مشاوره تحصیلی هیوا

تخصصی ترین سایت مشاوره کشور

مشاوره تخصصی ثبت نام مدارس ، برنامه ریزی درسی و آمادگی برای امتحانات مدارس

برای ورود به صفحه مشاوره مدارس کلیک کنید

برای ورود به صفحه نمونه سوالات امتحانی کلیک کنید

تماس با مشاور تحصیلی مدارس

۹۰۹۹۰۷۱۷۸۹

تماس از تلفن ثابت

Edited with the trial version of
Foxit Advanced PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.foxitsoftware.com/shopping

۱- اگر $\lim\limits_{x \to ۵} \frac{۱ - x}{۲x^۲ + bx + a - ۱} = -\infty$ باشد، a و b را حساب کنید.

« **پاسخ** »

چون حاصل حد برای راست و چپ یکسان شده است. بنابراین باید مخرج مربع کامل باشد در نتیجه داریم:

$$x = ۵ \Rightarrow x - ۵ = ۰ \xrightarrow{\text{به توان ۲ می رسانیم}} x^۲ - ۱۰x + ۲۵ = ۰ \xrightarrow{\times ۲}$$

$$۲x^۲ - ۲۰x + ۵۰ = ۰ \Rightarrow \begin{cases} b = -۲۰ \\ a - ۱ = ۵۰ \end{cases} \Rightarrow a = ۵۱$$

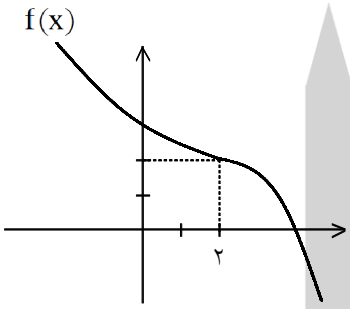
۲- اگر $\lim\limits_{x \to ۳} \frac{۵x + ۱}{x^۲ + ax + b} = +\infty$ باشد، a و b را حساب کنید.

« **پاسخ** »

چون حاصل حد برای راست و چپ یکسان شده است بنابراین باید مخرج مربع کامل باشد در نتیجه داریم:

$$x = ۳ \Rightarrow x - ۳ = ۰ \xrightarrow{\text{به توان ۲ می رسانیم}} x^۲ - ۶x + ۹ = ۰ \Rightarrow \begin{cases} a = -۶ \\ b = ۹ \end{cases}$$

۳- با توجه به نمودار تابع f حاصل $\lim\limits_{x \to ۲^+} \frac{x + ۱۰}{۲ - f(x)}$ را حساب کنید.



« **پاسخ** »

$$\lim\limits_{x \to ۲^+} \frac{x + ۱۰}{۲ - f(x)} = \frac{۱۲}{۰^+} = -\infty$$

۴- اگر $x^۳ + mx + ۱$ بر $x - ۲$ بخش‌پذیر باشد m را حساب کنید.

« **پاسخ** »

$$x - ۲ = ۰ \Rightarrow x = ۲ \Rightarrow R = ۲^۳ + m(۲) + ۱ = ۰ \Rightarrow ۹ + ۲m = ۰ \Rightarrow m = -\frac{۹}{۲}$$

Edited with the trial version of
Foxit Advanced PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.foxitsoftware.com/shopping

۵- حاصل حد زیر را حساب کنید.

$$\lim_{x \to ۲} \frac{\log_{۲} x - \log_{x}^{۲}}{\log_{۲}\left(\frac{x}{۲}\right)^{۲}}$$

« **پاسخ** »

روش اول:

$$\lim_{x \to ۲} \frac{\log_{۲} x - \log_{x}^{۲}}{۲\log_{۲}\left(\frac{x}{۲}\right)} = \lim_{x \to ۲} \frac{\log_{۲} x - \frac{۱}{\log_{۲} x}}{۲\left(\log_{۲} x - \log_{۲}^{۲}\right)} = \lim_{x \to ۲} \frac{\left(\log_{۲} x\right)^{۲} - ۱}{۲\log_{۲} x\left(\log_{۲} x - ۱\right)}$$

$$= \lim_{x \to ۲} \frac{\cancel{\left(\log_{۲} x - ۱\right)}\left(\log_{۲} x + ۱\right)}{۲\log_{۲} x\cancel{\left(\log_{۲} x - ۱\right)}} = \frac{۱+۱}{۲} = ۱$$

روش دوم (هوبیتال):

$$\log_{۲} x = t \Rightarrow \lim_{t \to ۱} \frac{t - \frac{۱}{t}}{۲(t-۱)} \xrightarrow{HOP} \lim_{t \to ۱} \frac{۱ + \frac{۱}{۲}}{t} = \frac{۲}{۲} = ۱$$

Edited with the trial version of
Foxit Advanced PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.foxitsoftware.com/shopping

۶- حد زیر را در صورت وجود، به دست آورید.

الف) $\lim\limits_{x \to ۱} \dfrac{x - \sqrt{۲x - ۱}}{x^{۲} - x}$

ب) $\lim\limits_{x \to ۳} \dfrac{x^{۲} - ۹}{۲ - \sqrt{x + ۱}}$

پ) $\lim\limits_{x \to -۸} \dfrac{۲x + ۱۶}{\sqrt[۳]{x} + ۲}$

« **پاسخ** »

الف) $\lim\limits_{x \to ۱} \dfrac{x - \sqrt{۲x - ۱}}{x^{۲} - x} = \lim\limits_{x \to ۱} \dfrac{x - \sqrt{۲x - ۱}}{x^{۲} - x} \times \dfrac{x + \sqrt{۲x - ۱}}{x + \sqrt{۲x - ۱}} = \lim\limits_{x \to ۱} \dfrac{x^{۲} - ۲x + ۱}{x(x - ۱)\left(x + \sqrt{۲x - ۱}\right)}$

$= \lim\limits_{x \to ۱} \dfrac{\cancel{(x - ۱)}(x - ۱)}{x\cancel{(x - ۱)}\left(x + \sqrt{۲x - ۱}\right)} = \lim\limits_{x \to ۱} \dfrac{(x - ۱)}{x\left(x + \sqrt{۲x - ۱}\right)} = \dfrac{۱ - ۱}{۱(۱ + ۱)} = \dfrac{۰}{۲} = ۰$

ب) $\lim\limits_{x \to ۳} \dfrac{x^{۲} - ۹}{۲ - \sqrt{x + ۱}} = \lim\limits_{x \to ۳} \dfrac{(x - ۳)(x + ۳)\left(۲ + \sqrt{x + ۱}\right)}{\left(۲ - \sqrt{x + ۱}\right)\left(۲ + \sqrt{x + ۱}\right)}$

$= \lim\limits_{x \to ۳} \dfrac{\cancel{(x - ۳)}(x + ۳)\left(۲ + \sqrt{x + ۱}\right)}{\underbrace{۴ - x - ۱}_{-\cancel{(x - ۳)}}} = \lim\limits_{x \to} \dfrac{(x + ۳)\left(۲ + \sqrt{x + ۱}\right)}{-۱} = \dfrac{۶ \times ۴}{-۱} = -۲۴$

پ) $\lim\limits_{x \to -۸} \dfrac{۲x + ۱۶}{\sqrt[۳]{x} + ۲} = \lim\limits_{x \to -۸} \dfrac{۲(x + ۸)\left(\sqrt[۳]{x^{۲}} - ۲\sqrt[۳]{x} + ۴\right)}{\left(\sqrt[۳]{x} + ۲\right)\left(\sqrt[۳]{x^{۲}} - ۲\sqrt[۳]{x} + ۴\right)}$

$= \lim\limits_{x \to -۸} \dfrac{۲\cancel{(x + ۸)}\left(\sqrt[۳]{x^{۲}} - ۲\sqrt[۳]{x} + ۴\right)}{\cancel{(x + ۸)}} = \lim\limits_{x \to -۸} ۲\left(\sqrt[۳]{x^{۲}} - ۲\sqrt[۳]{x} + ۴\right)$

$= ۲(۴ + ۲ \times ۲ + ۴) = ۲۴$

Edited with the trial version of
Foxit Advanced PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.foxitsoftware.com/shopping

۷- حدهای زیر را در صورت وجود محاسبه کنید.

الف) $\lim\limits_{x \to \frac{1}{2}} \dfrac{2x^2 - x}{4x^2 - 1}$

ب) $\lim\limits_{x \to 5} \dfrac{x^3 - 4x^2 - 4x - 5}{x^2 - 25}$

پ) $\lim\limits_{x \to -4} \dfrac{x^2 + 3x - 4}{x^3 + 4x^2 + x + 4}$

« **پاسخ** »

الف) $\lim\limits_{x \to \frac{1}{2}} \dfrac{2x^2 - x}{4x^2 - 1} = \lim\limits_{x \to \frac{1}{2}} \dfrac{\cancel{2}x\cancel{\left(x - \frac{1}{2}\right)}}{\cancel{2}\cancel{\left(x - \frac{1}{2}\right)}(2x + 1)} = \lim\limits_{x \to \frac{1}{2}} \dfrac{x}{(2x + 1)} = \dfrac{\frac{1}{2}}{2} = \dfrac{1}{4}$

ب) $\lim\limits_{x \to 5} \dfrac{x^3 - 4x^2 - 4x - 5}{x^2 - 25} = \lim\limits_{x \to 5} \dfrac{\cancel{(x - 5)}(x^2 + x + 1)}{\cancel{(x - 5)}(x + 5)} = \lim\limits_{x \to 5} \dfrac{x^2 + x + 1}{x + 5}$

$\dfrac{25 + 5 + 1}{10} = \dfrac{31}{10}$

پ) $\lim\limits_{x \to -4} \dfrac{x^2 + 3x - 4}{x^3 + 4x^2 + x + 4} = \lim\limits_{x \to -4} \dfrac{\cancel{(x + 4)}(x - 1)}{\cancel{(x + 4)}(x^2 + 1)} = \lim\limits_{x \to -4} \dfrac{x - 1}{x^2 + 1} = \dfrac{-5}{17}$

Edited with the trial version of
Foxit Advanced PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.foxitsoftware.com/shopping

۸- حد تابع زیر را در صورت وجود بیابید.

$$\lim_{x \to ۱} \frac{x - \sqrt{x}}{(x - ۱)(x + ۲)} =$$

« **پاسخ** »

$$\underbrace{\lim_{x \to ۱} \frac{x^۲ - x}{(x + ۲)(x - ۱)\left(x + \sqrt{x}\right)}}_{۰/۲۵} = \underbrace{\lim_{x \to ۱} \frac{x\,(x - ۱)}{(x + ۲)(x - ۱)\left(x + \sqrt{x}\right)}}_{۰/۲۵} = \underbrace{\frac{+۱}{۶}}_{۰/۲۵}$$

۹- حد تابع زیر را در صورت وجود بیابید.

$$\lim_{x \to ۰^-} \frac{[x]}{\sin x} =$$

« **پاسخ** »

$$\underbrace{\frac{-۱}{۰^-}}_{۰/۵} = \underbrace{+\infty}_{۰/۲۵}$$

Edited with the trial version of
Foxit Advanced PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.foxitsoftware.com/shopping

۱۰- حدود زیر را محاسبه کنید.

الف) $\lim\limits_{x \to ۳} \sqrt{x - ۳}$

ب) $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{۲}} \dfrac{\cos^{۲} x}{۱ - \sin x}$

ج) $\lim\limits_{x \to ۳^{-}} \dfrac{|۹ - x^{۲}|}{x - ۳}$

« **پاسخ** »

الف) $D : x \geq ۳$ ← در همسایگی چپ ۳ تعریف نشده ← حد ندارد.

ب) $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{۲}} \dfrac{\cos^{۲} x \cos x}{۱ - \sin x} = \lim\limits_{x \to \frac{\pi}{۲}} \dfrac{(۱ - \sin^{۲} x)\cos x}{۱ - \sin x} = \lim\limits_{x \to \frac{\pi}{۲}} (۱ + \sin x)\cos x = ۰$ مبهم $\frac{۰}{۰}$ $\Rightarrow$

۱۱- حاصل حدهای زیر را به دست آورید.

A) $\lim\limits_{x \to ۵} \dfrac{۳x^{۲} - ۱۳x - ۱۰}{x^{۲} - ۶x + ۵}$

B) $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{۲}} \dfrac{۱ - \sin x}{\cos^{۲} x}$

« **پاسخ** »

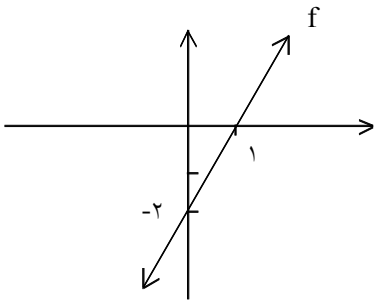
A) $\lim\limits_{x \to ۵} \dfrac{۳x^{۲} - ۱۳x - ۱۰}{x^{۲} - ۶x + ۵} = \lim\limits_{x \to ۵} \dfrac{(۳x + ۲)(x - ۵)}{(x - ۱)(x - ۵)} = \dfrac{۳(۵) + ۲}{۵ - ۱} = \dfrac{۱۷}{۴}$

B) $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{۲}} \dfrac{۱ - \sin x}{\cos^{۲} x} = \lim\limits_{x \to \frac{\pi}{۲}} \dfrac{۱ - \sin x}{(۱ - \sin x)(۱ + \sin x)} = \lim\limits_{x \to \frac{\pi}{۲}} \dfrac{۱}{۱ + \sin x} = \dfrac{۱}{۲}$

Edited with the trial version of
Foxit Advanced PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.foxitsoftware.com/shopping

هیوا تخصصی ترین سایت مشاوره کشور

۱۲- شکل زیر نمودار $f(x)$ است. حاصل $\lim\limits_{x \to ۱} \frac{f(x)}{x^۲ - ۱}$ را حساب کنید.



« **پاسخ** »

f یک تابع خطی گذرنده از $A(۰ , -۲)$ و $B(۱ , ۰)$ است.

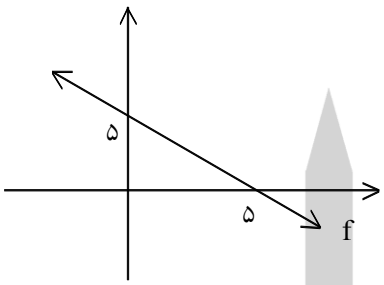
$f(x) = ax + b$

$A(۰ , -۲) \Rightarrow a(۰) + b = -۲ \Rightarrow b = -۲$

$B(۱ , ۰) \Rightarrow a(۱) + b = ۰ \xrightarrow{b = -۲} a - ۲ = ۰ \Rightarrow a = ۲ \Rightarrow f(x) = ۲x - ۲$

$$\lim_{x \to ۱} \frac{f(x)}{x^۲ - ۱} = \lim_{x \to ۱} \frac{۲\cancel{(x - ۱)}}{\cancel{(x - ۱)}(x + ۱)} = \lim_{x \to ۱} \frac{۲}{x + ۱} = \frac{۲}{۲} = ۱$$

۱۳- شکل زیر نمودار $f(x)$ است. حاصل $\lim\limits_{x \to ۵} \frac{x^۲ - ۵x}{f(x)}$ را حساب کنید.



« **پاسخ** »

f یک تابع خطی گذرنده از $A(۰ , ۵)$ و $B(۵ , ۰)$ است.

$f(x) = ax + b$

$A(۰ , ۵) \Rightarrow a(۰) + b = ۵ \Rightarrow b = ۵$

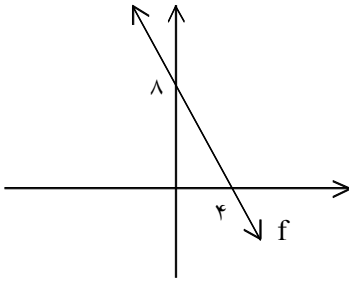
$B(۵ , ۰) \Rightarrow a(۵) + b = ۰ \xrightarrow{b = ۵} a = -۱ \Rightarrow f(x) = -x + ۵$

$$\lim_{x \to ۵} \frac{x^۲ - ۵x}{f(x)} = \lim_{x \to ۵} \frac{x\cancel{(x - ۵)}}{-\cancel{(x - ۵)}} = \lim_{x \to ۵} \frac{x}{-۱} = -۵$$

Edited with the trial version of
Foxit Advanced PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.foxitsoftware.com/shopping

هیوا تخصصی ترین سایت مشاوره کشور

۱۴- شکل زیر نمودار $f(x)$ است. حاصل $\lim\limits_{x \to ۴} \frac{f(x)}{x^۲ - ۵x + ۴}$ را حساب کنید.



« **پاسخ** »

f یک تابع خطی گذرنده از $A(۰ , ۸)$ و $B(۴ , ۰)$ است.

$$f(x) = ax + b$$

$$A(۰ , ۸) \Rightarrow a(۰) + b = ۸ \Rightarrow b = ۸$$

$$B(۴ , ۰) \Rightarrow a(۴) + b = ۰ \xrightarrow{b = ۸} ۴a = -۸ \Rightarrow a = -۲ \Rightarrow f(x) = -۲x + ۸$$

$$\lim_{x \to ۴} \frac{f(x)}{x^۲ - ۵x + ۴} = \lim_{x \to ۴} \frac{-۲\cancel{(x - ۴)}}{(x - ۱)\cancel{(x - ۴)}} = \lim_{x \to ۴} \frac{-۲}{x - ۱} = \frac{-۲}{۳}$$

Edited with the trial version of
Foxit Advanced PDF Editor
To remove this notice, visit:
www.foxitsoftware.com/shopping

هیوا تخصصی ترین سایت مشاوره کشور

۱۵- حاصل هریک از حدهای زیر را به دست آورید.

الف) $\lim\limits_{x \to ۷} \dfrac{x - ۲}{\sqrt{۳x + ۴}}$

ب) $\lim\limits_{x \to ۳^-} ۲ - [-x]$

ج) $\lim\limits_{x \to ۳} \dfrac{x^۲ - ۳x}{x^۲ - ۹}$

د) $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{۲}} \dfrac{۱ - \sin^۳ x}{\cos^۲ x}$

« **پاسخ** »

الف) $\lim\limits_{x \to ۷} \dfrac{x - ۲}{\sqrt{۳x + ۴}} = \dfrac{۷ - ۲}{\sqrt{۲۱ + ۴}} = \dfrac{۵}{\sqrt{۲۵}} = \dfrac{۵}{۵} = ۱$

ب) $\lim\limits_{x \to ۳^-} (۲ - [-x]) = ۲ - (-۳) = ۲ + ۳ = ۵$

ج) $\lim\limits_{x \to ۳} \dfrac{x^۲ - ۳x}{x^۲ - ۹} = \lim\limits_{x \to ۳} \dfrac{x\cancel{(x - ۳)}}{\cancel{(x - ۳)}(x + ۳)} = \lim\limits_{x \to ۳} \dfrac{x}{x + ۳} = \dfrac{۳}{۳ + ۳} = \dfrac{۱}{۲}$

د) $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{۲}} \dfrac{۱ - \sin^۳ x}{\cos^۲ x} = \lim\limits_{x \to \frac{\pi}{۲}} \dfrac{\cancel{(۱ - \sin x)}(۱ + \sin x + \sin^۲ x)}{\cancel{(۱ - \sin x)}(۱ + \sin x)} = \lim\limits_{x \to \frac{\pi}{۲}} \dfrac{۱ + \sin x + \sin^۲ x}{۱ + \sin x}$

$= \dfrac{۱ + ۱ + ۱}{۱ + ۱} = \dfrac{۳}{۲}$

www.Heyvagroup.com