

هیسوا؛ تخصصی ترم نهم ریاضیات مشاوره مشاوره کشور

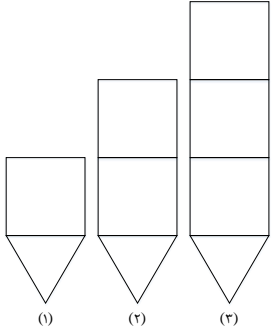
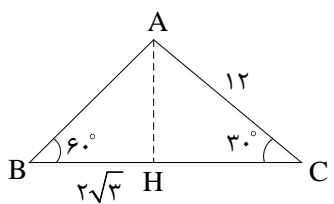
جمهوری اسلامی ایران
اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران
اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۲ تهران
دبیرستان غیردولتی پسرانه سرای دانش واحد سعادت آباد
آزمون پایان ترم نیمسال اول سال تحصیلی ۹۹-۱۳۹۸

نام و نام خانوادگی:
مقطع و رشته: دهم ریاضی - تهرمی
نام پدر:
شماره داوطلب:
تعداد صفحه سؤال: ۳ صفحه

نام درس: ریاضی ۱
نام دبیر: محمد علی جعفری
ساعت امتحان: ۸ صبح / عصر
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

نام دبیر:	تاریخ و امضاء:	نمره به عدد:	نمره به حروف:
		نمره تجدید نظر به عدد:	نمره به حروف:
محل مهر و امضاء مدیر:	نام دبیر:	تاریخ و امضاء:	نام دبیر:
س.۴	سؤالات	س.۳	س.۲
۱	<p>گزینه مناسب را انتخاب نمایید(راه حل الزامی است)</p> <p>الف- اگر عدد $4 + m$ متعلق به بازه $(m - 1, m + 4)$ باشد، حدود m در کدام گزینه است؟</p> <p>(۱) $-\frac{1}{2} < m < \frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{2} \leq m \leq 5$ (۳) $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$ (۴) $(0, 5)$</p> <p>ب- اگر A, B دو مجموعه جدا از هم باشند آن گاه کدام گزاره نادرست است؟</p> <p>(۱) $A \subseteq B'$ (۲) $A \cap B' = A$ (۳) $A \cup B' = B$ (۴) $A \cap B = \emptyset$</p> <p>ج- اگر $\cos \theta = \frac{1}{5}$ و انتهای کمان θ در ربع چهارم باشد، $\tan \theta$ کدام است؟</p> <p>(۱) $-2\sqrt{6}$ (۲) $2\sqrt{5}$ (۳) $2\sqrt{6}$ (۴) $-2\sqrt{5}$</p> <p>د- حاصل عبارت $(\sin 30^\circ + \sin 60^\circ)(\cos 180^\circ + \sin 90^\circ)$ در کدام گزینه به درستی اشاره شده است؟</p> <p>(۱) -1 (۲) 1 (۳) 0 (۴) $\frac{1}{2}$</p>	۲	
۲	<p>جاهای خالی را با کلمات و یا عبارات مناسب کامل کنید.</p> <p>الف- اگر $\tan \alpha > 0$ و $\cot \alpha < 0$، آنگاه α در ناحیه مثلثاتی قرار دارد.</p> <p>ب- تعداد زیر مجموعه های ناسره یک مجموعه A عضو برابر است با</p> <p>ج- اگر A یک مجموعه نامتناهی و B یک مجموعه متناهی باشد، آن گاه مجموعه $A - B$، مجموعه ای است.</p> <p>د- واسطه هندسی بین دو عدد $(1 + \sqrt{3})^2$ و $(1 - \sqrt{3})^2$ می باشد.</p>	۲	
۳	<p>درستی یا نادرستی هر یک از عبارات زیر را مشخص کنید؛ چنانچه یک عبارت نادرست است، آن را تصحیح نمایید.</p> <p>الف- اگر α در ربع دوم مثلثاتی باشد، آنگاه همواره $\sin \alpha > \cos \alpha$</p> <p>ب- مجموعه اعداد گویا و مجموعه اعداد گنگ، هیچ اشتراکی با هم ندارند.</p> <p>ج- هرگاه دو زاویه از مثلثی دیگر برابر باشند، آن دو مثلث متشابه اند.</p> <p>د- در دنباله حسابی که جملات هفتم و پانزدهم آن به ترتیب ۲۳ و ۶۳ است، جمله چهارم برابر ۱۴۹ می باشد.</p>	۲	

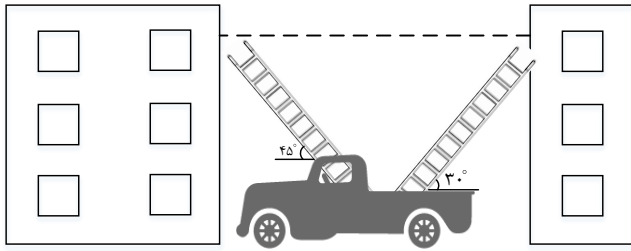
سوالات زیر را به طور کامل و دقیق پاسخ دهید. **هتروا!** تخصصی ترین سایت مشاوره کشور

۱	<p>اگر $A = (-2, 7)$ و $B = [-3, 6]$، آنگاه مجموعه های زیر را به صورت بازه نمایش دهید.</p> <p>الف) $A \cup B$ ب) $A \cap B$ پ) $B' - A$</p>	۴
۱	<p>هر یک از بازه های زیر را به صورت یک مجموعه بنویسید:</p> <p>الف) $(-\infty, 3] \cap (-2, 2)$ ب) $(-4, 7) \cup (7, 10)$</p>	۵
۱	<p>الگوی زیر را در نظر گرفته و با توجه به آن به سوالات زیر پاسخ دهید:</p> <p>الف) جمله ی عمومی این الگو را مشخص کنید.</p> <p>ب) در مرحله ی هفدهم، تعداد پاره خط ها را بیابید.</p> 	۶
۰/۷۵	<p>رشد گونه ای از ویروس به نحوی یافت شده است که در هر ساعت، دو برابر می شود تعداد ویروس در نمونه اول آزمایشگاهی ۸ عدد است. بعد از گذشت پنج شبانه روز، تعداد ویروس چقدر خواهد شد؟</p>	۷
۱	<p>مجموعه ۴ جمله اول یک دنباله هندسی را حساب کنید به طوری که جمله سوم آن ۳۶ و جمله ششم آن ۹۷۲ باشد.</p>	۸
۰/۷۵	<p>بین ۳ و ۵ واسطه حسابی درج کنید؛ چنانچه دنباله ایجاد شده را تا جمله دهم ادامه دهیم، جمله دهم را بیابید.</p>	۹
۱	<p>در یک کلاس ۳۷ نفره، ۲۲ نفر فوتبال و ۱۲ نفر به والیبال علاقه دارند. اگر ۸ نفر به هر دو ورزش علاقمند باشند؛</p> <p>الف) تعداد دانش آموزانی که فقط به فوتبال علاقه دارند چند برابر تعداد دانش آموزانی است که فقط به والیبال علاقه دارند؟</p> <p>ب) چند دانش آموز وجود دارند که به فوتبال و والیبال علاقه ای ندارند؟</p>	۱۰
۱/۲۵	<p>در شکل زیر محیط و مساحت مثلث ABC را به دست آورید.</p> 	۱۱

در شکل زیر، دو نردبان به طول های ۱۰ متر به صورت زیر میان دو ساختمان قرار گرفته اند. فاصله این دو ساختمان از یک دیگر چقدر است؟

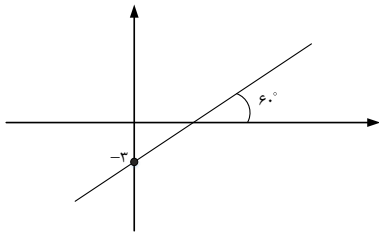
هیاو!؛ تخصصی ترین سایت مشاوره کشور

۰/۷۵



۱۲

۰/۷۵



معادله خط d را به دست آورید.

۱۳

۰/۷۵

نقطه روی دایره مثلثاتی با مختصات $P(\frac{\sqrt{6}}{3}, -\frac{\sqrt{3}}{3})$ وجود دارد. نسبت های مثلثاتی متناظر با این نقطه را به دست آورید.

۱۴

۱

حدود زاویه θ را با توجه به شرایط گفته شده زیر به دست آورید: (\parallel علامت اندازه یا همان قدر مطلق است)

الف) $|\sin \theta| > |\cos \theta|$ ، $\sin \theta < 0$ ، $\cos \theta < 0$

ب) $\sin \theta < 0$ ، $\tan \theta > 0$

۱۵

۱

مقدار هر یک از عبارت های زیر را بدست آورید.

الف) $4 \cos^2 60^\circ - 3 \tan^2 30^\circ + 2 \sin 45^\circ$

ب) $\frac{\sin 0^\circ + \sin 270^\circ - \cos 90^\circ}{\tan 180^\circ + \sin 90^\circ}$

۱۶

۲

درستی هر یک از عبارات زیر را اثبات کنید(در صورت نادرستی تساوی، دلیل آن را بیان کنید).

الف) $\sin^2 \beta - \cos^2 \beta = \frac{\tan \beta - \cot \beta}{\tan \beta + \cot \beta}$

ب) $\frac{1 + \tan \alpha}{1 + \cot \alpha} = \tan \alpha$

ج) $(1 - \sin^2 \alpha)(1 + \tan^2 \alpha) = 1$

۱۷



اداره ی هنر آموزش و پرورش و پژوهش شهر تهران

اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۲ تهران

دبیرستان غیر دولتی پسرانه سرای دانش واحد سعادت آباد

کلید سؤالات پایان ترم نوبت اول سال تحصیلی ۹۹-۹۸

نام درس: ریاضی ۱

نام دبیر: محمد علی جعفری

ساعت امتحان: ۰۸:۰۰ صبح / عصر

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

محل مهر یا امضاء مدیر	راهنمای تصحیح	ردیف
	<p>(۱) گزینه «۴»</p> $m - 1 < 4 < 3m + 4 \begin{cases} m - 1 < 4 \rightarrow m < 5 \\ 4 < 3m + 4 \rightarrow 3m > 0 \end{cases} \rightarrow m \in (0, 5)$ <p>(۲) گزینه «۳»</p> <p>دو مجموعه جدا از هم هیچ گونه اشتراکی ندارند یعنی اگر B, A دو مجموعه جدا از هم باشند آنگاه، $A \cap B = \emptyset$ بنابراین $A \subseteq B'$</p> <p style="text-align: right;">$B \subseteq A'$</p> <div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-right: 10px;"> <p style="text-align: center;">$A \cup B' = B'$</p> </div> <div> <p>(۳) گزینه «۱»</p> <p>در ربع چهارم:</p> <div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center;"> <div style="text-align: center; margin-right: 20px;"> $\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{-\frac{\sqrt{24}}{5}}{\frac{1}{5}} = -\sqrt{24} = -2\sqrt{6}$ </div> <div style="margin-left: 20px;"> <p>$\sin \theta < 0$</p> <p>$\cos \theta > 0$</p> <p>$\tan \theta < 0$</p> <p>$\cot \theta < 0$</p> </div> </div> <div style="margin-left: 20px;"> <p>$\cos \theta = \frac{1}{5}$</p> <p>$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ (غیر قابل قبول)</p> <p>$\sin^2 \theta + (\frac{1}{25}) = 1 \rightarrow \sin \theta = \pm \frac{\sqrt{24}}{5}$ (قابل قبول)</p> </div> </div> <p>(۴) گزینه «۳»</p> $(\cos 180^\circ + \sin 90^\circ)(\sin 30^\circ + \sin 60^\circ) = 0 \times (\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}) = 0$ </div>	۱
	<p>(۱) سوم</p> <div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center;"> <div style="margin-left: 20px;"> <p>$\sin \theta < 0$</p> <p>$\cos \theta < 0$</p> <p>$\tan \theta > 0$</p> </div> </div> <p style="text-align: center;">ربع سوم</p> <p>(۲) نامتناهی</p> <p>(۳) نامتناهی</p> $b^2 = (1 - \sqrt{3})^2 (1 + \sqrt{3})^2 = [(1 - \sqrt{3})(1 + \sqrt{3})]^2$ <p style="text-align: center;">$(1)^2 - (\sqrt{3})^2 = -2$</p> $b^2 = (-2)^2 = 4 \rightarrow b = 2$	۲

هیبوا! تخصصی ترین سایت مشاوره کشور

۱- نادرست؛ اگر $\alpha \in (90^\circ, 135^\circ)$ باشد $\sin \alpha > \cos \alpha$

$$d = \frac{a_m - a_n}{m - n} = \frac{63 - 23}{15 - 7} = \frac{40}{8} = 5$$

$a_7 = a_1 + 6d \Rightarrow 23 = a_1 + 6(5) \Rightarrow a_1 = -7$ نادرست (۴) درست (۳) درست (۲)

$a_{40} = a_1 + (40 - 1)d \Rightarrow a_{40} = -7 + 39(5) = 188$

۳

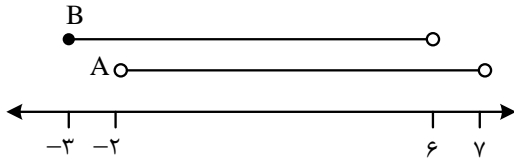
پاسخ کامل

ت

الف) $A \cup B = (-2, 7) \cup [-3, 6] = [-3, 7)$

ب) $A \cap B = (-2, -1) \cap [-3, 6] = [-2, 6)$

ج) $B' - A = [(-\infty, -3) \cup [6, +\infty)] - (-2, 7) = (-\infty, -3) \cup [7, +\infty)$



۴

الف)

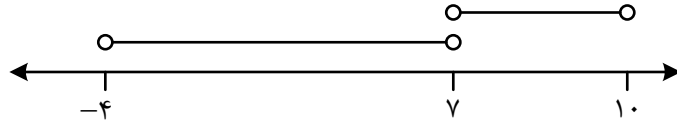
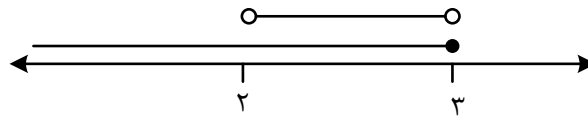
$(-\infty, 3] \cap (-2, 3) = (-2, 3)$

$\{x \in \mathbb{R} \mid -2 < x < 3\}$

ب)

$(-4, 7] \cup (7, 10) = (-4, 10) - \{7\}$

$\{x \in \mathbb{R} \mid -4 < x < 7 \cup 7 < x < 10\}$



۵

الف)

مرحله	۱	۲	۳	...
تعداد پاره خط	۶	۹	۱۲	...

$a_n = 3 + 3n = 3(n + 1)$

$a_{17} = 3(17 + 1) = 3 \times 18 = 54$

$a_1 = 8$

$q = 2$

$a_n = a_1 q^{n-1} \Rightarrow a_{12} = 8 \times 2^{(12-1)} = 8 \times 2^{11} = 2^3 \times 2^{11} = 2^{14}$

$n = 5$ شبانه = $5 \times 24 = 120$ ساعت

$a_6 = 972$

$a_3 = 36$

$\rightarrow \frac{a_6}{a_3} = \frac{q^3}{q^2} = \frac{972}{36} \Rightarrow q^3 = 27 \Rightarrow q = \sqrt[3]{27} = 3$

$a_3 = a_1 q^2 \Rightarrow 36 = a_1 (3)^2 \Rightarrow a_1 = 4$

$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = a_1 + a_1 q + a_1 q^2 + a_1 q^3 = a_1 (1 + q + q^2 + q^3)$

$= 4 \left(\frac{1 + 3 + 3^2 + 3^3}{4} \right) = 160$

۶

ب)

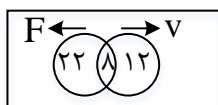
۷

۸

$d = \frac{\text{جمله اول} - \text{جمله آخر}}{n+1} = \frac{51-3}{5+1} = 8, \dots, \dots, \dots, \dots, \dots, 51$

$a_{10} = a_1 + (10 - 1)d \Rightarrow a_{10} = 3 + (9 \times 8) = 75$

۹



F: فقط فوتبال = $22 - 8 = 16$

V: فقط فوتبال = $12 - 8 = 4$

$\frac{F}{V} = \frac{16}{4} = 4$

۱۰

ب)

$37 - (22 + 12 - 8) = 1$

$$\underbrace{\cos 60^\circ}_{\frac{1}{2}} = \frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{وتر}} = \frac{BH}{AB} = \frac{2\sqrt{3}}{AB}$$

$$AB = 2\sqrt{3} \times 2 \Rightarrow AB = 4\sqrt{3}$$

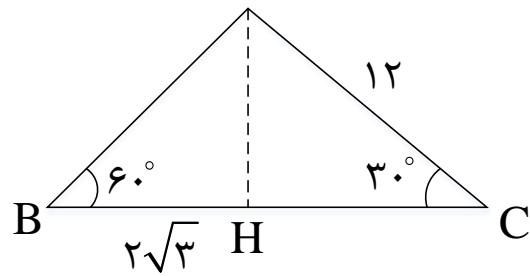
$$\underbrace{\sin 60^\circ}_{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{وتر}} = \frac{AH}{AB} \Rightarrow 2 \times AH = 4\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$AH = 6$$

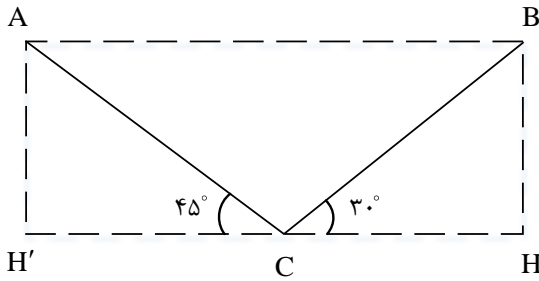
$$\underbrace{\cos 30^\circ}_{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{وتر}} = \frac{HC}{\underbrace{AC}_{12}} = 2 \times HC = 12 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow HC = 6\sqrt{3}$$

$$\text{محیط} = 6\sqrt{3} + 2\sqrt{3} + 4\sqrt{3} + 12 = 12 + 12\sqrt{3} = 12(1 + \sqrt{3})$$

$$\text{مساحت} = \frac{1}{2} \times BC \times AH = \frac{1}{2} \times 12\sqrt{3} \times 6 = 36\sqrt{3}$$



۱۱



$$BC = 10 \quad \underbrace{\cos 30^\circ}_{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{HC}{BC} \Rightarrow HC = 10 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}$$

$$AC = 10 \quad \underbrace{\cos 45^\circ}_{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{H'C}{AC} \Rightarrow H'C = 10 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 5\sqrt{2}$$

$$AB = H'C + HC = 5\sqrt{2} + 5\sqrt{3} = 5(\sqrt{2} + \sqrt{3})$$

۱۲

$$\theta = 6^\circ \text{ زاویه } d \text{ با } \tan \theta = \text{شیب} \Rightarrow \tan 6^\circ = \sqrt{3} = m$$

جهت مثبت

فرم کلی محور x ها

$$A(0, -3), m = \sqrt{3} \xrightarrow{\text{معادله خط}} y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - (-3) = \sqrt{3}(x - 0) \Rightarrow y = \sqrt{3}x - 3$$

۱۳

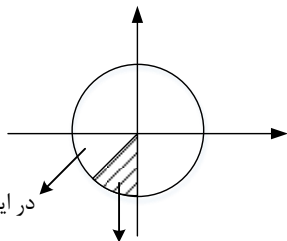
$$P\left(\frac{\sqrt{6}}{3}, -\frac{\sqrt{3}}{3}\right) \begin{cases} \cos \theta > 0 \\ \sin \theta < 0 \end{cases} \rightarrow \theta \text{ در ربع چهارم} \Rightarrow \tan \theta = \frac{\frac{\sqrt{3}}{3}}{\frac{\sqrt{6}}{3}} = \frac{-\sqrt{3}}{\sqrt{6}}$$

قرار دارد.

$$\cot \theta = \frac{1}{\tan \theta} = -\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}}$$

۱۴

$$|\sin \theta| > |\cos \theta|, \sin \theta < 0, \cos \theta < 0$$

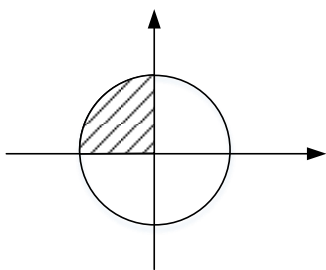


در این نقطه $|\sin \theta| = |\cos \theta|$

محدوده مورد نظر سوال $225^\circ < \theta < 270^\circ$

ب)

۱۵



$$\sin \theta > 0, \tan \theta < 0$$

$$\cos \theta < 0 \text{ باید } \sin \theta > 0, \tan \theta > 0$$

پس θ در ربع دوم قرار دارد

$$4\left(\frac{1}{2}\right)^2 - 3\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 + 2\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 4\left(\frac{1}{4}\right) - 3\left(\frac{3}{9}\right) + \sqrt{2} = \sqrt{2} \text{ الف)}$$

$$\frac{0 + (-1) - 0}{0 + 1} = \frac{-1}{1} = -1 \text{ ب)}$$

۱۶

$$\frac{\tan \beta - \cot \beta}{\tan \beta + \cot \beta} = \frac{\frac{\sin \beta}{\cos \beta} - \frac{\cos \beta}{\sin \beta}}{\frac{\sin \beta}{\cos \beta} + \frac{\cos \beta}{\sin \beta}} = \frac{\frac{\sin^2 \beta - \cos^2 \beta}{\cos \beta \sin \beta}}{\frac{\sin^2 \beta + \cos^2 \beta}{\cos \beta \sin \beta}} = \sin^2 \beta - \cos^2 \beta \text{ الف)}$$

$$\frac{1 + \tan \alpha}{1 + \cot \alpha} = \frac{1 + \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}}{1 + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}} = \frac{\frac{\cos \alpha + \sin \alpha}{\cos \alpha}}{\frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\sin \alpha}} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \tan \alpha \text{ ب)}$$

$$\left. \begin{aligned} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha \\ 1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \end{aligned} \right\} \Rightarrow (1 - \sin^2 \alpha)(1 + \tan^2 \alpha) = \cos^2 \alpha \left(\frac{1}{\cos^2 \alpha}\right) = 1 \text{ ج)}$$

۱۷

نام و نام خانوادگی مصحح :

امضاء:

جمع بارم : ۲۰ نمره