

* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضاء در مندرجات جدول ذیل، به منزله عدم حضور شما در جلسه آزمون است.

اینجانب..... با شماره داوطلبی..... با آگاهی کامل، یکسان بودن شماره صندلی خود را با شماره داوطلبی مندرج در بالای کارت ورود به جلسه، بالای پاسخنامه و دفترچه سؤالات، نوع و کدکنترل درج شده بر روی دفترچه سؤالات و پائین پاسخنامه‌ام را تأیید می‌نمایم.

امضاء:

۱۰۱- اگر مجموع و حاصل ضرب ریشه‌های حقیقی معادله $x^4 - 7x^2 - 5 = 0$ به ترتیب S و P باشند، حاصل عبارت $2SP + 2S - 2P^2$ ، کدام است؟

- (۱) $59 - 7\sqrt{69}$ (۲) $7 + \sqrt{69}$ (۳) ۵۰ (۴) $59 + 7\sqrt{69}$

۱۰۲- فرض کنید $\log_5(3x - 2) = 1$ ، مقدار $\frac{\log_5 \log_2}{\log_2 \log_5}$ ، کدام است؟

- (۱) ۹ (۲) $\frac{17}{3}$ (۳) ۴ (۴) $\frac{7}{3}$

۱۰۳- حاصل عبارت $(\log_{21}(3))^2 + \log_{21}(147) \log_{21}(1223)$ ، کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۰۴- فرض کنید مجموعه جواب نامعادله $\frac{((m^2 - 1)x^2 - 4mx + 4)(x - 3\sqrt{x} + 2)}{2x - 3} > 0$ ، به ازای $x > \frac{3}{2}$ ، بازه

- [۲، ۴] باشد، مقدار m، کدام است؟
(۱) -۲ (۲) صفر (۳) ۱ (۴) ۲

۱۰۵- اگر $\tan(\frac{\alpha}{2}) = \frac{1}{4}$ باشد، حاصل $\frac{\tan(\alpha) - \sin(\alpha)}{\sin(\alpha) - \cos(\alpha)}$ ، کدام است؟

- (۱) $-\frac{91}{105}$ (۲) $-\frac{16}{105}$ (۳) $\frac{16}{105}$ (۴) $\frac{91}{105}$

۱۰۶- اگر $f(\alpha) = 4\sin(\alpha)\cos(2\alpha) + 2\sin(\alpha)$ باشد، مقدار $f(\frac{41\pi}{9})$ ، کدام است؟

- (۱) $-\sqrt{3}$ (۲) $\sqrt{3}$ (۳) ۱ (۴) -۱

۱۰۷- فرض کنید A مجموعه جواب‌های معادله مثلثاتی $(1 + \cos(2\alpha))(1 + \cos(4\alpha))(1 + \cos(8\alpha)) = \frac{1}{8}$ ، در بازه

$[0, \pi]$ باشد، ماکزیمم عضو مجموعه A، کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{7}\pi$ (۲) $\frac{6}{7}\pi$ (۳) $\frac{7}{9}\pi$ (۴) $\frac{8}{9}\pi$

۱۰۸- تابع چندجمله‌ای درجه دوم با ضرایب طبیعی P(x) مفروض است. اگر باقیمانده و خارج قسمت تقسیم P(x)

بر P'(x) (مشتق تابع P(x)) به ترتیب -۲ و $\frac{1}{2}x + 1$ باشند، کمترین مقدار مجموع ضرایب P(x)، کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۹

محل انجام محاسبات

۱۰۹- فرض کنید جمله صدم دنباله بازگشتی $a_{n+1} = \frac{1}{a_n} + 1$ با شرط $a_1 = 1$ برابر $\frac{k}{m}$ باشد. جمله نود و هشتم دنباله، کدام است؟

(۱) $\frac{k-m}{2m-k}$ (۲) $\frac{k-2m}{k-m}$ (۳) $\frac{k-m}{k-2m}$ (۴) $\frac{2m-k}{k-m}$

۱۱۰- دنباله $a_n = \begin{cases} 2^k & ; n = 2k \\ -2k+4 & ; n = 2k+1 \\ \left\lfloor \frac{n}{k+2} \right\rfloor + a & ; n = 2k+2 \end{cases}$ به ازای اعداد حسابی n مفروض است. اگر مجموع ۱۰ جمله اول این

دنباله ۱۹ باشد، حاصل عبارت $a_2 + a_5 + a_8 + \dots + a_{29}$ ، کدام است؟

(۱) -۲ (۲) صفر (۳) ۲ (۴) ۱

۱۱۱- فرض کنید برد تابع $f(x) = 2\sqrt[3]{9\cos^2(x)-1} - 2\sqrt[3]{1-9\cos^2(x)}$ به صورت $[a, b]$ باشد. مقدار $b-a$ ، کدام است؟

(۱) $\frac{9}{4}$ (۲) $\frac{15}{4}$ (۳) $\frac{9}{2}$ (۴) $\frac{21}{4}$

۱۱۲- دامنه تغییرات تابع $f(x) = \log_6 \frac{1}{6 + \sqrt{|x|} - |x|}$ ، کدام است؟

(۱) $(-9, 9)$ (۲) $(-4, 9)$ (۳) $(4, 9)$ (۴) $(-4, 4)$

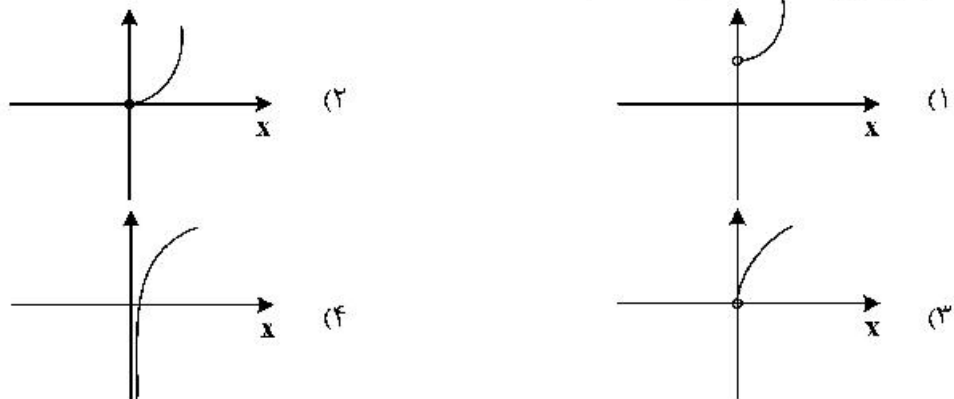
۱۱۳- نمودار منحنی $y = \sqrt{4-x}$ را k واحد در راستای قائم و $k-2$ واحد در جهت افقی چنان انتقال می‌دهیم که منحنی جدید وارون تابع خود را در نقطه‌ای با عرض ۱ قطع کند. سپس منحنی حاصل را ۱ واحد در راستای قائم به سمت پایین انتقال می‌دهیم. طول نقطه برخورد منحنی به دست آمده با محور x ها، کدام است؟

(۱) -۴ (۲) -۳ (۳) ۱ (۴) ۲

۱۱۴- فرض کنید $f(x) = \begin{cases} -1 & x < -1 \\ x & -1 \leq x \leq 1 \\ 1 & x > 1 \end{cases}$ و $g(x) = 1-x^2$. تعداد عناصر مجموعه نقاطی که gof یا fog در آن‌ها مشتق پذیر نیست، کدام است؟

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۱۱۵- نمودار تابع $f(x) = 9^{\log_3 x}$ ، کدام است؟



۱۱۶ فرض کنید a مقدار $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\tan^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} - 1\right)}{(1 - \cos(\sqrt{2x}))^n} = a + n$. کدام است؟

(۱) $\frac{7}{4}$ (۲) $\frac{9}{4}$ (۳) $\frac{15}{4}$ (۴) $\frac{17}{4}$

۱۱۷ مقدار $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^-} \frac{10x - 5 + \left[\frac{3}{x^2}\right]}{16x - \left[-\frac{2}{x^2}\right]}$ ، کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

(۱) $-\infty$ (۲) صفر (۳) $\frac{5}{8}$ (۴) $+\infty$

۱۱۸ تابع $f(x) = \frac{ax^2 - bx^2 + 2}{ax^2 - bx^2 + 2}$ در دو نقطه ناپیوسته و فقط دو مجانب موازی با محورهای مختصات دارد. مقدار a و b .

کدام‌اند؟
 (۱) $a = 0, b = 2$
 (۲) $a = 8, b = 10$
 (۳) $a = -2, b = 0$
 (۴) $a = -8, b = -6$

۱۱۹ اگر $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[5]{(a^2 x^2 - 1)(a^4 x^4 - 1) \dots (a^{100} x^{100} - 1)}}{a^{49} x^k - 1} = -1$ ، آنگاه مقادیر a و k ، کدام‌اند؟

(۱) $k = 51, a = -1$
 (۲) $k = 51, a = 1$
 (۳) $k = 49, a = -1$
 (۴) $k = 49, a = 1$

۱۲۰ فرض کنید $f(x) = \cos^2(2x) + ax^2 + b$ ، $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)}{x} = 0$ و $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{f'(x)}{x} = 2$. مقدار $a + b$ ، کدام است؟

(۱) ۸ (۲) ۶ (۳) ۴ (۴) -۸

۱۲۱ خطوط مماس بر منحنی تابع $f(x) = |\sin(2x)| + 1$ را در نقطه‌ای به طول $x = 0$ رسم می‌کنیم. اگر A و B به ترتیب نقاط برخورد خطوط مماس با نیمساز ربع دوم و چهارم باشند، طول پاره خط AB ، کدام است؟

(۱) صفر (۲) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ (۳) $\frac{4\sqrt{2}}{3}$ (۴) $2\sqrt{2}$

۱۲۲ کدام عبارت، برای تابع $f(x) = 2\sqrt{x} - \frac{3}{2\sqrt{x^2 - 1}}$ ، درست است؟

- (۱) تابع f در بازه $(0, 1) \cup (1, \infty)$ صعودی است.
 (۲) تابع f در بازه‌های $(0, 1)$ و $(1, \infty)$ صعودی است.
 (۳) تابع f در بازه $(1, \infty)$ صعودی و در بازه $(0, 1)$ نزولی است.
 (۴) تابع f در بازه $(1, \infty)$ نزولی و در بازه $(0, 1)$ صعودی است.

۱۲۳ بازه‌هایی که تابع $f(x) = \frac{x^4}{x^2 - 8}$ در آن‌ها اکیداً نزولی است را در نظر بگیرید. مینیمم طول این بازه‌ها، کدام است؟

(۱) ۲ (۲) $\sqrt{4} - 1$ (۳) $2\sqrt{4}$ (۴) $2(\sqrt{4} - 1)$

۱۲۴ فرض کنید A و B نقاط اکسترمم تابع $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 1$ باشند. چند نقطه روی منحنی f وجود دارد که خطوط مماس بر آن‌ها، موازی پاره خط AB است؟

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۲۵- ارزش گزاره $p \Rightarrow (q \vee r)$ درست است. احتمال این که ارزش گزاره r نادرست باشد، کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{4}{7}$ (۴) $\frac{2}{3}$

۱۲۶- فرض کنید $U = A \cup B$ مجموعه مرجع و $C = (A - B) \cup (B - A)$ و اگر $(A' - B) \cap C = B$ ، کدام عبارت درست است؟

- (۱) $B \subseteq A$ (۲) $A \cap B = \emptyset$ (۳) $A \subseteq B$ (۴) $A - B$

۱۲۷- برای هر عدد طبیعی n داریم $n! = 2^{a_1} \times 3^{a_2} \times 5^{a_3} \times \dots$ مقدار $\sum_{i=1}^{\infty} a_i$ به ازای $n = 20$ ، کدام است؟

- (۱) ۲۸ (۲) ۳۲ (۳) ۳۶ (۴) ۴۰

۱۲۸- در جدول فراوانی داده‌های زیر، مقدار میانه برابر $13/5$ و اختلاف چارک اول از سوم 17 است. به هر یک از داده‌های جدول ۴ واحد اضافه می‌کنیم. واریانس جدول جدید، کدام است؟

- (۱) ۷۱ (۲) $71/5$
(۳) ۷۲ (۴) $72/5$

داده	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۲۸	۳۱	a
فراوانی	۳	۲	۶	۳	۲	۵	۱

۱۲۹- برای دانش‌آموزان یک شهر از مقطع ابتدایی تا کلاس دوازدهم، یک عدد پنج رقمی به صورت زیر اختصاص می‌یابد: دو رقم اول سمت راست نمایش پایه تحصیلی (از ۰۱ تا ۱۲)، دو رقم دوم نمایش سن (از ۰۷ تا ۱۸) و رقم پنجم جنسیت (پسر ۱ و دختر ۲). سپس اعداد را به ترتیب صعودی در یک مجموعه قرار می‌دهیم. سن صدمین عضو مجموعه کدام است؟ (ممکن است عدد پنج رقمی مورد نظر به هیچ فردی اختصاص نیابد، ولی در محاسبه شمرده شود).

- (۱) ۱۳ (۲) ۱۴ (۳) ۱۵ (۴) ۱۶

۱۳۰- هر یک از اعداد ۱ تا ۲۱ را روی یک کارت می‌نویسیم و در یک کیسه قرار می‌دهیم. سپس دو کارت به تصادف و به ترتیب از کیسه خارج کرده و کنار یکدیگر قرار می‌دهیم تا عدد جدیدی حاصل شود. اعداد تشکیل شده از همه حالت‌های ممکن را در مجموعه A قرار می‌دهیم، یک عدد از مجموعه A انتخاب می‌کنیم. احتمال این که عدد انتخابی بر ۶ بخش پذیر باشد، کدام است؟

- (۱) $\frac{13}{84}$ (۲) $\frac{65}{417}$ (۳) $\frac{11}{70}$ (۴) $\frac{67}{417}$

۱۳۱- تعداد اعداد پنج رقمی مضرب ۱۸ که مربع کامل هستند، کدام است؟ $(\sqrt{10} \cong 3/16)$

- (۱) ۳۵ (۲) ۳۶ (۳) ۳۷ (۴) ۳۸

۱۳۲- تعداد مقسوم‌علیه‌های مثبت عدد صحیح $x = 2^m \times 5^n$ از تعداد مقسوم‌علیه‌های مثبت صحیح $\frac{x}{40}$ ، ۱۲ واحد بیشتر است. حداقل مقدار x ، کدام است؟

- (۱) ۶۴۰ (۲) ۸۰۰ (۳) ۱۰۰۰ (۴) ۱۲۸۰

۱۳۳- میانگین بزرگترین و کوچکترین عدد سه رقمی به صورت aba که مضرب عدد ۱۲ باشند، کدام است؟

- (۱) ۳۴۸ (۲) ۵۴۰ (۳) ۵۷۰ (۴) ۵۷۴

۱۳۴- اگر خارج قسمت تقسیم عدد طبیعی $a > 9$ بر ۱۱، ۳ واحد بیشتر از باقیمانده آن باشد، احتمال این که عدد $a - 9$ بر ۲۴ بخش پذیر باشد، کدام است؟

- (۱) $\frac{13}{22}$ (۲) $\frac{6}{11}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{5}{11}$

۱۳۵- اگر m بزرگترین عدد طبیعی باشد که $36 \equiv (-m)!$

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۶

۱۳۶- در ظرف اول ۳ مهره آبی و ۶ مهره قرمز و در ظرف دوم ۴ مهره آبی و ۵ مهره قرمز قرار دارند. دو تاس پرتاب می‌کنیم. اگر مجموع اعداد رو شده بیشتر از ۹ باشد، به تصادف از ظرف اول یک مهره خارج کرده در ظرف دوم می‌اندازیم. در غیراین صورت از ظرف دوم یک مهره برداشته و به ظرف اول اضافه می‌کنیم. اکنون یک مهره از ظرف با مهره بیشتر انتخاب می‌کنیم. احتمال این که مهره قرمز باشد، کدام است؟

- (۱) $\frac{152}{270}$ (۲) $\frac{165}{270}$ (۳) $\frac{173}{270}$ (۴) $\frac{180}{270}$

۱۳۷- تعداد جواب‌های صحیح نامنفی معادله $x_1 + x_2 + x_3 = \frac{10}{x_4}$ ، کدام است؟

- (۱) ۶۰ (۲) ۷۲ (۳) ۸۱ (۴) ۹۶

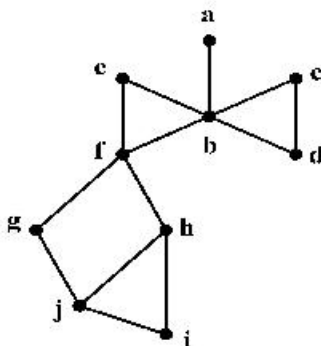
۱۳۸- کوچکترین اندازه گراف ساده همبند از مرتبه ۷ که بزرگترین درجه رئوس آن ۳ باشد، کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

	a	۳		
	۳	۱	۴	
	۲	۵	۱	۳
	۱	۴	۲	
b				

۱۳۹- مربع لاتین زیر را در نظر بگیرید. زوج مرتب (a, b) ، کدام است؟

- (۱) $(5, 3)$
(۲) $(1, 4)$
(۳) $(2, 1)$
(۴) $(4, 1)$



۱۴۰- در گراف زیر، مجموعه احاطه‌گر مینیمال، کدام است؟

- (۱) $\{b, h\}$
(۲) $\{b, g, i\}$
(۳) $\{a, c, h\}$
(۴) $\{a, c, f, j\}$

۱۴۱- بردار $\vec{a} = (-1, \alpha, 1)$ با محور z در فضا زاویه ۴۵ درجه می‌سازد. اگر $\vec{b} = (-\frac{4}{3}, \frac{2}{3}, 2)$ و زاویه بردار $\vec{a} \times \vec{b}$ با محور

z ، θ باشد، مقدار $\cos \theta$ ، کدام است؟

- (۱) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۲) $-\frac{\sqrt{3}}{4}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

۱۴۲- مثلث قائم‌الزاویه ABC به طول وتر ۸ واحد مفروض است. این مثلث را توسط بردار \vec{AT} که در جهت بردار \vec{AM}

(M وسط وتر BC) قرار دارد، انتقال می‌دهیم. اگر مساحت محدود بین مثلث اولیه و جدید، $\frac{1}{16}$ مساحت اولیه باشد،

اندازه بردار \vec{AT} ، کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{1}{4}$

۱۴۳- فرض کنید $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 & 8 & 4 \\ 3 & 2 & 5 \\ 6 & 9 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$. مجموع درایه‌های سطر سوم ماتریس A ، کدام است؟

- ۳ (۱) ۵ (۲) ۱۲ (۳) ۱۳ (۴)

۱۴۴- فرض کنید $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$. اگر $BA^T A = 52I$ باشد، ماکزیمم مقدار درایه‌های ماتریس B ، کدام است؟

- ۱۴ (۱) ۱۸ (۲) ۲۴ (۳) ۲۸ (۴)

۱۴۵- کدام عبارت درست است؟

- (۱) مجموعه نقاطی از فضا که از دو خط موازی به یک فاصله باشند، در تعداد نامتناهی صفحه قرار می‌گیرند.
 (۲) مجموعه نقاطی از فضا که از دو خط موازی به یک فاصله باشند، در صفحه عمود بر آن دو خط قرار می‌گیرند.
 (۳) مجموعه نقاطی از فضا که از یک نقطه و یک خط که از آن نقطه نمی‌گذرد، به یک فاصله باشند، روی منحنی سهمی شکل قرار دارند.
 (۴) مجموعه نقاطی از فضا که مجموع فاصله‌های هر نقطه آن از دو نقطه ثابت در فضا، به یک اندازه باشند، روی محیط یک بیضی قرار می‌گیرند.

۱۴۶- سهمی $6 - 12y = (x-1)^2$ با رأس F و کانون F' مفروض است. یک بیضی با کانون‌های F و F' و خروج از مرکز $5/6$ می‌سازیم. فاصله مرکز بیضی از مبدأ مختصات، کدام است؟

- ۱ (۱) $\sqrt{2}$ (۲) $\sqrt{3}$ (۳) ۲ (۴)

۱۴۷- مثلثی با طول اضلاع ۱۳، ۱۴ و ۱۵ مفروض است. اندازه طول ضلع شش ضلعی محاط شده در این مثلث، کدام است؟

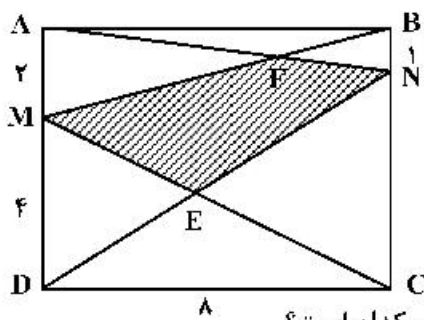
- ۸ (۱) $\frac{8\sqrt{3}}{3}$ (۲) ۴ (۳) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ (۴)

۱۴۸- زاویه \widehat{Oxy} و نقطه M داخل زاویه با شرط $\widehat{yMO} = \widehat{OMx}$ باشد، مفروض است. از نقطه M عمودهای MN و MP

را به ترتیب بر نیم خط‌های Ox و Oy رسم می‌کنیم. نسبت $\frac{MN}{MP}$ ، کدام است؟

- $\frac{OP}{ON}$ (۱) $\frac{OP}{OM}$ (۲) $\frac{2OP}{ON}$ (۳) $\frac{2OP}{OM}$ (۴)

۱۴۹- مستطیل $ABCD$ مطابق شکل زیر مفروض است. مساحت چهارضلعی $MENF$ ، کدام است؟



- $\frac{104}{9}$ (۱)

- ۱۳ (۲)

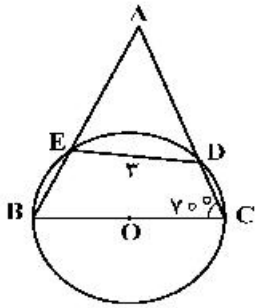
- $\frac{47}{3}$ (۳)

- ۱۶ (۴)

۱۵۰- در یک مثلث با زاویه 138° ، کوچکترین زاویه بین دو نیمساز خارجی به درجه، کدام است؟

- ۲۱ (۱) $11/5$ (۲) $34/5$ (۳) ۴۲ (۴)

۱۵۱- در شکل زیر شعاع دایره ۳ واحد است. اندازه کمان \widehat{EDC} به درجه، کدام است؟



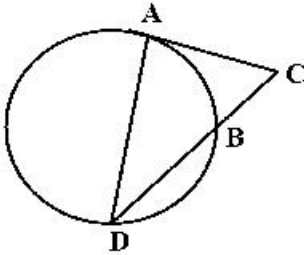
(۱) ۸۰

(۲) ۹۰

(۳) ۱۰۰

(۴) ۱۲۰

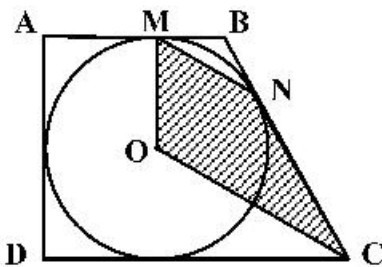
۱۵۲- در شکل زیر پاره خط AC بر دایره مماس است. اگر $\frac{AC}{BC} = \sqrt{3}$ ، آنگاه نسبت $\frac{DB}{BC}$ ، کدام است؟

(۱) $\sqrt{2}$ (۲) $\sqrt{3}$

(۳) ۲

(۴) ۳

۱۵۳- مطابق شکل زیر دوزنقه قائم‌الزاویه ABCD بر دایره‌ای به شعاع ۳، محیط شده است. اگر زاویه $\widehat{MBN} = 120^\circ$ باشد، مساحت چهارضلعی OMNC، کدام است؟

(۲) $\frac{9\sqrt{3}}{2}$ (۱) $\frac{27\sqrt{3}}{4}$ (۴) $9\sqrt{3}$ (۳) $\frac{27\sqrt{3}}{2}$

۱۵۴- فرض کنید خطوط $x+y=1$ و $x-y=3$ قطرهای یک دایره و خط $4x+3y+5=0$ مماس بر آن باشد.

نزدیکترین فاصله نقطه $M(4, -2)$ از دایره، کدام است؟

(۴) $\sqrt{5}-2$ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲) $\sqrt{3}-\sqrt{2}$ (۱) $\sqrt{3}-1$

۱۵۵- فرض کنید طول خط‌المركزین دو دایره با شعاع‌های $6a-1$ و a^2-2 ، برابر ۶ واحد باشد. اگر دو دایره فقط یک

مماس مشترک داشته باشند، میانگین مقادیر ممکن برای a ، کدام است؟

(۴) ۷

(۳) ۶

(۲) $\frac{13}{3}$

(۱) ۳

محل انجام محاسبات