزینه ۴ درست است.

زیرا داریم:

$$\begin{array}{l|l} C_2F_4 = 100 \text{ g.mol}^{-1} & \\ \hline 100 \text{ g C}_2\text{F}_4 & 22,4 \text{ L} \\ \hline 1000 \text{ g C}_2\text{F}_4 & x \end{array}$$

$$x = 224 \text{ L}$$

۱۰۴. گزینه ۳ درست است.

زیرا اتانویک اسید، یک اسید دو کربنی است.

۱۰۵. گزینه ۲ درست است.

زیرا با وجود یک گروه هیدروکسیل، بخش ناقطبی مولکول بسیار بزرگ بوده و در هگزان حلالیت بیشتری دارد.

شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان
سازمان سنجش آموزش کشور



با سنجش آموز، درست پیاموز

آموزش مجازی

سنجش آموز

ویژه پایه دهم، یازدهم، دوازدهم و داوطلبان کنکور ۱۴۰۲



صدای داوطلب ۰۲۱۴۲۹۶۶ | sanjeshserv.ir

[sanjeshserv](https://www.instagram.com/sanjeshserv) | [sanjesheducationgroup](https://www.facebook.com/sanjesheducationgroup)