مشاوره تحصیلی هیوا

تخصصی ترین سایت مشاوره کشور

مشـاوره تخصصی ثبت نام ، انتخاب رشته و برنامه ریزی

آزمون دکتری وزارت علوم و بهداشت

برای ورود به صفحه مشاوره آزمون دکتری کلیک کنید

تماس با مشاور تحصیلی آزمون دکتری

۹۰۹۹۰۷۱۷۸۹

تماس از تلفن ثابت

کد کنترل

475

A

475A

آزمون ورودی دورهٔ دکتری (نیمه‌متمرکز) ـ سال ۱۴۰۰

«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.»
امام خمینی (ره)

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فنّاوری
سازمان سنجش آموزش کشور

دفترچهٔ شمارهٔ (۱)
صبح جمعه
۹۹/۱۲/۱۵

رشتهٔ فوتونیک ـ (کد ۲۲۳۹)

تعداد سؤال: ۴۵ — مدت پاسخ‌گویی: ۱۵۰ دقیقه

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شمارهٔ سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شمارهٔ	تا شمارهٔ
۱	مجموعه دروس تخصصی: ـ فیزیک مدرن ـ مکانیک کوانتومی و مکانیک کوانتومی پیشرفته ـ الکترومغناطیس و الکترودینامیک	۴۵	۱	۴۵

استفاده از ماشین‌حساب مجاز نیست.

این آزمون نمرهٔ منفی دارد.

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات جدول ذیل، به‌منزلهٔ عدم حضور شما در جلسهٔ آزمون است.

اینجانب ..... با شمارهٔ داوطلبی ..... با آگاهی کامل، یکسان‌بودن شمارهٔ صندلی خود را با شمارهٔ داوطلبی مندرج در بالای کارت ورود به جلسه، بالای پاسخ‌نامه و دفترچهٔ سؤالات، نوع و کد کنترل درج شده بر روی دفترچهٔ سؤالات و پائین پاسخ‌نامه‌ام را تأیید می‌نمایم.

امضا:

۱- بلندترین طول موج سری بالمر در نور تابشی از اتم‌های هیدروژن $656\,nm$ است. این نور از یک کهکشان دوردست که از ما دور می شود با طول موج $1476\,nm$ دریافت می‌شود. سرعت دور شدن کهکشان از زمین چقدر است؟ (فرض کنید این جابه‌جایی طول موج ناشی از جابجایی دوپلر است.)

۱) $0/670\,c$

۲) $0/385\,c$

۳) $0/335\,c$

۴) $0/770\,c$

۲- در چارچوب مرجع S حادثه B به اندازه $2\mu s$ بعد از حادثه A و به فاصله $\Delta x = 2\,km$ از آن اتفاق می‌افتد. یک ناظر با چه سرعتی در راستای مثبت محور x حرکت کند تا حوادث A و B را هم زمان اندازه‌گیری کند؟

۱) $0/25\,c$

۲) $0/30\,c$

۳) $0/20\,c$

۴) $0/35\,c$

۳- شعاع متوسط مدار حرکت زمین به دور خورشید ۱۵۰ میلیون کیلومتر و شدت تابش خورشیدی روی سطح زمین $1360\,W/m^2$ است. در یک شبانه روز چند کیلوگرم از جرم خورشید کاسته می‌شود؟

۱) $3/70\times10^{14}$

۲) $3/70\times10^{12}$

۳) $4/30\times10^{9}$

۴) $4/30\times10^{11}$

۴- دو فوتون یکی با انرژی $4\,MeV$ و دیگری با انرژی $2\,MeV$ بر روی محور x به‌دنبال یکدیگر حرکت می‌کنند. جرم سکون این دستگاه دو فوتونی چند MeV/c^2 است؟

۱) صفر

۲) ۲/۸۳

۳) ۶/۰

۴) ۵/۶۶

۵- یک الکترون با انرژی $15\,MeV$ عمود بر راستای میدان مغناطیسی وارد ناحیه‌ای می‌شود که در آن میدان مغناطیسی یکنواخت $0/05\,T$ وجود دارد. شعاع دایره مسیر تقریبا چند متر است؟

۱) ۲/۰

۲) ۰/۵

۳) ۱/۵

۴) ۱/۰

۶- نوری به طول موج $550\,nm$ و شدت $0/02\,W/m^2$ به‌صورت عمود به سطح فلز پتاسیم می‌تابد. تابع کار پتاسیم $2/2\,eV$ است. اگر قرار باشد با ابزار فیزیک کلاسیک پدیده فوتوالکتریک توضیح داده شود فوتوالکترون‌ها تقریباً چند ثانیه پس از دریافت تابش، گسیل خواهند شد؟ (شعاع یک اتم را یک آنگستروم در نظر بگیرید و فرض کنید انرژی تابشی دریافتی توسط اتم‌های سطح فلز به اتم‌های زیر سطح منتقل نمی‌شود.)

۱) 6×10^{-2}

۲) 6×10^{-5}

۳) 6×10^{2}

۴) 6×10^{-9}

۷- در پراکندگی کامپتون از الکترون‌ها، وقتی زاویه پراکندگی 120° است جابه‌جایی طول موج پرتو پراکنده شده، $\Delta\lambda$، نسبت به طول موج پرتو فرودی پانزده درصد است. وقتی زاویه پراکندگی 60° است این نسبت چند درصد است؟

۱) ۵

۲) ۱۵

۳) ۳۰

۴) ۴۵

۸- توان تابش گرمایی یک ستاره $6/4\times10^{26}\,W$ است. در طیف تابشی نور این ستاره بیشینه شدت مربوط به طول موج $\lambda_{max} = 2900\,\mathring{A}$ است. شعاع ستاره تقریباً چند کیلومتر است؟ (ثابت استفان ـ بولتزمن برابر $5/7\times10^{-8}\,W/m^2\cdot K^4$ و ثابت وین برابر $2/9\times10^{-3}\,m\cdot K$ است.)

۱) 3×10^{6}

۲) 3×10^{4}

۳) 3×10^{5}

۴) 3×10^{7}

۹- طول موج دوبروی الکترونی که در اختلاف پتانسیل $3\times10^{6}\,V$ شتاب می‌گیرد تقریباً چند آنگستروم است؟

۱) $6/6\times10^{-3}$

۲) $3/6\times10^{-3}$

۳) $3/6\times10^{-1}$

۴) $6/6\times10^{-1}$

۱۰- در پراکندگی راترفورد، نسبت کسری از ذرات آلفای پراکنده شده با انرژی جنبشی معین از یک هدف در زاویهٔ بزرگتر از ۱۰° به کسری از ذرات آلفای پراکنده شده در زاویهٔ بزرگتر از ۶۰° تقریباً چقدر است؟

۱) ۱۱

۲) ۱۷

۳) ۹۷

۴) ۴۴

۱۱- هسته ساکن X دچار تلاشی $^{A}_{Z}X \rightarrow ^{A-۴}_{Z-۲}Y + ^{۴}_{۲}\alpha$ می‌شود. m_X، m_Y و m_α جرم سکون هسته‌های موجود در این واکنش است. با فرض این که انرژی جنبشی هسته Y و ذره α غیر نسبیتی باشد، انرژی جنبشی ذره α کدام است؟

۱) $\frac{A}{۴}(m_X - m_Y - m_\alpha)c^۲$

۲) $\frac{A}{A-۴}(m_X - m_Y - m_\alpha)c^۲$

۳) $\frac{A-۴}{A}(m_X - m_Y - m_\alpha)c^۲$

۴) $\frac{۴}{A}(m_X - m_Y - m_\alpha)c^۲$

۱۲- گاف نواری نیمه‌رسانای یک دیود گسیل کننده نور $۲/۰۶\,eV$ است. این لامپ چه نوری تابش می‌کند؟

۱) قرمز ۲) نارنجی ۳) سبز ۴) آبی

۱۳- در دمای اتاق گاف نواری ژرمانیوم $E_g = ۰/۷\,eV$ و چگالی الکترون‌های رسانش آن $۲\times۱۰^{۱۳}\,cm^{-۳}$ است. مرتبه بزرگی چگالی تعداد الکترون‌های رسانش الماس با گاف نواری $E_g = ۵/۴\,eV$ در دمای اتاق برحسب $cm^{-۳}$ چقدر است؟ $(e^{-۴۷} \approx ۴\times۱۰^{-۲۱})$

۱) $۱۰^{-۲۸}$

۲) $۱۰^{-۱۴}$

۳) $۱۰^{-۲۱}$

۴) $۱۰^{-۷}$

۱۴- در یک فلز با انرژی فرمی ε_f احتمال آن که در دمای T الکترون‌های آزاد حالتی با انرژی $\varepsilon_+ = \varepsilon_f + ۴/۶\,kT$ را اشغال کنند برابر $۰/۱$ است. احتمال آن که در این دما الکترون‌های آزاد حالتی با انرژی $\varepsilon_- = \varepsilon_f - ۲/۳\,kT$ را اشغال کنند چقدر است؟ (k ثابت بولتزمن است.)

۱) $۰/۲۵$

۲) $۰/۹۰$

۳) $۰/۴۵$

۴) $۰/۷۵$

۱۵- عدد اتمی عنصر سیلیسیوم، Si، $Z = ۱۴$ است. حالت پایه این اتم بر اساس نمادگذاری طیف‌سنجی کدام است؟

۱) $^{۳}P_{۲}$

۲) $^{۳}P_{۰}$

۳) $^{۳}D_{۳}$

۴) $^{۳}D_{۱}$

۱۶- پرتویی از اتم‌های خنثی (از لحاظ الکتریکی) از دستگاه آزمایش اشترن ـ گرلاخ عبور می‌کند. روی صفحه آشکارساز پنج خط دیده می‌شود. J تکانهٔ زاویه‌ای کل این اتم‌ها کدام است؟

۱) ۲

۲) ۳

۳) $\frac{۳}{۲}$

۴) $\frac{۵}{۲}$

۱۷- هامیلتونی یک سیستم در سه بعد $H = \frac{\hat{p}_x^۲ + \hat{p}_y^۲ + \hat{p}_z^۲}{۲m} + \frac{۱}{۲} m\omega^۲(\hat{x}^۲ + \hat{y}^۲ + \hat{z}^۲) - m\omega^۲ x_۰ \hat{x}$ است که m، ω و $x_۰$ مقادیر ثابت حقیقی و ψ_nها ویژه‌حالت‌های هامیلتونی هستند. کدام رابطه در مورد این سیستم نادرست است؟

۱) $\langle \psi_n | \hat{x} | \psi_n \rangle = x_۰$

۲) $\langle \psi_n | \hat{p}_x + \hat{p}_y + \hat{p}_z | \psi_n \rangle = ۰$

۳) $\langle \psi_n | \hat{p}_x | \psi_n \rangle = ۰$

۴) $\langle \psi_n | \hat{x} + \hat{y} + \hat{z} | \psi_n \rangle = ۰$

۱۸- نیروی $\vec{F}(\vec{r}) = -\vec{\nabla} V(\vec{r})$ به ذره‌ای به جرم m وارد می‌شود. اگر تابع موج این ذره در فضای تکانه در معادله $\left(\frac{p^۲}{۲m} - a\nabla_p^۲\right)\phi(\vec{p},t) = i\hbar\frac{\partial\phi(\vec{p},t)}{\partial t}$ صدق کند که a ضریب ثابت مثبتی است، نیروی $\vec{F}(\vec{r})$ کدام است؟

۱) $-\frac{a\hbar^۲}{۲}|\vec{r}|\vec{r}$

۲) $\frac{۲a}{\hbar^۲}\vec{r}$

۳) $\frac{a\hbar^۲}{۲}|\vec{r}|\vec{r}$

۴) $-\frac{۲a}{\hbar^۲}\vec{r}$

۱۹- تابع موج بهنجار یک نوسانگر هماهنگ ساده یک بعدی به‌صورت $\psi(x) = A\psi_0(x) + B\psi_1(x)$ است که توابع بهنجار $\psi_0(x)$ و $\psi_1(x)$ به ترتیب حالت پایه و اولین حالت برانگیخته‌ی این نوسانگرند. به ازای چه مقادیری از A و B مقدار میانگین عملگر مکان $\hat{x}$ بیشینه است؟(A و B ضرایب حقیقی‌اند.)

۱) $A = 0 \quad , \quad B = 1$

۲) $A = 1 \quad , \quad B = 0$

۳) $A = B = \frac{1}{\sqrt{2}}$

۴) $A = \frac{1}{2} \quad , \quad B = \frac{\sqrt{3}}{2}$

۲۰- ذره‌ای به جرم m تحت تاثیر پتانسیل یک‌بعدی $V(x) = bV_0\delta(x) + \frac{m\omega^2}{2}x^2$ حرکت می‌کند، که V_0 و b مقادیر ثابت مثبتی هستند. برای گذار این ذره از حالت برانگیخته دوم به حالت برانگیخته سوم چه مقدار انرژی لازم است؟

۱) $\hbar\omega$

۲) $2\hbar\omega$

۳) $1/5\hbar\omega$

۴) $0/5\hbar\omega$

۲۱- بردار حالت $|\psi\rangle$ ویژه‌حالت مشترک عملگر خطی A و عملگر پاریته π است. اگر A و π با یکدیگر پادجابه‌جا شوند $(A\pi + \pi A = 0)$ حاصل $A|\psi\rangle$ کدام است؟

۱) صفر

۲) $|\psi\rangle$

۳) $-|\psi\rangle$

۴) $\frac{1}{2}|\psi\rangle$

۲۲- عملگر دوران حول محور y به اندازه زاویه θ یعنی عملگر $d(\theta) = e^{-i\theta J_y}$ در فضای هیلبرتی‌که شرط $J_y^3 = J_y$ برقرار است، به چه شکلی در می‌آید؟

۱) $\cos\theta J_y + i\sin\theta J_y^2$

۲) $1 + (\cos\theta - 1)J_y + i\sin\theta J_y^2$

۳) $\cos\theta J_y - i\sin\theta J_y^2$

۴) $1 + (\cos\theta - 1)J_y - i\sin\theta J_y^2$

۲۳- برای ذره‌ی آزاد، در تصویر هایزنبرگ حاصل ضرب عدم قطعیت مکان ذره در لحظه‌ی $t=0$ در عدم قطعیت مکان ذره در لحظه‌ی دلخواه $t>0$ یعنی کمیت $\sigma=\left\langle(\Delta x_i)_t^2\right\rangle\left\langle(\Delta x_i)_{t=0}^2\right\rangle$ در کدام رابطه صدق می‌کند؟

۱) $\sigma \geq \frac{\hbar t}{2m}$

۲) $\sigma \leq \frac{\hbar^2 t^2}{8m^2}$

۳) $\sigma \geq \frac{\hbar^2 t^2}{4m^2}$

۴) $\sigma \leq \frac{\hbar t}{m}$

۲۴- اگر U عملگر تحول زمانی شرودینگری، بالانویس H نشان‌گر دیدگاه هایزنبرگی و بالانویس S نشان‌گر دیدگاه شرودینگری باشد، کدام دسته از چهار گزاره‌های زیر درست هستند؟

الف) در دیدگاه هایزنبرگی پایه‌های فضای هیلبرت در طول زمان با عملگر U^{-1} متحول می‌شوند.

ب) در دیدگاه شرودینگری پایه‌های مکان یا تکانه در فضای هیلبرت در طول زمان ثابت هستند.

ج) اگر $A^{(H)}$ مشاهده‌پذیری در دیدگاه هایزنبرگی و $\{|\alpha_i,0\rangle\}$ ویژه‌حالت‌های آن در لحظه $t=0$ با ویژه‌مقادیر α_i باشند، حالت‌های $\{U^\dagger|\alpha_i,0\rangle\}$ نیز ویژه‌حالت‌های همان عملگر در لحظه دلخواه $t>0$ با همان ویژه‌مقادیر هستند.

د) در دیدگاه شرودینگری، یک مشاهده‌پذیرِ تابع زمان همواره دارای ویژه مقادیری مستقل از زمان است.

۱) الف، ب و ج ۲) ب، ج و د ۳) فقط الف و ب ۴) فقط ب و د

۲۵- انرژی‌های یک سامانه چهار ترازه به ترتیب $E_1=-14eV$، $E_2=-9eV$، $E_3=-7eV$ و $E_4=-5/5eV$ است. اگر آهنگ گذار از تراز سوم به ترازهای اول و دوم به‌ترتیب $A_{31}=7\times10^7 s^{-1}$ و $A_{32}=1/3\times10^8 s^{-1}$ و آهنگ گذار از تراز چهارم به تراز سوم $A_{43}=3\times10^8 s^{-1}$ باشد، طول عمر تابشی تراز سوم چند ثانیه است؟

۱) $2/0\times10^{-9}$

۲) $4/5\times10^{-8}$

۳) $1/0\times10^{-8}$

۴) $5/0\times10^{-9}$

۲۶- یک مولکول دو اتمی متشکل از دو اتم با جرم یکسان M و فاصله‌ی D از یکدیگر حول محور تقارن عمود بر $\vec{D}$ دوران می‌کند. اختلاف انرژی دو خط متوالی در طیف تابشی دورانی این مولکول کدام است؟

۱) $\frac{\hbar^2 J}{2MD^2}$

۲) $\frac{2\hbar^2 J}{MD^2}$

۳) $\frac{J(J+1)\hbar^2}{2MD^2}$

۴) $\frac{2(J+1)\hbar^2}{MD^2}$

۲۷- انرژی پتانسیل الکترونی که در فاصلهٔ x از سطح آزاد یک مایع هیدروژن قرار دارد به شکل $V(x)=\begin{cases}-\frac{\lambda}{x} & x>0\\ \infty & x\le 0\end{cases}$ است که λ ضریب ثابت مثبت و محور x عمود بر سطح مایع است. اگر میدان الکتریکی ثابت $\vec{E}=E_0\hat{i}$ روشن شود و الکترون فقط بتواند در راستای x حرکت کند، انرژی حالت پایه الکترون تا مرتبه‌ی اول از E_0 کدام است؟

(تابع موج شعاعی اتم هیدروژن به شکل $R_{1,0}(r)=\frac{\chi(r)}{r}=\frac{2}{a_0^{3/2}}e^{-r/a_0}$ است که $a_0=\frac{\hbar^2}{me^2}$)

۱) $-\frac{m_e\lambda^2}{2\hbar^2}-\frac{3\hbar^2 eE_0}{4m_e\lambda}$

۲) $-\frac{m_e\lambda^2}{2\hbar^2}+\frac{3\hbar^2 eE_0}{2m_e\lambda}$

۳) $-\frac{m_e\lambda^2}{\hbar^2}+\frac{\hbar^2 eE_0}{2m_e\lambda}$

۴) $-\frac{m_e\lambda^2}{\hbar^2}-\frac{2\hbar^2 eE_0}{3m_e\lambda}$

۲۸- بنابر داده‌های تجربی سه نوع نوترینوی ν_e، ν_μ و ν_τ در طبیعت وجود دارد که جرم ناچیزی دارند و در طول زمان این نوترینوها به یکدیگر تبدیل می‌شوند. در فضای هیلبرتی که پایه آن به‌ترتیب از سه حالت نوترینوی نامبرده در بالا تشکیل شده است، هامیلتونی حاکم بر این رویداد به شکل $H=\begin{pmatrix} m_0c^2 & \hbar\omega & \hbar\omega\\ \hbar\omega & m_0c^2 & \hbar\omega\\ \hbar\omega & \hbar\omega & m_0c^2\end{pmatrix}$ است. m_0 و ω مقادیر ثابت مثبتی هستند. E_iها، ویژه مقدارهای این هامیلتونی، کدامند؟

۱) $E_1=m_0c^2+3\hbar\omega$ ، $E_2=m_0c^2-\hbar\omega$ ، $E_3=m_0c^2+\hbar\omega$

۲) $E_1=m_0c^2-2\hbar\omega$ ، $E_2=E_3=m_0c^2+\hbar\omega$

۳) $E_1=m_0c^2+2\hbar\omega$ ، $E_2=E_3=m_0c^2-\hbar\omega$

۴) $E_1=m_0c^2-3\hbar\omega$ ، $E_2=m_0c^2-\hbar\omega$ ، $E_3=m_0c^2-2\hbar\omega$

۲۹- در سوال ۱۳ اگر در لحظه $t=0$ یک نوترینوی ν_e به وجود آمده باشد، احتمال آن‌که این نوترینو در زمان دلخواه $t>0$ به نوترینوی ν_μ تبدیل شود، چقدر است؟

۱) $\frac{1}{9}(1-\cos 2\omega t)$

۲) $\frac{2}{9}(1-\cos 3\omega t)$

۳) $\frac{2}{3}(1-\cos 4\omega t)$

۴) $\frac{1}{3}(1-\cos \omega t)$

۳۰- ذره‌ای به جرم m و انرژی $E=\frac{\hbar^2 k^2}{2m}$ از پتانسیل کروی $V(r)=V_\circ e^{-\lambda r^2}$ به طور کشسان پراکنده می‌شود. $V_\circ$ و λ مقادیر ثابت مثبتی هستند. سطح مقطع دیفرانسیلی پراکندگی در تقریب اول بورن کدام است؟ (θ زاویه پراکندگی است.)

۱) $\frac{\pi m^2 V_\circ^2}{4\hbar^4\lambda^3}\exp\left(-\frac{2k^2\sin^2(\theta/2)}{\lambda}\right)$

۲) $\frac{m^2 V_\circ^2}{2\hbar^4\lambda^3}\exp\left(-\frac{k^2\sin^2(\theta/2)}{2\lambda}\right)$

۳) $\frac{\pi m^2 V_\circ^2}{4\hbar^4\lambda^3}\exp\left(-\frac{2k^2\sin^2\theta}{\lambda}\right)$

۴) $\frac{m^2 V_\circ^2}{2\hbar^4\lambda^3}\exp\left(-\frac{k^2\sin^2\theta}{2\lambda}\right)$

۳۱- بار الکتریکی به صورت سطحی با چگالی $\sigma(r,\theta)$ روی نیم‌صفحه نامتناهی $\varphi=\varphi_\circ$ توزیع شده است که (r,θ,φ) مختصات کروی یک نقطه در فضا است. معادله پواسون برای پتانسیل الکتریکی $\Phi(r,\theta,\varphi)$ کدام است؟

۱) $\nabla^2\Phi(r,\theta,\varphi)=-\frac{\sigma(r,\theta)}{2\pi\varepsilon_\circ}\frac{\delta(\varphi-\varphi_\circ)}{r^2\sin\theta}$

۲) $\nabla^2\Phi(r,\theta,\varphi)=-\frac{\sigma(r,\theta)}{\varepsilon_\circ}\frac{\delta(\varphi-\varphi_\circ)}{r\sin\theta}$

۳) $\nabla^2\Phi(r,\theta,\varphi)=-\frac{\sigma(r,\theta)}{2\pi\varepsilon_\circ}\frac{\delta(\varphi-\varphi_\circ)}{r^2\sin\theta}$

۴) $\nabla^2\Phi(r,\theta,\varphi)=-\frac{\sigma(r,\theta)}{\varepsilon_\circ}\delta(\varphi-\varphi_\circ)$

۳۲- یک پوسته کروی فرضی به مرکز O و شعاع R در فضایی که در آن بار الکتریکی ساکن وجود دارد در نظر بگیرید. اگر $\overline{\Phi}_s$ پتانسیل الکتریکی متوسط روی سطح این پوسته و Φ_o پتانسیل الکتریکی در مرکز این پوسته باشد، کدام عبارت همواره درست است؟ (Q_{in} بار الکتریکی خالص داخل پوسته و Q_{out} بار الکتریکی خالص خارج پوسته است.)

۱) اگر بار الکتریکی داخل پوسته وجود نداشته باشد $\Phi_o=\overline{\Phi}_s$.

۲) اگر بار الکتریکی داخل پوسته وجود نداشته باشد $\Phi_o=\overline{\Phi}_s/4\pi$.

۳) اگر $Q_{in}\neq\circ$ و $Q_{out}\neq\circ$ در این صورت $\overline{\Phi}_s=Q_{in}/4\pi\varepsilon_\circ R$.

۴) اگر $Q_{in}\neq\circ$ و $Q_{out}\neq\circ$ در این صورت $\overline{\Phi}_s=Q_{out}/4\pi\varepsilon_\circ R$.

۳۳- پتانسیل الکتریکی در داخل یک ناحیه استوانه‌ای به شعاع R متشکل از دو نیم پوسته نازک رسانای نامتناهی استوانه‌ای به شعاع R (که محور آن در راستای z است) با شرایط مرزی $\Phi(\rho=R,\varphi)=\begin{cases} V_\circ & \circ\le\varphi\le\pi \\ -V_\circ & \pi\le\varphi\le ۲\pi\end{cases}$ به صورت $\Phi(\rho,\varphi)=\frac{۲V_\circ}{\pi}\tan^{-۱}\left(\frac{۲\rho R\sin\varphi}{R^۲-\rho^۲}\right)$ است. چگالی بار سطحی روی سطح داخلی دو نیم استوانه کدام است؟

۱) $-\frac{۲\varepsilon_\circ V_\circ\sin\varphi}{\pi R}$

۲) $-\frac{۲\varepsilon_\circ V_\circ}{\pi R\sin\varphi}$

۳) $\frac{۲\varepsilon_\circ V_\circ\sin\varphi}{\pi R}$

۴) $\frac{۲\varepsilon_\circ V_\circ}{\pi R\sin\varphi}$

۳۴- تابع گرین $G(\vec{x},\vec{x}')=\sum_{\ell=\circ}^{\infty}\sum_{m=-\ell}^{\ell}\frac{۴\pi}{۲\ell+۱}\left(\frac{r_<^\ell}{r_>^{\ell+۱}}-\frac{r_<^\ell r_>^\ell}{R^{۲\ell+۱}}\right)Y_{\ell m}(\theta,\varphi)Y_{\ell m}^*(\theta',\varphi')$ مربوط به ناحیه داخلی یک مرز کروی به شعاع R با شرط مرزی دیریشله است. پتانسیل الکتریکی در ناحیه بین یک پوسته کروی عایق به شعاع a با توزیع بار سطحی $\sigma(a,\theta,\varphi)$ و یک پوسته رسانای کروی به شعاع b که در پتانسیل الکتریکی صفر نگه داشته شده کدام است؟ (دو پوسته به‌صورت هم مرکز قرار گرفته اند و $b>a$ و $A_{\ell m}=\int_{\theta'=\circ}^{\pi}\int_{\varphi'=\circ}^{۲\pi}\sigma(a,\theta',\varphi')Y_{\ell m}^*(\theta',\varphi')a^۲d\Omega'$ است.)

۱) $\Phi(\vec{x})=\frac{۱}{۴\pi\varepsilon_\circ}\sum_{\ell=\circ}^{\infty}\sum_{m=-\ell}^{\ell}A_{\ell m}\frac{۴\pi}{۲\ell+۱}\left(\frac{r}{b}\right)^{\ell}\left(\frac{۱}{b}-\frac{۱}{r}\left(\frac{b}{r}\right)^{۲\ell}\right)Y_{\ell m}(\theta,\varphi)$

۲) $\Phi(\vec{x})=\frac{۱}{۴\pi\varepsilon_\circ}\sum_{\ell=\circ}^{\infty}\sum_{m=-\ell}^{\ell}A_{lm}\frac{۴\pi}{۲\ell+۱}\left(\frac{r}{a}\right)^{\ell}\left(\frac{۱}{r}-\frac{۱}{b}\left(\frac{r}{b}\right)^{۲\ell}\right)Y_{\ell m}(\theta,\varphi)$

۳) $\Phi(\vec{x})=\frac{۱}{۴\pi\varepsilon_\circ}\sum_{\ell=\circ}^{\infty}\sum_{m=-\ell}^{\ell}A_{\ell m}\frac{۴\pi}{۲\ell+۱}\left(\frac{a}{r}\right)^{\ell}\left(\frac{۱}{r}-\frac{۱}{b}\left(\frac{r}{b}\right)^{۲\ell}\right)Y_{\ell m}(\theta,\varphi)$

۴) $\Phi(\vec{x})=\frac{۱}{۴\pi\varepsilon_\circ}\sum_{\ell=\circ}^{\infty}\sum_{m=-\ell}^{\ell}A_{\ell m}\frac{۴\pi}{۲\ell+۱}\left(\frac{a}{b}\right)^{\ell}\left(\frac{۱}{r}-\frac{۱}{r}\left(\frac{b}{r}\right)^{۲\ell}\right)Y_{\ell m}(\theta,\varphi)$

۳۵- توزیع باری در کل فضا با چگالی $\rho(\vec{x}) = \frac{1}{16}\sqrt{\frac{2}{15\pi}}\frac{e}{a_0^3}\left(\frac{r}{a_0}\right)^2 \exp(-r/a_0)Y_{22}(\theta,\varphi)$ وجود دارد. اگر در هر نقطه پتانسیل الکتریکی را به صورت $\Phi(\vec{x}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{\ell=0}^{\infty}\sum_{m=-\ell}^{\ell}\frac{4\pi}{2\ell+1}q_{\ell m}\frac{Y_{\ell m}(\theta,\varphi)}{r^{\ell+1}}$ بنویسیم، ضریب‌های $q_{\ell m}$ کدام‌اند؟ (a_0 مقدار ثابتی است.)

۱) $q_{\ell m} = 45\sqrt{\frac{2}{15\pi}}\, e a_0^2\, \delta_{\ell 2}\delta_{m2}$

۲) $q_{\ell m} = 315\sqrt{\frac{2}{15\pi}}\, e a_0^2\, \delta_{\ell 2}\delta_{m2}$

۳) $q_{\ell m} = \frac{3}{2}\sqrt{\frac{2}{15\pi}}\, e a_0^3\, \delta_{\ell 3}\delta_{m2}$

۴) $q_{\ell m} = \frac{15}{2}\sqrt{\frac{2}{15\pi}}\, e a_0^3\, \delta_{\ell 3}\delta_{m2}$

۳۶- کدام گزینه نادرست است؟

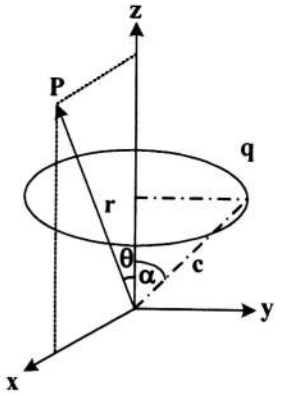
۱) برای هر توزیع بار دلخواه، تعداد عناصر دکارتی مستقل تانسور 2^ℓ قطبی الکتریکی برابر $2\ell+1$ است.

۲) رد تانسور Q_{ij}، تانسور چهارقطبی الکتریکی دکارتی، برای هر توزیع بار دلخواه صفر است.

۳) برای یک توزیع بار دلخواه، ممان‌های چند قطبی الکتریکی دکارتی مرتبه ℓ مستقل از مبدأ مختصات‌اند.

۴) برای هر توزیع بار دلخواه، تانسور دکارتی 2^ℓ قطبی الکتریکی نسبت به تعویض هر دو اندیس دلخواه متقارن است.

۳۷- مرکز یک حلقه دایره‌ای مطابق شکل زیر روی محور z و صفحه حلقه موازی صفحه $x-y$ است. شعاع حلقه $c\sin\alpha$ است و بار الکتریکی q به طور یکنواخت روی آن توزیع شده است. در نقطه P واقع در صفحه $x-z$ با مختصات کروی (r,θ) پتانسیل الکتریکی کدام است؟ ($r_>$ ($r_<$) طول بزرگتر (کوچک‌تر) بین r و c است.)



۱) $\Phi(r,\theta) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{\ell=0}^{\infty}\left(\frac{r_>^\ell}{r_<^{\ell+1}}\right)P_\ell(\cos\alpha)P_\ell(\cos\theta)$

۲) $\Phi(r,\theta) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{\ell=0}^{\infty}\left(\frac{r_<^\ell}{r_>^{\ell+1}}\right)P_\ell(\cos\alpha)P_\ell(\cos\theta)$

۳) $\Phi(r,\theta) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{\ell=0}^{\infty}\left(\frac{r_>^\ell}{r_<^{\ell+1}} - \frac{r_<^\ell}{a^{\ell+1}}\right)P_{\ell+1}(\cos\alpha)P_\ell(\cos\theta)$

۴) $\Phi(r,\theta) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{\ell=0}^{\infty}\left(\frac{r_>^\ell}{a^{\ell+1}} - \frac{r_<^\ell r_>^\ell}{a^{2\ell+1}}\right)P_{\ell+1}(\cos\alpha)P_\ell(\cos\theta)$

۳۸- یک کره دی‌الکتریک خطی و همسانگرد به شعاع R و ثابت دی‌الکتریک K در هوا (با ثابت دی‌الکتریک تقریبی $K_{air} = ۱$) در حضور میدان الکتریکی ثابت خارجی $\vec{E} = E_\circ \hat{z}$ در نظر بگیرید. میدان الکتریکی در نقاط خارج از کره معادل مجموع میدان الکتریکی $\vec{E}$ و میدان الکتریکی یک دوقطبی با ممان دوقطبی $\vec{p}$ است. اندازه بردار $\vec{p}$ کدام است؟

۱) $۴\pi\varepsilon_\circ \left(\frac{K-۱}{K+۳}\right) E_\circ R^۳$

۲) $۴\pi\varepsilon_\circ \left(\frac{K-۱}{۲K+۱}\right) E_\circ R^۳$

۳) $۴\pi\varepsilon_\circ \left(\frac{K-۱}{۳K+۱}\right) E_\circ R^۳$

۴) $۴\pi\varepsilon_\circ \left(\frac{K-۱}{K+۲}\right) E_\circ R^۳$

۳۹- پتانسیل نرده‌ای مغناطیسی در نقطه $\vec{x}$ داخل و خارج کره‌ای به شعاع R با مغناطش یکنواخت $\vec{M} = M_\circ \hat{z}$ در مختصات کروی کدام است؟

۱) $\Phi_M(\vec{x}) = \frac{۱}{۳} M_\circ R^۲ \frac{r_<^۲}{r_>^۳} P_۲(\cos\theta)$

۲) $\Phi_M(\vec{x}) = \frac{۱}{۳} M_\circ R^۲ \frac{r_>}{r_<^۲} P_۱(\cos\theta)$

۳) $\Phi_M(\vec{x}) = \frac{۱}{۳} M_\circ R^۲ \frac{r_<}{r_>^۲} P_۱(\cos\theta)$

۴) $\Phi_M(\vec{x}) = \frac{۱}{۳} M_\circ R^۲ \frac{r_>^۲}{r_<^۳} P_۲(\cos\theta)$

۴۰- یک سیم‌لوله استوانه‌ای نامتناهی به شعاع R که در واحد طول آن n دور سیم حامل جریان I وجود دارد در نظر بگیرید. در مختصات استوانه‌ای که محور z آن منطبق بر محور سیم‌لوله است پتانسیل برداری در داخل و خارج سیم‌لوله کدام است؟ (ρ فاصله یک نقطه از محور z و $\hat{\varphi}$ بردار یکه در مختصات استوانه‌ای است. $\rho_>$ ($\rho_<$) طول بزرگتر (کوچک‌تر) بین ρ و R است.)

۱) $\mu_\circ n I R \left(\frac{\rho_<}{\rho_>}\right) \hat{\varphi}$

۲) $\frac{۱}{۲} \mu_\circ n I R \left(\frac{\rho_>}{\rho_<}\right) \hat{\varphi}$

۳) $\mu_\circ n I R \left(\frac{\rho_>}{\rho_<}\right) \hat{\varphi}$

۴) $\frac{۱}{۲} \mu_\circ n I R \left(\frac{\rho_<}{\rho_>}\right) \hat{\varphi}$

۴۱- اگر $F^{\mu\nu}$ تانسور میدان الکترومغناطیسی باشد، حاصل عبارت $\sum_{\mu=0}^{3}\sum_{\nu=0}^{3} F^{\mu\nu}F_{\mu\nu}$ متناسب با کدام کمیت است؟ $(c=1)$

۱) $E^2 - B^2$

۲) $E^2 + B^2$

۳) $\vec{E}\times\vec{B}$

۴) $(\vec{E}\times\vec{B})\cdot(\vec{E}\times\vec{B})$

۴۲- یک موج الکترومغناطیسی تخت که در جهت $\hat{z}$ منتشر می‌شود از ناحیه $z<0$ که عایق و دارای ضریب شکست n_1 است به‌صورت عمود وارد ناحیه $z>0$ که عایق و دارای ضریب شکست n_2 است، می‌شود. ضریب عبور کدام است؟

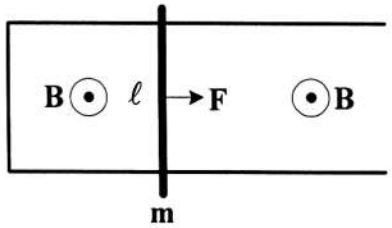
۱) $\left(\frac{n_2-n_1}{n_2+n_1}\right)^2$

۲) $\frac{4n_1n_2}{(n_1+n_2)^2}$

۳) $\frac{2n_2}{n_1+n_2}$

۴) $\frac{2n_1}{n_1+n_2}$

۴۳- سیمی به جرم m و طول ℓ می‌تواند بدون اصطکاک روی ریل افقی U شکل رسانای بدون اصطکاکی بلغزد. از لحظه $t=0$ سیم تحت تاثیر نیروی ثابت F که همواره به صورت افقی به آن وارد می‌شود از حالت سکون شروع به حرکت می‌کند. اگر مطابق شکل زیر میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ عمود بر صفحه ریل اعمال شود، جریان القایی گذرنده از سیم کدام است؟ (مقاومت الکتریکی سیم را R فرض کنید و از مقاومت الکتریکی ریل و خودالقایی سیم صرف‌نظر کنید.)



۱) $\frac{FB\ell}{mR}t\exp\left(-\frac{B^2\ell^2}{mR}t\right)$

۲) $\frac{F}{B\ell}\left[1-\cos\left(\frac{B^2\ell^2}{mR}t\right)\right]$

۳) $\frac{F}{B\ell}\left[1-\exp\left(-\frac{B^2\ell^2}{mR}t\right)\right]$

۴) $\frac{FB\ell}{mR}t$

۴۴- در ناحیه بین دو پوسته استوانه‌ای هم‌محور نامتناهی به شعاع‌های a و b ($b > a$) میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی $\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_\circ \rho}\hat{\rho}$ و $\hat{B} = \frac{\mu_\circ I}{2\pi\rho}\hat{\varphi}$ ایجاد شده است. محور z منطبق بر محور مشترک استوانه‌ها و $(\hat{\rho},\hat{\varphi},\hat{z})$ بردارهای یکه در مختصات استوانه‌ای هستند. مقدار تکانه خطی الکترومغناطیسی ذخیره شده در واحد طول استوانه برای فضای میان دو پوسته کدام است؟

۱) $\frac{\mu_\circ \lambda I}{8\pi}\ln\left(\frac{b}{a}\right)$

۲) $\frac{\mu_\circ \lambda I}{2\pi}\ln\left(\frac{b}{a}\right)$

۳) $\frac{\mu_\circ \lambda I}{8\pi}\left[\frac{b}{a} - \ln\left(\frac{b}{a}\right)\right]$

۴) $\frac{\mu_\circ \lambda I}{2\pi\varepsilon_\circ}\left[\frac{b}{a} - \ln\left(\frac{b}{a}\right)\right]$

۴۵- $\vec{E}$ و $\vec{B}$ به‌ترتیب بردارهای میدان الکتریکی و مغناطیسی در چارچوب مرجع S اند. از دید ناظری در چارچوب مرجع S' که با سرعت $\vec{v}$ ($\vec{\beta} = \vec{v}/c$) نسبت به S در حرکت است، میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی $\vec{E}'$ و $\vec{B}'$ چه رابطه‌ای با $\vec{E}$ و $\vec{B}$ دارند؟

۱) $\vec{E}' = \gamma(\vec{E} - \vec{\beta}\times\vec{B}) - \frac{\gamma^2}{\gamma+1}(\vec{\beta}\cdot\vec{E})\vec{\beta}$ و $\vec{B}' = \gamma(\vec{B} + \vec{\beta}\times\vec{E}) - \frac{\gamma^2}{\gamma+1}(\vec{\beta}\cdot\vec{B})\vec{\beta}$

۲) $\vec{E}' = \gamma(\vec{E} + \vec{\beta}\times\vec{B}) - \frac{\gamma^2}{\gamma+1}(\vec{\beta}\cdot\vec{E})\vec{\beta}$ و $\vec{B}' = \gamma(\vec{B} + \vec{\beta}\times\vec{E}) - \frac{\gamma^2}{\gamma+1}(\vec{\beta}\cdot\vec{B})\vec{\beta}$

۳) $\vec{E}' = \gamma(\vec{E} + \vec{\beta}\times\vec{B}) - \frac{\gamma^2}{\gamma+1}(\vec{\beta}\cdot\vec{E})\vec{\beta}$ و $\vec{B}' = \gamma(\vec{B} - \vec{\beta}\times\vec{E}) - \frac{\gamma^2}{\gamma+1}(\vec{\beta}\cdot\vec{B})\vec{\beta}$

۴) $\vec{E}' = \gamma(\vec{E} - \vec{\beta}\times\vec{B}) - \frac{\gamma^2}{\gamma+1}(\vec{\beta}\cdot\vec{E})\vec{\beta}$ و $\vec{B}' = \gamma(\vec{B} - \vec{\beta}\times\vec{E}) - \frac{\gamma^2}{\gamma+1}(\vec{\beta}\cdot\vec{B})\vec{\beta}$