



مشاوره تحصیلی هیوا

تخصصی ترین سایت مشاوره کشور

مشاوره تخصصی ثبت نام مدارس ، برنامه ریزی درسی و آمادگی
برای امتحانات مدارس

برای ورود به صفحه مشاوره مدارس کلیک کنید

برای ورود به صفحه نمونه سوالات امتحانی کلیک کنید

تماس با مشاور تحصیلی مدارس

۹۰۹۹۰۷۱۷۸۹



تماس از تلفن ثابت

۱۷۲- یکی از افزایشهای مجموعه A به صورت $\{c\}, \{d, e, f\}$ و $\{a, b\}$ است. تعداد افزایشهای مجموعه A که فاقد مجموعه های تک عضو است را مشخص کنید.

فصل ۲: مبانی احتمال

درس ۱: احتمال

- ۱- فرض کنید کارشناسان یک کارخانه می خواهند برای سال آینده، تغییراتی در میزان تولید کالاهای کارخانه به وجود آورند؛ آنها باید مشخص کنند که سرمایه کارخانه به چه نسبت هایی صرف تولید محصولات مختلف شود. با توجه به اینکه آنها در مورد آنچه در آینده رخ خواهد داد، اطمینان ندارند، چگونه می توانند در این مورد تصمیمی درست بگیرند؟ چگونه می توانند از بین دو پیشنهاد مختلف، یکی را بر دیگری ترجیح دهند؟ پاسخ: ابزارهای حل چنین مسائلی، که با نا آگاهی نسبی از شرایط و یا وقایع آینده همراه است، علم و علم است.
- به کمک علم آمار می توان اطلاعات سال های گذشته کارخانه را به درستی و از آنها توصیفی مناسب از وضعیت تقاضای کالاهای مختلف به دست آورد.
- به کمک علم احتمال می کند که به بهترین ممکن برسیم.
- ۲- کدام یک از سؤال های زیر مربوط به علم آمار و کدام یک مربوط به علم احتمال است؟ در هر مورد با دیگران گفت و گو کنید.

احتمال	آمار	صورت مسئله
		می دانیم ۹۰ تا از ۱۰۰ سیب یک جعبه سالم است. چند تا سیب از جعبه برداریم، تا تقریباً مطمئن باشیم که دست کم یک سیب خراب برداشته ایم؟
		درآمد کارمندان شهرداری چقدر است؟
		۹۰ نفر از ۱۰۵ دانش آموز پایه یازدهم به ورزش شنا علاقه دارند. اگر ۲۰ نفر از این دانش آموزان را به تصادف انتخاب کنیم، چقدر ممکن است کمتر از ۱۵ نفر از آنها به شنا علاقه مند باشند؟
		در انتخابات هفتم اسفند ۱۳۹۴، شهرستان سواد کوه شمالی با مشارکت بیش از ۹۸/۲ درصد رکورددار بوده است. اگر از ۱۰ نفر واجد شرایط پرسیم که آیا در انتخابات شرکت کرده اند یا خیر، چقدر ممکن است پاسخ بیش از یک نفر منفی باشد؟
		چه تعداد از دانش آموزان پایه یازدهم مدرسه شما به ورزش شنا علاقه دارند؟

- ۳- ریاضی دان ها چگونه به علم احتمال می پردازند؟
پاسخ : ریاضی دانان معمولاً برای حل مسائل سخت و پیچیده، ابتدا کار را از طراحی و حل مسائلی شروع می کنند و سپس قدم به قدم با ساختن بنایی استوار از ، ، قضیه ها و ...به سراغ مسائلی می روند که شاید در نگاه اول دست نیافتنی به نظر می رسیدند .
- ۴- برق کاری نیاز به یک لامپ سالم دارد . دو جعبه داریم که در اولی و دومی، به ترتیب، ۱۵ و ۳۰ لامپ وجود دارد، ولی فقط برخی از این لامپ ها سالم اند؛ در اولی ۹ لامپ و در دومی ۲۱ لامپ سالم است . او باید یکی از دو جعبه را انتخاب کند و از آن جعبه یک لامپ، به تصادف، بردارد . به نظر شما، او بهتر است کدام جعبه را انتخاب کند؟ چرا؟

اگر او از آن جعبه، دو لامپ، بدون آزمایش، بردارد . به نظر شما، او بهتر است کدام جعبه را انتخاب کند؟ چرا؟

یا آوری برخی از اصطلاحات احتمال

۵- با توجه به آنچه در سال های قبل خوانده اید تعریف اصطلاحات زیر را بنویسید.
آزمایش تصادفی:

فضای نمونه:

پیشامد:

پیشامد های ناسازگار:

۶- به هر عضو فضای نمونه یک گفته می شود.
. برآمد می گوئیم. همچنین در پرتاب سکه به هر کدام از
.....مثال: در پرتاب تاس به هر کدام از

۷- یک تاس سالم را پرتاب می کنیم اگر فرد آمد سکه ای می اندازیم در غیر اینصورت دوباره تاس را می اندازیم. چند تا از برآمدها را بنویسید.

۸- در پرتاب یک تاس سالم اگر تاس را پرتاب کنیم و عدد ۲ بیاید، آیا پیشامد $\{۲, ۴, ۶\}$ رخ داده است؟

۹- رخ دادن یک پیشامد یعنی چه؟

- ۱۰- در یک آزمایش تصادفی اگر A_1 و A_2 دو پیشامد باشند، آن گاه:
الف) اگر $A_1 \subseteq A_2$ رخ دادن رخ دادن را نتیجه می دهد.
ب) رخ دادن پیشامد $A_1 \cap A_2$ ، را نتیجه می دهد.
پ) رخ دادن پیشامد $A_1 \cup A_2$ یعنی

۱۱- هرگاه بخواهیم مسئله ای را با کمک علم احتمال بررسی کنیم گام اول تشخیص است.

۱۲- مثال : در پرتاب یک تاس، مجموعه در پرتاب دو تاس، مجموعه

۱۳- یک راننده تاکسی خطی، در ایستگاه منتظر می ایستد تا حداکثر چهار مسافر سوار کند. البته ممکن است با کمتر از چهار مسافر نیز حرکت کند. در مسیر برگشت نیز همین اتفاق می افتد. فضای نمونه تعداد مسافری در رفت و برگشت چیست؟

معنای برآمد $(3, 4)$ چیست؟

۱۴- در پرتاب دو تاس معنای برآمد $(3, 4)$ چیست؟

اصول احتمال

۱۵- در یک آزمایش تصادفی با فضای نمونه S آیا همیشه احتمال رخ دادن هر پیشامد مانند A برابر $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$ است؟ اگر پاسخ منفی است برای آن یک مثال بزنید؟

پاسخ:

مثال: تاسی را در نظر می گیریم که روی پنج وجه آن عدد ۱ و روی یک وجه آن عدد باشد. در اینصورت

$S = \dots\dots\dots$ و برای پیشامد $A = \{1\}$ خواهیم داشت $P(A) = \dots\dots\dots$ که $\frac{n(A)}{n(S)} = \dots\dots\dots$ این یعنی

$P(A) \neq \dots\dots\dots$

۱۶- در سال گذشته در درس ریاضی ۲ با احتمال و قوانین آن آشنا شده اید. آیا می توانید مهمترین نقص مطالعه احتمال را در آنجا نام ببرید.

پاسخ: با توجه به مثال بالا احتمال هر پیشامد A همیشه از قانون $\dots\dots\dots$

برای رفع مشکل بالا (تعریف احتمال هر پیشامد) اصولی را بیان می کنیم.
۱۷- در یک آزمایش تصادفی برای هر پیشامد مانند A احتمال رخ دادن A را با $P(A)$ نمایش داده می شود که در اصول زیر صدق می کند.

$$0 \leq P(A) \leq 1 \quad (\text{الف})$$

$$P(S) = 1 \quad (\text{ب})$$

(پ) برای هر دو پیشامد ناسازگار A و B داریم $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

۱۸- قضیه : در یک آزمایش تصادفی برای پیشامد های دلخواه :

$$P(A') = 1 - P(A) \quad (\text{الف})$$

$$P(\emptyset) = 0 \quad (\text{ب})$$

(پ) اگر A, B, C و پیشامدهایی دو به دو ناسازگار باشند، آن گاه $P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C)$

(ت) برای هر دو پیشامد دلخواه A و B داریم $P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$

(ث) برای هر دو پیشامد دلخواه A و B داریم $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

۱۹- مشخص کنید که در هر قسمت دو پیشامدی که آمده است با هم سازگارند یا ناسازگار؟

الف) دانش آموزی که به تصادف از کلاس انتخاب می کنید

A: متولد ماه مهر باشد.

B: متولد یکی از ماه های فصل تابستان باشد.

ب) سکه ای که سه بار پرتاب می کنید،

A: هر سه بار مشابه بیاید.

B: زوج بار رو بیاید.

پ) وضعیت جوی فردا:

A: خورشید در آسمان دیده شود.

B: باران بیارد.

ت) تاسی را در پی پرتاب می کنید

A: برای اولین بار در مرتبه سوم ۶ بیاید.

B: تا پرتاب سوم دو بار ۶ بیاید.

تمرین کتاب صفحه ۴۶

۲۰- احمد و عباس با هم یک مرتبه سنگ، کاغذ، قیچی بازی می کنند. فضای نمونه برای این بازی چیست؟ فضای نمونه چند عضو دارد؟ در چه تعداد از برآمدها احمد برنده بازی است؟

۲۱- یک تیم والیبال ۱۴ عضو دارد که قد هیچ دو عضوی برابر نیست. فرض کنید آنها یکی پس از دیگری وارد سالن می شوند. اگر برای ما فقط ترتیب قد آنها اهمیت داشته باشد، فضای نمونه را توصیف کنید. اگر اعضای تیم کاملاً تصادفی وارد سالن شده باشند، احتمال اینکه اولین کسی که وارد می شود، بلند قدترین عضو تیم باشد چقدر است؟

۲۲- در یک ایستگاه هواشناسی، در هر لحظه وضعیت آب و هوا با پنج چیز مشخص می شود: دمای هوا، رطوبت هوا، سرعت باد، وضعیت هوا (صاف یا ابری) و مقدار بارش در ۲۴ ساعت گذشته. ما برای سادگی، وضعیت آب و هوا را به این شکل خلاصه می کنیم: www.Heyvagroup.com

آیا از نظر دما سرد یا گرم است؟ آیا از نظر رطوبت خشک یا مرطوب است؟ آیا باد می وزد یا نمی وزد؟ آیا هوا صاف، نیمه ابری یا ابری است؟ و آیا در ۲۴ ساعت گذشته بارندگی رخ داده است یا خیر؟ برای وضعیت هوا در یک لحظه در یک ایستگاه هواشناسی فضای نمونه را به شکل حاصل ضرب دکارتی چند مجموعه بنویسید. این فضا چند عضو دارد؟

۲۳- فقط با استفاده از اصول احتمال و قضایای اثبات شده، گزاره های زیر را ثابت کنید:

الف) اگر $B \subseteq A$ ثابت کنید $P(A - B) = P(A) - P(B)$

ب) اگر $B \subseteq A$ ثابت کنید $P(A) \geq P(B)$

۲۴- عددی به تصادف از بین اعداد ۱ تا ۱۰۰ انتخاب می کنیم. احتمال های زیر را محاسبه کنید:

الف) عدد انتخابی بر ۲ یا ۳ بخش پذیر باشد.

ب) عدد انتخابی بر ۲ بخش پذیر باشد، ولی به ۳ بخش پذیر نباشد.

پ) عدد انتخابی نه بر ۲ بخش پذیر باشد و نه بر ۳.

درس ۲: احتمال غیر هم شانس

۲۵- به نظر شما احتمال بارش باران و آفتابی بودن هوا در تمام روزهای سال با یکدیگر برابر است؟

۲۶- یک تاس طوری ساخته شده که روی سه وجه آن عدد ۱، روی دو وجه آن عدد ۲ و روی وجه باقی مانده عدد

۳ مشاهده می شود. اگر این تاس را پرتاب می کنیم.

الف) فضای نمونه ای این آزمایش تصادفی را بنویسید.

www.Heyvagroup.com

ب) احتمال آمدن عدد ۱ را به دست آورید.

پ) آیا در این آزمایش می توانید از رابطه $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$ برای احتمال رخ دادن پیشامد A استفاده کنیم؟

هر زیرمجموعه تک عضوی از فضای نمونه ای را می نامیم. در پیشامدهای ساده، معمولاً به جای،

$P(\{a\})$ می نویسیم $P(a)$

ت) $P(۲)$ و $P(۳)$

ث) آیا احتمال وقوع پیشامدهای ساده $\{۱\}$ ، $\{۲\}$ و $\{۳\}$ با یکدیگر برابرند؟

ج) مجموع احتمالات تمام پیشامدهای ساده را به دست آورید.

۲۷- هرگاه حداقل دو پیشامد ساده از فضای نمونه ای $S = \{s_1, s_2, \dots, s_n\}$ ، احتمال نابرابر داشته باشند S را فضای نمونه ای با می نامیم.

۲۸- در فضای نمونه ای متناهی با احتمال غیرهم شانس، اگر $S = \{s_1, s_2, \dots, s_n\}$ فضای نمونه ای و $A = \{a_1, a_2, \dots, a_k\}$ یک زیرمجموعه k عضوی S باشد ثابت کنید:

الف- $P(A) = P(a_1) + P(a_2) + \dots + P(a_k)$

ب- $P(a_1) + P(a_2) + \dots + P(a_n) = 1$

۲۹- در یک مسابقه چهارجانبه فوتبال، تیم های a, b, c و d حضور دارند. اگر احتمال قهرمانی تیم های a, b و c با یکدیگر برابر باشند، ولی احتمال قهرمانی تیم d دو برابر هر یک از تیم های دیگر باشد، احتمال قهرمانی هریک از تیم ها را به دست می آورید.

۳۰- در یک آزمایش تصادفی $S = \{x, y, z\}$ فضای نمونه ای است. اگر $P(\{x, y\}) = \frac{2}{3}$ و $P(\{x, z\}) = \frac{1}{4}$

احتمال وقوع هریک از پیشامدهای ساده را به دست آورید.

- ۳۱- یک تاس به گونه ای ساخته شده که احتمال وقوع هر عدد زوج، سه برابر احتمال وقوع هر عدد فرد است. در پرتاب این تاس، احتمال مشاهده اعداد ۲ یا ۳ را به دست آورید.

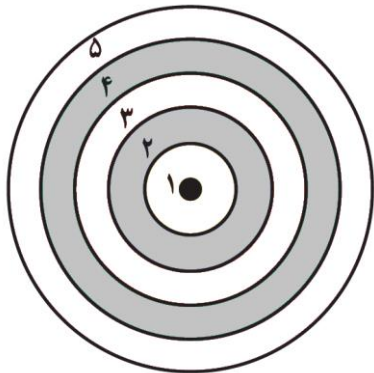
امضای ولی:	تاریخ پاسخ گویی در منزل:	تمرین کتاب صفحه ۵۱ کتاب
	تاریخ بازدید در کلاس:	نام و نام خانوادگی

- ۳۲- در پرتاب یک سکه ناسالم، احتمال آمدن "رو" نصف احتمال آمدن "پشت" است. در پرتاب این سکه، احتمال ظاهر شدن "رو" و احتمال ظاهر شدن "پشت" را به دست آورید.

- ۳۳- در پرتاب یک تاس، احتمال مشاهده هر عدد، متناسب با همان عدد است. اگر این تاس را به هوا پرتاب کنیم، احتمال اینکه عدد مشاهده شده، کمتر از ۴ باشد را تعیین کنید.

- ۳۴- اگر $S = \{a, b, c, d, e\}$ فضای نمونه ای یک آزمایش تصادفی و $A = \{a, b\}$ و $B = \{a, b, c, d\}$ و $C = \{a, b, e\}$ سه پیشامد باشند به طوری که $P(A) = \frac{2}{7}$ و $P(B) = \frac{3}{5}$ مقدار $P(C')$ را به دست آورید.

- ۳۵- در یک تجربه تصادفی $S = \{x, y, z\}$ فضای نمونه ای است. اگر $P(x), P(y), P(z)$ یک دنباله حسابی با قدر نسبت $\frac{1}{4}$ تشکیل دهند، احتمال وقوع هر کدام از این پیشامدها را به دست آورید.



۳۶- در پرتاب یک دارت به یک صفحه دایره ای شکل، مطابق شکل روبه روبرو که به پنج ناحیه مجزا تقسیم شده است، فرض کنید احتمال اصابت دارت به ناحیه اول x باشد، اگر احتمال اصابت به ناحیه k ام $(2k-1)x$ باشد:

الف) احتمال اصابت دارت به هر ناحیه را به دست آورید.

ب) احتمال اصابت دارت به یکی از ناحیه های اول، سوم یا چهارم بیشتر است، یا اصابت به دو ناحیه دوم یا پنجم؟

درس سوم احتمال شرطی

۳۷- در یک قرعه کشی بین ۲۰ نفر قرار است از بین کارت هایی با شماره های ۱ تا ۲۰، یکی را به تصادف انتخاب کنند. شماره کارت اکبر ۱۵ و شماره کارت بهرام ۷ است.

الف) احتمال اینکه اکبر برنده شود چقدر است؟ احتمال برنده شدن بهرام چقدر است؟

ب) وقتی مجری کارت را انتخاب می کند، قبل از اینکه آن را به دیگران نشان بدهد، می گوید شماره برنده، دو رقمی است اکنون اکبر و بهرام احتمال برنده شدن خود را چقدر می دانند؟

۳۸- در کلاس درس دو تاس را با هم پرتاب می کنیم اما قبل از آن دو پیشامد را به صورت زیر در نظر می گیریم.

A: آمدن مجموع کمتر از ۷
C: آمدن دو عدد اول

رضا یکی از این دو پیشامد را انتخاب می کند و علی پیشامد دیگر را. اگر A رخ داد شخصی که A را انتخاب کرد را برنده می دانند.



۴۳- دو تاس سبز و قرمز را پرتاب می کنیم.

الف) اگر بدانیم مجموع دو تاس ۱۰ شده است، احتمال اینکه تاس سبز (تاس دوم) ۶ آمده باشد چقدر است؟

ب) اگر بدانیم که تاس سبز ۶ آمده است، احتمال اینکه مجموع دو تاس ۱۰ شده باشد چقدر است؟

۴۴- تیم ملی والیبال ایران، ۱۴ بازیکن دارد که قد هیچ دو نفری برابر نیست. اگر یکی از بازیکن ها را به تصادف انتخاب کنیم.

الف) احتمال اینکه آن بازیکن، بلندقدترین بازیکن تیم باشد چقدر است؟

ب) بازیکن دیگری را به تصادف انتخاب می کنیم و مشاهده می کنیم که از بازیکن اول کوتاه قدتر است. در این صورت، احتمال اینکه بازیکن اول بلندقدترین بازیکن تیم باشد چقدر است؟

۴۵- در مدرسه ای سه کلاس یازدهم، با نام های ۱۱۱، ۱۱۲، ۱۱۳ وجود دارد که به ترتیب ۳۲، ۳۳ و ۳۵ دانش آموز دارند. در آزمونی مشترک از این سه کلاس، به ترتیب ۸، ۹ و ۶ نفر موفق به کسب نمره کامل شده اند. یکی از دانش آموزان را به تصادف انتخاب می کنیم.

الف) احتمال اینکه دانش آموز انتخاب شده نمره کامل گرفته باشد چقدر است؟

ب) احتمال اینکه او، دانش آموز کلاس ۱۱۱ باشد چقدر است؟

پ) فرض کنید بعد از انتخاب، بفهمید که او دانش آموز کلاس ۱۱۱ است. چقدر احتمال می دهید که او موفق به کسب نمره کامل شده باشد؟

۴۶- فرض کنید B پیشامدی با احتمال مثبت باشد. نشان دهید:

الف) اگر A_1 و A_2 دو پیشامد ناسازگار باشند:

$$P(A_1 \cup A_2 | B) = P(A_1 | B) + P(A_2 | B)$$



$$P(A' | B) = 1 - P(A | B)$$

قانون ضرب احتمال

۴۷- در صورتی که B پیشامدی باشد که $P(A) > 0$ برای هر پیشامد B طبق فرمول احتمال شرطی داریم

$$P(B | A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

از طرفین وسطین کردن این رابطه داریم $P(A \cap B) = \dots\dots\dots$ که به قانون ضرب

احتمال معروف است.

