کد کنترل

897

A

897A

«علم و تحقیق، کلید پیشرفت کشور است.»
مقام معظم رهبری

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فنّاوری
سازمان سنجش آموزش کشور

عصر پنج‌شنبه
۱۴۰۳/۱۲/۰۲

دفترچه شماره ۳ از ۳

آزمون ورودی دوره‌های دکتری (نیمه‌متمرکز) ـ سال ۱۴۰۴
مهندسی مکانیک (۱) ـ (کد ۲۳۲۱)

تعداد سؤال: ۷۵ سؤال — مدت‌زمان پاسخگویی: ۱۳۵ دقیقه

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤال‌ها

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	ریاضیات مهندسی	۱۵	۱	۱۵
۲	آنالیز شکل‌دادن فلزات ـ متالورژی در تولید ـ ابزارشناسی و ماشین‌کاری پیشرفته	۳۰	۱۶	۴۵
۳	مکانیک محیط پیوسته ـ تئوری الاستیسیته	۳۰	۴۶	۷۵

این آزمون نمره منفی دارد.

استفاده از ماشین‌حساب مجاز نیست.

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات کادر زیر، به‌منزله عدم حضور شما در جلسه آزمون است.

اینجانب ..... با شماره داوطلبی ..... با آگاهی کامل، یکسان‌بودن شماره صندلی خود با شماره داوطلبی مندرج در بالای کارت ورود به جلسه، بالای پاسخ‌نامه و دفترچه سؤالات، نوع و کدکنترل درج‌شده بر روی جلد دفترچه سؤالات و پایین پاسخ‌نامه‌ام را تأیید می‌نمایم.

امضا:

ریاضیات مهندسی:

۱- فرض کنید $f(x)=e^x, -\pi<x<\pi$ و $f(x+2\pi)=f(x)$. مقدار $\sum_{n=-\infty}^{\infty}\int_{-\pi}^{\pi} f(t)\,e^{in(\pi-t)}\,dt$، کدام است؟

۱) πe^{π}

۲) $\pi e^{-\pi}$

۳) $2\pi \sinh \pi$

۴) $2\pi \cosh \pi$

۲- فرض کنید $\int_{0}^{\infty} f(w)\sin(wx)dw=\begin{cases}\sin(2x) & 0\le x<\pi\\ 0 & x\ge\pi\end{cases}$. مقدار $\int_{0}^{\infty} x\,f(x)\,dx$، کدام است؟

۱) صفر

۲) ۱

۳) ۲

۴) $\frac{\pi}{2}$

۳- فرض کنید $Y(w)=\int_{-\infty}^{\infty} y(x)e^{-iwx}\,dx$ تبدیل فوریه جواب معادله دیفرانسیل $y''-4y=\begin{cases}-1 & 0<|x|<\frac{\pi}{2}\\ 0 & \text{سایر جاها}\end{cases}$ و $\lim_{|x|\to+\infty} y(x)=0$ باشد. مقدار $Y(3)$، کدام است؟

۱) $\frac{-2}{39}$

۲) صفر

۳) $\frac{1}{39}$

۴) $\frac{2}{39}$

۴- جواب عمومی معادله دیفرانسیل جزیی $y^۲u_{xx}+۲xyu_{xx}+(x^۲-۱)u_{yy}=۰$، کدام است؟ (f و g توابع دلخواه و به‌اندازه کافی، دیفرانسیل‌پذیر هستند.)

۱) $u(x,y)=f(y^۲+x^۲+۲x)+g(y^۲+x^۲-۲x)$

۲) $u(x,y)=f(y^۲-x^۲+۲x)+g(y^۲-x^۲-۲x)$

۳) $u(x,y)=f(yx-۲y)+g(yx+۲y)$

۴) $u(x,y)=f(xy-۲x)+g(xy+۲x)$

۵- جواب مسئله $x\in\mathbb{R}, y>۰$، $u_{xx}-u_{yy}=۱$، $u(x,۰)=\sin(x)$، $u_y(x,۰)=x$، کدام است؟

۱) $u(x,y)=\frac{۱}{۲}(\sin(x+y)+\sin(x-y))+xy-\frac{۱}{۲}y^۲$

۲) $u(x,y)=\frac{۱}{۲}(\sin(x+y)+\sin(x-y))+xy-y^۲$

۳) $u(x,y)=\sin(x+y)+\sin(x-y)-\sin(x)+xy-y^۲$

۴) $u(x,y)=\sin(x+y)+\sin(x-y)-\sin(x)+xy-\frac{۱}{۲}y^۲$

۶- جواب مسئله مقدار مرزی زیر، کدام است؟

$$\begin{cases} u_t=۲u_{xx}, & -۱<x<۱, \quad t>۰ \\ u(-۱,t)=u(۱,t), & u_x(-۱,t)=u_x(۱,t) \\ u(x,۰)=|x| \end{cases}$$

۱) $u(x,t)=\sum_{n=۱}^{\infty}\frac{۲\cos(n\pi x)}{n^۲\pi^۲}\left[(-۱)^n-۱\right]e^{-n^۲\pi^۲t}$

۲) $u(x,t)=\sum_{n=۱}^{\infty}\frac{۲\cos(n\pi x)}{n^۲\pi^۲}\left[(-۱)^n-۱\right]e^{-۲n^۲\pi^۲t}$

۳) $u(x,t)=\frac{۱}{۲}-\frac{۴}{\pi^۲}\sum_{n=۱}^{\infty}\frac{\cos((۲n-۱)\pi x)}{(۲n-۱)^۲}e^{-۲(۲n-۱)^۲\pi^۲t}$

۴) $u(x,t)=۱-\frac{۴}{\pi^۲}\sum_{n=۱}^{\infty}\frac{\cos((۲n-۱)\pi x)}{(۲n-۱)^۲}e^{-۲(۲n-۱)^۲\pi^۲t}$

۷- مسئله موج زیر مفروض است. مقدار $u(\frac{۵}{۲},\frac{۳}{۲})$، کدام است؟

$$u_{tt}-۴u_{xx}=\begin{cases}۱ & -۱\le x\le ۰ \\ ۰ & \text{سایر جاها}\end{cases}, \quad u(x,۰)=\begin{cases}x & ۰\le x<۲ \\ ۰ & \text{سایر جاها}\end{cases}, \quad u_t(x,۰)=۰$$

۱) $\frac{۱}{۶۴}$

۲) صفر

۳) $-\frac{۱}{۳۲}$

۴) $\frac{۱}{۸}$

۸- معادله لاپلاس $\nabla^{۲}v(x,y)=۰ \;,\; y>۰$، با شرایط مرزی $v(x,۰)=\begin{cases}A_{۰} & x>۰\\ ۲A_{۰} & x<۰\end{cases}$ مفروض است.
اختلاف پتانسیل دو نقطه $(۱,۱)$ و $(۱,\sqrt{۳})$، کدام است؟

۱) $\frac{A_{۰}}{۳}$

۲) $\frac{A_{۰}}{۴}$

۳) $\frac{A_{۰}}{۶}$

۴) $\frac{A_{۰}}{۱۲}$

۹- فرض کنید $n\in\mathbb{N}$، مقدار $\int_{۰}^{۲\pi} e^{\cos(\theta)}\; e^{-i\,(n\theta-\sin(\theta))}d\theta$ کدام است؟

۱) صفر

۲) $\frac{۲\pi}{n!}$

۳) $\frac{۲\pi}{(n-۱)!}$

۴) $\frac{\pi}{n!}$

۱۰- سری لوران تابع $f(z)=\frac{-۱}{(z-۱)(z-۲)}$ در ناحیه $|z|>۲$، کدام است؟

۱) $\sum_{n=۱}^{\infty}\frac{۱-۲^{n-۱}}{z^{n}}$

۲) $\sum_{n=۱}^{\infty}\frac{۱-۲^{n+۱}}{z^{n}}$

۳) $\sum_{n=۱}^{\infty}\frac{۱-۲^{n+۱}}{z^{n-۱}}$

۴) $\sum_{n=۱}^{\infty}\frac{۱-۲^{n-۱}}{z^{n-۱}}$

۱۱- مقدار $\oint_{|z|=۱}(\frac{\overline{z}+|z|}{z}+\frac{e^{z}}{z^{۳}})\,dz$، کدام است؟

۱) صفر

۲) πi

۳) $۲\pi i$

۴) $۳\pi i$

۱۲- تعداد جواب‌های معادله مختلط $\bar{z}^{۲} - ۲z + ۳i = ۰$، کدام است؟

۱) ∞

۲) ۴

۳) ۲

۴) ۱

۱۳- نقاط غیرتحلیلی تابع $f(z = x + iy) = \left|x^{۲} - y^{۲}\right| - ۲xyi$، کدام است؟ $(k \in \mathbb{Z})$

۱) $\left\{z : \left|\arg(z) - k\pi\right| > \frac{\pi}{۴}\right\}$

۲) $\left\{z : \left|\arg(z) - k\pi\right| < \frac{\pi}{۴}\right\}$

۳) $\left\{z : \left|\arg(z) - ۲k\pi\right| < \frac{\pi}{۴}\right\}$

۴) $\left\{z : \left|\arg(z) - k\pi\right| > \frac{\pi}{۴}\right\}$

۱۴- مقدار $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{(x+۳)\cos(x)}{x^{۴} + ۴x^{۲} + ۳} dx$، کدام است؟

۱) $۲\pi\left(\frac{\sqrt{۳}}{e} + \frac{۱}{e^{\sqrt{۳}}}\right)$

۲) $۲\pi\left(\frac{\sqrt{۳}}{e} - \frac{۱}{e^{\sqrt{۳}}}\right)$

۳) $\sqrt{۳}\,\pi\left(\frac{\sqrt{۳}}{e} - \frac{۱}{e^{\sqrt{۳}}}\right)$

۴) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}\pi\left(\frac{\sqrt{۳}}{e} - \frac{۱}{e^{\sqrt{۳}}}\right)$

۱۵- نقش تصویر ناحیه $۰ \le r \le ۲\cos(\theta)$ در مختصات قطبی، توسط نگاشت $w = \frac{z}{z-۱}$، کدام است؟

۱) $\left|w + ۱\right| \le ۱$

۲) $\left|w + ۱\right| \ge ۱$

۳) $\left|w - ۱\right| \ge ۱$

۴) $\left|w - ۱\right| \le ۱$

آنالیز شکل‌دادن فلزات ـ متالورژی در تولید ـ ابزارشناسی و ماشین‌کاری پیشرفته:

۱۶- **در یک کارخانه نورد، کاهش سطح مقطع در مرحله اول ۱۵٪، در مرحله دوم ۱۰٪ و در مرحله سوم ۵٪ است. با فرض ثابت‌بودن قطر غلتک‌ها در هر مرحله، درصورتی‌که غلتک مرحله اول با سرعت ۲۰ rpm دوران کند، سرعت غلتک سوم چند rpm است؟**

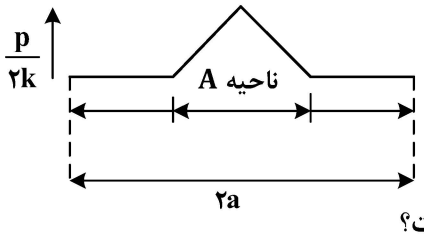
۱) ۲۰

۲) ۲۳/۴

۳) ۲۶

۴) ۲۷/۵۲

۱۷- **شکل زیر، تنش‌های مؤثر بر جزء کوچکتر از صفحه تخت تحت تأثیر فشار در شرایط تغییر شکل صفحه‌ای بین دو صفحه فشار موازی را نشان می‌دهد. کدام مورد، درخصوص ناحیه A و خارج از آن درست است؟**



۱) در ناحیه A، اصطکاک چسبنده و خارج از آن لغزنده است.

۲) در ناحیه A، اصطکاک لغزنده و در خارج از آن چسبنده است.

۳) در کل طول ۲a (ناحیه A و خارج از آن)، اصطکاک چسبنده است.

۴) در کل طول ۲a (ناحیه A و خارج از آن)، اصطکاک لغزنده است.

۱۸- **کرنش ناپایداری ($\bar{\varepsilon}$) در مخزن کروی شکل تحت فشار داخلی، چند برابر n است؟**

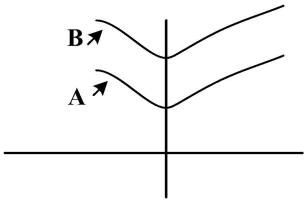
۱) ۱

۲) ۲

۳) $\frac{۲}{۳}$

۴) $\frac{۳}{۲}$

۱۹- **شکل زیر، نمودار FLD مربوط به دو ماده ورقی متفاوت است. کدام ماده، مناسب کشش عمیق است و دلیل آن تحمل‌کردن بیشتر کدام مورد تا قبل از شکست می‌باشد؟**



۱) (A)، تنش

۲) (B)، تنش

۳) (A)، کرنش

۴) (B)، کرنش

۲۰- **در روش «میدان خطوط لغزش» کدام مورد، درخصوص خطوط لغزش (α , β) نادرست است؟**

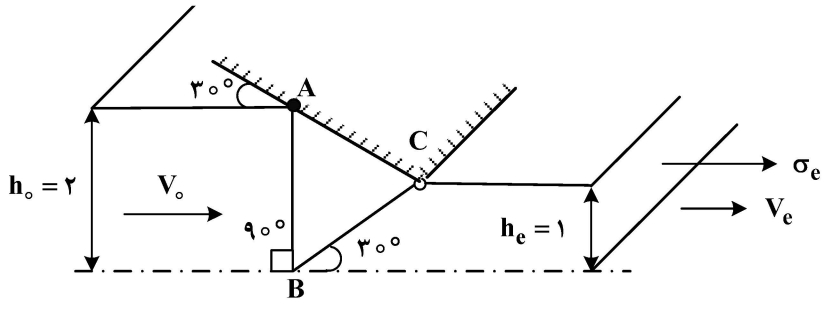
۱) خطوط α و β، سطوح آزاد فلز را تحت زاویه 45° قطع می‌کنند.

۲) خطوط α و β، سطوح قالب را حتماً تحت زاویه 45° قطع می‌کنند.

۳) در طول خطوط لغزش مستقیم، هم مقدار و هم جهت ناپیوستگی سرعت ثابت است.

۴) تمام خطوط α وقتی از یک خط β به خط دیگری می رود، به یک اندازه انحراف حاصل می‌کند.

۲۱- در فرایند کشش ورق کرنش صفحه‌ای بدون اصطکاک، با توجه به الگوی تغییر شکل نشان داده شده، با استفاده از روش کران بالا، تنش لازم در خروجی (σ_e) چند برابر k است؟ (k استحکام برشی ورق است.)



۱) $\frac{۱}{۲}$

۲) $\frac{\sqrt{۳}}{۳}$

۳) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$

۴) $\sqrt{۳}$

۲۲- کدام مورد درست است؟

۱) استحکام کششی، رابطه مستقیم با سختی ندارد.

۲) استحکام کششی، رابطه مستقیم با استحکام خستگی سیکل بالا ندارد.

۳) استحکام کششی، رابطه مستقیم با سختی و استحکام خستگی سیکل بالا دارد.

۴) رابطه‌ای بین استحکام کششی با سختی و استحکام خستگی سیکل بالا وجود ندارد.

۲۳- برای ساخت فنرهای مکانیکی، باید از ماده‌ای استفاده شود که تنش تسلیم و مدول الاستیسیته آن، به‌ترتیب چگونه باشد؟

۱) بالا ـ پایین ۲) بالا ـ بالا ۳) پایین ـ بالا ۴) پایین ـ پایین

۲۴- افزایش دما رفتار کششی فلزات از جمله استحکام، قابلیت تغییر فرم و مدول الاستیسیته را به‌ترتیب چگونه تغییر می‌دهد؟

۱) کاهش ـ کاهش ـ کاهش ۲) کاهش ـ افزایش ـ کاهش

۳) کاهش ـ افزایش ـ افزایش ۴) افزایش ـ افزایش ـ افزایش

۲۵- ورقی به قطر ۶۰ میلی‌متر و ضخامت ۲ میلی‌متر طی فرایند کشش عمیق به یک فنجان تبدیل می‌شود. کمترین قطر فنجان قابل ساخت، برابر با چند میلی‌متر است؟

۱) ۱۱/۱۱

۲) ۱۷/۴۵

۳) ۲۲/۲۲

۴) ۳۴/۹۰

۲۶- پارامتر سه محوری تنش (Stress triaxiality) چیست و افزایش آن به‌همراه افزایش ذرات ناخالصی (Inclusions) چه تأثیری بر کرنش شکست نرم فلزات دارند؟

۱) نسبت تنش هیدرواستاتیک به تنش معادل ـ افزایش کرنش شکست

۲) نسبت تنش معادل به تنش هیدرواستاتیک ـ افزایش کرنش شکست

۳) نسبت تنش معادل به تنش هیدرواستاتیک ـ کاهش کرنش شکست

۴) نسبت تنش هیدرواستاتیک به تنش معادل ـ کاهش کرنش شکست

۲۷- تغییر ساختار فلزات در فرایند ترمومکانیکی چگونه است و کنترل فرایند بر استحکام و چقرمگی شکست چه تأثیری دارد؟

۱) ریزشدن دانه‌ها به علت تبلور مجدد ـ بهبود استحکام و چقرمگی شکست با کاهش اندازه دانه‌های بلوری

۲) جوانه‌زنی و تشکیل ذرات رسوب در فرایندکار داغ ـ افزایش استحکام و کاهش چقرمگی شکست

۳) ساختار غیرپایدار به علت تنش مکانیکی و حرارتی ـ افزایش سختی و استحکام و کاهش چقرمگی شکست

۴) افزایش تراکم نابجایی‌ها به‌علت کار سختی ـ بهبود استحکام و چقرمگی

۲۸- آزمون کشش برای ماده‌ای که رابطه تنش ـ کرنش آن از رابطه $\sigma = k(2\varepsilon + n)^n$ پیروی می‌کند انجام شده است. گلویی‌شدن این ماده در چه کرنشی (ε) آغاز می‌شود؟

۱) $2n$
۲) $\frac{n}{2}$
۳) $2nk$
۴) $\frac{nk}{2}$

۲۹- در کدام فولاد ضدزنگ، امکان سخت‌کاری با عملیات حرارتی وجود دارد؟

۱) ۳۱۶
۲) ۴۱۰
۳) ۳۰۴L
۴) ۳۱۶L

۳۰- شعاع اتمی مس ۰/۱۲۸nm و ساختار آن FCC و وزن اتمی آن $63/5 \frac{gr}{mol}$ می‌باشد. دانسیته تئوری آن چند $\frac{gr}{cm^3}$ است؟

۱) ۸/۸۹
۲) ۸/۹۴
۳) ۸/۹۸
۴) ۹/۸۹

۳۱- کدام رفتار، توسط انباشت نابجایی‌های هم‌علامت پشت سر یک مانع در یک بلور فلز، قابل توجیه است؟

۱) نقطه تسلیم ۲) پیر کرنشی ۳) اثر باوشینگر ۴) برگشت فنری

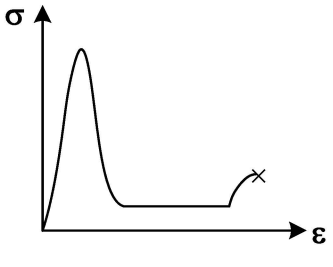
۳۲- کدام گزاره، درخصوص خواص مکانیکی فلزات درست است؟

۱) انجام کار سرد سبب کاهش برجهندگی می‌شود.
۲) مدول الاستیک تحت تأثیر پیوند بین اتمی بوده و آلیاژسازی تأثیر اندکی بر آن دارد.
۳) چقرمگی تنها وابسته به داکتیلیتی است و میزان استحکام نهایی بر روی آن تأثیر ندارد.
۴) با انجام عملیات حرارتی مناسب می‌توان به مدول الاستیک و استحکام تسلیم موردنظر دست یافت.

۳۳- کاهش شعاع بحرانی در انجماد فلزات به چه دلیل رخ می‌دهد و منجر به چه اتفاقی می‌شود؟

۱) کاهش دمای تبرید ـ افزایش اندازه دانه‌ها
۲) افزایش تعداد جوانه‌های پایدار ـ ریزدانه شدن فلز
۳) افزایش دمای فوق تبرید ـ ریزدانه شدن فلز
۴) کاهش دمای انجماد ـ ریزدانه شدن و کاهش اندازه دانه‌ها

۳۴- نمودار تنش ـ کرنش کدام دسته از مواد، در نمودار زیر نشان داده شده است؟



۱) ساختار HCP
۲) ساختار FCC
۳) تک‌کریستال
۴) آمورف

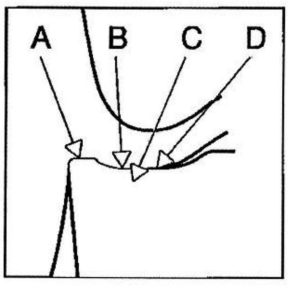
۳۵- **حین عملیات بازیابی (Recovery) آلیاژی از آلومینیوم، تغییرات کدام پارامتر مشابه سایر پارامترها نیست؟**

۱) اندازه دانه
۲) چگالی نابه‌جایی‌ها
۳) استحکام مکانیکی
۴) مقاومت الکتریکی

۳۶- **اگر ملاک تعیین عمر ابزار براساس معادلهٔ تیلور و $n = ۰/۵$ باشد، درصورت نصف شدن سرعت برش، عمر ابزار چند برابر می‌شود؟**

۱) ۲
۲) ۴
۳) ۶
۴) ۸

۳۷- **عوامل اصلی مؤثر بر سایش ابزار در مناطق تعیین‌شده در شکل زیر، به‌ترتیب حروف، کدام مورد می‌باشد؟**



۱) ساینده ـ مکانیکی ـ حرارتی ـ شیمیایی
۲) شیمیایی ـ مکانیکی ـ حرارتی ـ ساینده
۳) حرارتی ـ مکانیکی ـ شیمیایی ـ ساینده
۴) مکانیکی ـ حرارتی ـ شیمیایی ـ ساینده

۳۸- **با افزایش اندازه سایش پهلوی ابزار (Flank wear)، کدام گزینه برای بیان نوع و اندازه تنش پسماند در سطح قطعه کار درست است؟**

۱) فشاری، کاهش می‌یابد.
۲) فشاری، افزایش می‌یابد.
۳) کششی، افزایش می‌یابد.
۴) کششی، کاهش می‌یابد.

۳۹- **اگر در برش متعامد، کرنش برشی در صفحه برش از طریق رابطه $\gamma = \frac{\cos\alpha}{\sin(\varphi)\cos(\varphi-\alpha)}$ داده شود، بازنویسی این رابطه برحسب مؤلفه‌های سرعت به کدام صورت خواهد بود؟**

۱) $\gamma = \frac{V_c \cos\alpha}{V \sin^2\varphi}$
۲) $\gamma = \frac{V_s}{V \sin(\varphi)}$
۳) $\gamma = \frac{V_s}{V_c \cos(\varphi-\alpha)}$
۴) هر سه مورد

۴۰- **تغییرات زاویه لبه برش جانبی (زاویه هدایت)، ابعاد براده را چگونه تغییر می‌دهد؟**

۱) افزایش این زاویه، باعث عریض شدن براده و کاهش ضخامت آن می‌شود.
۲) افزایش این زاویه، باعث کم عرض شدن براده و افزایش ضخامت آن می‌شود.
۳) کاهش این زاویه، باعث عریض شدن براده و کاهش ضخامت آن می‌شود.
۴) تغییرات این زاویه، تأثیری بر روی ابعاد براده ندارد.

۴۱- **در فرایند ماشین‌کاری، افزایش سرعت برشی، باعث کاهش میزان حرارت انتقال یافته به کدام اجزا می‌شود؟**

۱) قیدوبند قطعه کار
۲) براده‌های تولید شده
۳) ابزار برشی
۴) قطعه کار

۴۲- **در کدام تئوری برش، مقدار زاویه صفحه برش به‌دست آمده از تئوری با نتیجه به‌دست آمده از تجربه نزدیک‌تر است و دلیل آن چیست؟**

۱) تئوری اکسلی ـ تنش برشی و تنش عمودی بر روی سطح براده را یکنواخت گرفته است.
۲) تئوری لی و شافر ـ تنش برشی و تنش عمودی بر روی سطح براده را غیریکنواخت گرفته است.
۳) تئوری اکسلی ـ تنش برشی و تنش عمودی بر روی سطح براده را غیریکنواخت گرفته است.
۴) تئوری مرچنت ـ تنش برشی و تنش عمودی بر روی سطح براده را غیریکنواخت گرفته است.

۴۳- **بزرگ شدن کدام زاویه در یک ابزار برشی تک‌لبه، باعث هدایت نیروهای پیشروی در جهت شعاعی می‌شود؟**

۱) لبه برش جانبی
۲) لبه برش انتهایی
۳) پشتی براده
۴) جانبی براده

۴۴- **کدام ابزار، برای ماشین کاری مواد آهنی مناسب نیست؟**

۱) سرمت
۲) فولادهای تندبر
۳) سرامیکی
۴) الماس پلی‌کریستال

۴۵- **اگر ضخامت براده تغییرشکل نیافته به اندازه کافی بزرگ باشد، افزایش شعاع لبه برش و کاهش زاویه آزاد ابزار، به‌ترتیب چه تأثیری بر انرژی مخصوص تراش دارند؟**

۱) کاهش ـ افزایش
۲) کاهش ـ کاهش
۳) افزایش ـ افزایش
۴) افزایش ـ کاهش

مکانیک محیط پیوسته ـ تئوری الاستیسیته:

۴۶- **اگر δ_{ij} دلتای کرونکر باشد، حاصل عبارت $\delta_{kj}\delta_{ij} - \delta_{ik}\delta_{\ell\ell}$ کدام است؟**

۱) صفر
۲) $-\delta_{ki}$
۳) $2\delta_{ki}$
۴) $-2\delta_{ki}$

۴۷- **اگر $\mathbf{A}$ یک میدان برداری و $\mathbf{X}$ بردار موقعیت نقطه (X_1, X_2, X_3) باشد، آنگاه حاصل $\nabla^2(\mathbf{A}.\mathbf{X})$ کدام است؟**

۱) $\nabla.\mathbf{A} + \nabla^2\mathbf{A}.\mathbf{X}$
۲) $2\nabla.\mathbf{A} + 2\nabla^2\mathbf{A}.\mathbf{X}$
۳) $\nabla^2\mathbf{A}.\mathbf{X} + 2\nabla.\mathbf{A}$
۴) $\nabla.\mathbf{A} + 2\nabla^2\mathbf{A}.\mathbf{X}$

۴۸- **اگر λ و $\vec{V}$ به‌ترتیب مقدار ویژه و بردار ویژه تانسور مرتبه دوم $\mathbf{A}$ باشند، به‌ترتیب مقدار ویژه و بردار ویژه تانسور $\mathbf{A}^{-2}$ کدام است؟**

۱) $-\lambda^2$ و $\vec{V}$
۲) λ^{-2} و $\vec{V}$
۳) $-\lambda^2$ و $2\vec{V}$
۴) λ^{-2} و $2\vec{V}$

۴۹- مرز حجم V سطح بستهٔ هموار محدب S، با نرمال یکّه روبه خارج n است. اگر x بردار موقعیت المان سطح در روابط $b=\int_S \nabla(x.x).nds$ و $a=\int_S x_i n_j ds$ باشد، $\frac{a}{b}$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۶}\delta_{ij}$ ۲) $۴\delta_{ij}$

۳) $۶\delta_{ij}$ ۴) $\frac{۱}{۴}\delta_{ij}$

۵۰- اگر دو انعکاس متوالی، به‌ترتیب نسبت به صفحات عمود بر $n_۱=e_۱-e_۲$ و $n_۲=e_۲+e_۳$ انجام شود، محور دوران چرخش هم‌ارز این انعکاس‌ها کدام است؟

۱) $e_۱+e_۲+e_۳$ ۲) $e_۱-e_۲+e_۳$

۳) $-e_۱-e_۲+e_۳$ ۴) $e_۱-e_۲-e_۳$

۵۱- نرخ کشیدگی برای المان مادی $dx=\frac{ds}{\sqrt{۲}}(e_۱+e_۲)$ در میدان سرعت $v=\frac{\alpha(t+k)}{۱+x_۱}e_۱$ در مبدأ مختصات و در زمان $t=۱$ کدام است؟ (α و k ثابت فرض شوند.)

۱) $-\frac{۱}{۲}\alpha(۱+k)$ ۲) $\frac{۱}{۲}\alpha(۱+k)$

۳) $-\frac{۱}{\sqrt{۲}}\alpha(۱+k)$ ۴) $\frac{۱}{\sqrt{۲}}\alpha(۱+k)$

۵۲- در دوران صلب با سرعت زاویه‌ای $\vec{\omega}$ حول محوری که از مبدأ مختصات می‌گذرد، میدان سرعت $\vec{v}$ ایجاد می‌شود. بردار گرداب $\vec{v}$ curl کدام است؟

۱) $\vec{\omega}$

۲) $۲\vec{\omega}$

۳) $-\vec{\omega}$

۴) $-۲\vec{\omega}$

۵۳- کشیدگی در المانی در راستای $e_۱+e_۲$ در تغییر شکل $x_۳=X_۳$، $x_۲=X_۲$ و $x_۱=X_۱+۲X_۲$ چقدر است؟

۱) $\sqrt{۵}$

۲) $۲\sqrt{۵}$

۳) $۳\sqrt{۵}$

۴) $\frac{\sqrt{۵}}{۲}$

۵۴- در یک تغییر شکل همگن برش ساده در صفحه $x_۱x_۳$، نقطه مرجع $A(۱,۰,۱)$ به نقطه $A'(۲,۰,۱)$ تبدیل شده و مبداء مختصات بدون تغییر باقی مانده است. بیشترین کشیدگی در این محیط چقدر است؟

۱) $\sqrt{\frac{۳}{۲}}$ ۲) $\sqrt{\frac{۵}{۲}}$

۳) $\frac{۱+\sqrt{۳}}{۲}$ ۴) $\frac{۱+\sqrt{۵}}{۲}$

۵۵- زاویه بین دو راستای مرجع $\mathbf{e_1+e_2}$ و $\mathbf{e_1-e_2}$ بعد از تغییر شکل همگن $\mathbf{x_3=2X_3}$، $\mathbf{x_2=3X_2}$ و $\mathbf{x_1=X_1+2X_2}$، کدام است؟

۱) $\cos^{-1}(\frac{2}{\sqrt{5}})$ ۲) $\cos^{-1}(\frac{4}{\sqrt{5}})$

۳) $\cos^{-1}(\frac{-2}{\sqrt{5}})$ ۴) $\cos^{-1}(\frac{-4}{\sqrt{5}})$

۵۶- در میدان سرعت اویلری $\mathbf{v_3=0}$، $\mathbf{v_2=2x_1-x_2}$ و $\mathbf{v_1=x_1+2x_2}$، نرخ کشیدگی پاره‌خطی که در لحظه جاری با جهت مثبت محورهای مختصات زوایای مساوی می‌سازد، چقدر است؟

۱) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ ۲) ۴

۳) $\frac{2}{3}$ ۴) $\frac{4}{3}$

۵۷- محیط پیوسته‌ای تحت تنش یکنواخت کوشی به‌صورت برش خالص $\mathbf{T_{12}=T_{21}=100}$ (سایر $\mathbf{T_{ij}}$ها صفرند.) و تغییر شکل برشی ساده با گرادیان $\mathbf{F=I+2e_1e_2}$ (I: تانسور یکه) قرار دارد. بردار تنش اول پایولا ـ کریشهف روی سطح مرجع عمود بر $\mathbf{e_1-e_2}$ کدام است؟

۱) $(100,-300,0)/\sqrt{2}$ ۲) $(-300,100,0)/\sqrt{2}$

۳) $(100,-300,0)$ ۴) $(-300,100,0)$

۵۸- اگر $\mathbf{C_{ij}=C_{ji}}$ مقادیر ثابتی باشند، عبارت $\mathbf{\left(C_{ij}x_ix_j\right)_{,k}}$ برابر با کدام گزینه است؟

۱) $3C_{ki}x_i$ ۲) $2C_{ii}x_k$

۳) $2C_{ki}x_i$ ۴) $3\,C_{ii}x_k$

۵۹- مقادیر ویژه ماتریس $\mathbf{A}=\begin{bmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{bmatrix}$ کدام است؟

۱) $\lambda_1=\lambda_2=\lambda_3=1$ ۲) $\lambda_2=\lambda_3=1$ و $\lambda_1=-1$

۳) $\lambda_3=1$ و $\lambda_1=\lambda_2=-1$ ۴) مقدار ویژه حقیقی $\lambda=1$ و دو مقدار ویژه دیگر موهومی

۶۰- در یک محیط تراکم‌ناپذیر، کدام مورد همواره درست است؟

۱) مساحت همه سطوح مادی ثابت می‌ماند.

۲) مساحت همه سطوح مادی تغییر می‌کند.

۳) یکی از کشیدگی‌های اصلی برابر یک است.

۴) حداقل یک کشیدگی اصلی بزرگتر از یک و حداقل یک کشیدگی اصلی کوچک‌تر از یک است.

۶۱- سه مؤلفه از میدان کرنش به‌صورت زیر برحسب مختصات $\mathbf{(x_1,x_2,x_3)}$ داده شده است. کدام تابع برای ε_{22}، شرط سازگاری کرنش را تأمین می‌کند؟ $\mathbf{(\varepsilon_{ij,mn}+\varepsilon_{mn,ij}=\varepsilon_{im,jn}+\varepsilon_{jn,im})}$

$\mathbf{\varepsilon_{12}=x_1^2+x_2x_3\ \ ;\ \ \varepsilon_{32}=x_1x_2\ \ ;\ \ \varepsilon_{13}=x_2^2}$

۱) $x_1^2\,x_3$ ۲) x_1+x_3

۳) $x_1\,x_3$ ۴) $x_1\,x_3^2$

۶۲- در میدان جابه‌جایی $w = C(x^2 + y^2)$، $v = Bxz^2$ و $u = Axy$، مؤلفهٔ دوران در صفحه xz کدام است؟ (A، B و C ثابت هستند.)

۱) Cx
۲) $-Cx$
۳) Cy
۴) $-Cy$

۶۳- در بارگذاری تک‌محوری مادهٔ ایزوتروپ الاستیک خطی، کرنش جانبی درون صفحه، در حالت کرنش صفحه‌ای چگونه است؟

۱) برابر با کرنش محوری درون صفحه در حالت تنش صفحه‌ای است.
۲) کوچک‌تر از کرنش جانبی درون صفحه در حالت تنش صفحه‌ای است.
۳) بزرگ‌تر از کرنش جانبی درون صفحه در حالت تنش صفحه‌ای است.
۴) برابر با کرنش جانبی درون صفحه در حالت تنش صفحه‌ای است.

۶۴- معادله ساختاری یک ماده ارتوتروپ الاستیک در حالت تنش صفحه‌ای به‌صورت زیر است. معادله سازگاری کرنش برحسب تابع تنش ایری φ کدام است؟ (D یک ثابت است و از نیروهای حجمی صرف‌نظر شود.)

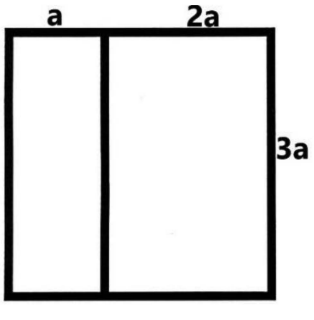
$$\varepsilon_{xx} = D\sigma_{xx} + \frac{D}{4}\sigma_{yy} \quad ; \quad \varepsilon_{yy} = \frac{D}{4}\sigma_{xx} + D\sigma_{yy} \quad ; \quad \varepsilon_{xy} = \frac{D}{4}\sigma_{xy}$$

۱) $\nabla^4\varphi = 0$
۲) $\nabla^2\varphi = 0$
۳) $\frac{\partial^4\varphi}{\partial x^4} + \frac{\partial^4\varphi}{\partial y^4} = 0$
۴) $\frac{\partial^4\varphi}{\partial x^4} + \frac{\partial^4\varphi}{\partial x^2\partial y^2} + \frac{\partial^4\varphi}{\partial y^4} = 0$

۶۵- در یک مسئله تنش صفحه‌ای در صفحه xy، در کدام مورد همه معادلات سازگاری کرنش برقرار هستند؟

۱) فقط کرنش e_{zz} تابع خطی از مختصات x و y باشد.
۲) فقط عبارت $e_{xx,yy} + e_{yy,xx}$ برابر $2e_{xy,xy}$ باشد.
۳) کرنش e_{zz} تابع خطی از مختصه z باشد و عبارت $e_{xx,yy} + e_{yy,xx}$ برابر $2e_{xy,xy}$ باشد.
۴) کرنش e_{zz} تابع خطی از مختصات x و y باشد و عبارت $e_{xx,yy} + e_{yy,xx}$ برابر $2e_{xy,xy}$ باشد.

۶۶- مقطع جدار نازک دو حفره‌ای زیر، تحت‌تأثیر لنگر پیچشی T قرار دارد. حداکثر تنش برشی چند برابر $\frac{T}{a^2t}$ است؟ (ضخامت در همه شاخه‌ها t است.)



۱) $\frac{1}{6}$
۲) $\frac{1}{9}$
۳) $\frac{2}{9}$
۴) $\frac{1}{18}$

۶۷- در یک جامد ایزوتروپ الاستیک خطی، مدول حجمی و مدول برشی با هم برابر هستند. با توجه به رابطه $\lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}$، ثابت لامه λ در این محیط چند برابر E است؟

۱) $\frac{2}{5}$
۲) $\frac{3}{4}$
۳) $\frac{4}{27}$
۴) صفر

۶۸- اگر ورقی نازک از مادهٔ ایزوتروپ الاستیک خطی تحت تنش‌های $\begin{cases}\sigma_x = ۲\sigma_y \\ \sigma_y\end{cases}$ قرار گیرد، در حالت تنش صفحه‌ای، $\frac{\sigma_x}{\varepsilon_x}$ برابر با کدام است؟

۱) $\frac{۲E}{۲-\nu}$

۲) $\frac{E}{۲(۱-\nu)}$

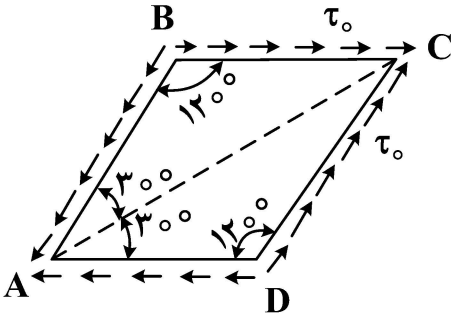
۳) $۲E$

۴) E

۶۹- در یک مقطع بیضوی توپر تحت پیچش، اگر قطر بزرگ دو برابر و قطر کوچک نصف شود، حداکثر تنش برشی چه تغییری می‌کند؟

۱) نصف می‌شود.
۲) دو برابر می‌شود.
۳) یک چهارم می‌شود.
۴) تغییر نمی‌کند.

۷۰- بردارهای تنش در لبه‌های المان صفحه‌ای زیر داده شده‌اند. تنش قائم روی AC، چند برابر $\tau_\circ$ است؟



۱) -۱

۲) $-\frac{۱}{\sqrt{۳}}$

۳) $-\frac{\sqrt{۳}}{۲}$

۴) $-\frac{۱}{۲}$

۷۱- وضعیت تنش صفحه‌ای،

$$\sigma_x = x^۲ - ۳y^۲ + ۴xy \quad \text{و} \quad \sigma_y = c_۱x^۲ + c_۲y^۲ - ۲xy \quad ،\tau_{xy} = \tau_{yx} = C_۳x^۲ + C_۴y^۲ + C_۵xy$$

در یک جامد ایزوتروپ الاستیک خطی در حال تعادل و بدون حضور نیروی حجمی، در کدام صورت قابل قبول است؟ (از عدم سازگاری ناشی از درجه یک نبودن e_{zz} نسبت به x و y صرف‌نظر شود.)

۱) $c_۱ = c_۲ = c_۳ = -۱$ و $c_۴ = c_۵ = -۲$

۲) $c_۱ = c_۲ = c_۳ = ۱$ و $c_۴ = c_۵ = ۲$

۳) $c_۱ = c_۲ = c_۳ = -۱$ و $c_۴ = c_۵ = ۲$

۴) $c_۱ = c_۲ = c_۳ = ۱$ و $c_۴ = c_۵ = -۲$

۷۲- جسم ایزوتروپ الاستیک خطی تحت افزایش دمای δT قرار دارد. اگر از همه مؤلفه‌های کرنش جلوگیری شود (یعنی اگر کرنش‌ها صفر نگه‌داشته شوند.)، چگالی حجمی انرژی کرنشی حاصل کدام است؟

۱) $\frac{۳}{۲}\frac{E\alpha^۲\delta T^۲}{(۱-۲\nu)^۲}$

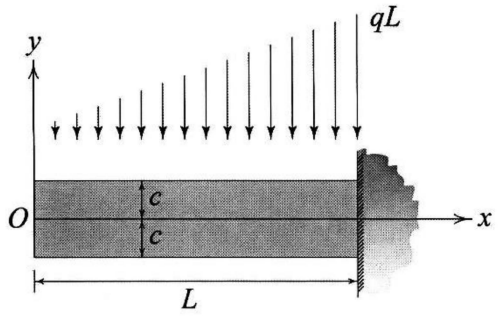
۲) $\frac{۳}{۲}\frac{E\alpha^۲\delta T^۲}{(۱-\nu)^۲}$

۳) $\frac{۳}{۲}\frac{E\alpha^۲\delta T^۲}{(۲-\nu)^۲}$

۴) $\frac{۳}{۲}\frac{E\alpha^۲\delta T^۲}{(۲-\nu^۲)}$

۷۳- بر روی سطح فوقانی تیر زیر، بار گسترده خطی اعمال شده است. با فرض تابع تنش ایری به شرح زیر، اعمال کدام شرط مرزی مناسب نیست؟ (از نیروهای جسمی صرف‌نظر شود.)

$$\varphi = A_1x^3y^3 + A_2xy^5 + A_3x^3y + A_4xy^3 + A_5x^3 + A_6xy$$



۱) $\left.\frac{\partial^2\varphi}{\partial x\partial y}\right|_{x=0} = 0$

۲) $\left.\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}\right|_{y=-c} = 0$

۳) $\left.\frac{\partial^2\varphi}{\partial x\partial y}\right|_{y=c} = 0$

۴) $\left.\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}\right|_{y=c} + qx = 0$

۷۴- اگر تانسور تنش در نقطه‌ای از جسم الاستیک با مدول حجمی $K = 10^6 \frac{kgf}{cm^2}$ به‌صورت $\sigma = \begin{bmatrix} 50 & 20 & -30 \\ 20 & 30 & -10 \\ -30 & -10 & 10 \end{bmatrix}$ برحسب $\frac{kgf}{cm^2}$ باشد، با فرض کرنش‌های کوچک، تغییر حجم نسبی (dilatation) در آن نقطه کدام است؟

۱) 4×10^{-5}

۲) 10^{-5}

۳) 2×10^{-5}

۴) 3×10^{-5}

۷۵- رابطه تنش ـ کرنش تک‌محوره در حالت الاستیک غیرخطی برای یک ماده مطابق رابطهٔ زیر است که در آن n و b ثابت هستند. چگالی حجمی انرژی کرنشی (W) چند برابر چگالی حجمی انرژی مکمل (Ω) است؟

$$\varepsilon = b\,\sigma^n$$

۱) $\frac{n}{3}$

۲) $\frac{n}{2}$

۳) n

۴) $2n$